نام آزمون: آهنگ تغییر

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی هاشمی

۱ - نسبت تغییرات متوسط تابع $f(x) = x^{۲} - \sqrt[۳]{x}$ به تغییرات متغیر x روی بازه‌ی $[۱, ۸]$ کدام است؟

① $۷\frac{۵}{۸}$

② $۷\frac{۳}{۸}$

③ $۸\frac{۶}{۷}$

④ $۸\frac{۳}{۷}$

۲ - در تابع $y = \sqrt{x}$ مقدار $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ در $x = ۴$ به ازای $\Delta x = ۰/۴۱$ چقدر است؟

① $\frac{۴}{۴۱}$

② $\frac{۵}{۴۱}$

③ $\frac{۱۰}{۴۱}$

④ $\frac{۲۰}{۴۱}$

۳ - در تابع $f(x) = \frac{۱}{۳}x^{۲} - ۲x$ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه‌ی $[۳, ۳/۳]$ کدام است؟

① $-۰/۳$

② $-۰/۲$

③ $۰/۱$

④ $۰/۲$

۴ - در بازه‌ی $[-۲,۲]$ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=x^۲-x$ برابر آهنگ آنی آن در $x=c$ است. c کدام است؟

① $-\frac{۱}{۲}$

② ۰

③ $\frac{۱}{۲}$

④ ۱

۵ - یک ظرف آب مشتمل بر ۴۰ لیتر آب است در لحظهٔ $t=۰$ یک سوراخ در ظرف ایجاد می شود. اگر حجم آب باقی مانده در ظرف، پس از t ثانیه از رابطهٔ $V=۴۰(۱-\frac{t}{۱۰۰})^۲$ به‌دست آید، در چه زمانی آهنگ آنی تغییر V برابر آهنگ متوسط تغییر آن از $t=۰$ تا $t=۱۰۰$ (ثانیه) است؟

① ۲۵

② ۱۲۵

③ ۵۰

④ ۴۵

۶ - یک تودهٔ باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t)=۲t^۳+\sqrt{t}$ گرم است. آهنگ رشد جرم تودهٔ باکتری در لحظهٔ $t=۴$ کدام است؟

① ۹۶٫۲۵

② ۴۸٫۱۲۵

③ ۱۹۲٫۵

④ ۲۴٫۰۶

۷ - فرض کنید $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{f(x)-f(۱)}{-۲x+۲}=\frac{۳}{۵}$، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $y=۳f(x^۲)+x^۳$ در $x=۱$ کدام است؟

① $-\frac{۳}{۵}$

② $-\frac{۲۱}{۵}$

③ $\frac{۵۱}{۵}$

④ $-\frac{۱۷}{۵}$

۸ - آهنگ متوسط تغییر تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=x^{۲}$ در بازه‌ی $[۱,۳]$ از آهنگ لحظه‌ای تغییر آن تابع در ابتدای بازه چه‌قدر بیش‌تر است؟

(۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۱
(۴) صفر

۹ - در تابع با ضابطه‌ی $f(x)=(۳x+۱)^{-\frac{۱}{۲}}$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه‌ی $x=۱$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{۳}{۸}$
(۲) $\frac{۳}{۱۶}$
(۳) $-\frac{۳}{۸}$
(۴) $-\frac{۳}{۱۶}$

۱۰ - آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x^{۳}+۲x$ هنگامی که متغیر از $x_{۱}=-۱$ به $x_{۲}=۲$ تغییر می کند، کدام است؟

(۱) ۹
(۲) ۵
(۳) -۵
(۴) ۱۰

۱۱ - آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)=\sqrt{x-۲}$ نسبت به متغیر xدر بازه‌ی $[۴/۲۵,۴/۵۶]$ ، چقدر است؟

(۱) $\frac{۵}{۳۳}$
(۲) $\frac{۱۰}{۳۳}$
(۳) $\frac{۱۰}{۳۱}$
(۴) $\frac{۵}{۳۱}$

۱۲ - آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^۲ - \sqrt{۳x+۱}$ نسبت به تغییر x در بازه‌ی $[۱,۵]$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در ابتدای این بازه است؟

① ۲٫۲
② ۳٫۲
③ ۴٫۴
④ ۶٫۴

۱۳ - آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^۲ + a\sqrt{x}$، وقتی x از ۱ به ۴ تغییر می‌کند، دو برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = ۱$است، a کدام است؟

① $-\frac{۳}{۲}$
② $\frac{۳}{۲}$
③ $-\frac{۱}{۲}$
④ $\frac{۱}{۲}$

۱۴ - در تابع $f(x) = \sqrt{x+۲}$ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازهٔ $[۲٫۴۱, ۴٫۲۵]$ با آهنگ آنی آن در لحظهٔ $x = ۳٫۲۹$ چقدر اختلاف دارد؟

① صفر
② $\frac{۹}{۲۳}$
③ $\frac{۵}{۲۳}$
④ $\frac{۱۰}{۲۳}$

۱۵ - در تابعی با ضابطهٔ $f(t) = t - \sqrt{t}$، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f در $t = ۴$ چقدر از آهنگ متوسط تغییر آن از $t = ۱$ تا $t = ۴$، بیش‌تر است؟

① $\frac{۳}{۴}$
② $\frac{۲}{۳}$
③ $\frac{۱}{۶}$
④ $\frac{۱}{۱۲}$

۱۶ - معادلهٔ حرکت متحرکی به‌صورت $f(t)=t^{۳}-۲t^{۲}+۳t+۱$ برحسب متر است. اگر سرعت لحظه‌ای آن در لحظهٔ $t=a$ برابر سرعت متوسط در بازهٔ $[۰,a]$ باشد، مقدار a کدام است؟

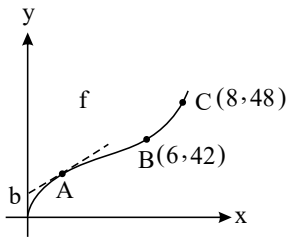
① ۲

② $\frac{۳}{۲}$

③ ۱

④ $\frac{۱}{۲}$

۱۷ - در شکل زیر قسمتی از نمودار تابع f رسم شده است. اگر آهنگ متوسط تغییر تابع بین نقاط B تا C، ۶ برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطهٔ $A\begin{vmatrix}a\\۲a\end{vmatrix}$ باشد، حاصل $\frac{b}{a}$ کدام است؟



① $\frac{۲}{۳}$

② $\frac{۵}{۲}$

③ $\frac{۲}{۵}$

④ $\frac{۳}{۲}$

۱۸ - معادلهٔ حرکت اتومبیلی در بازهٔ زمانی $[۲,۱۰]$ به‌صورت $f(t)=۲t^{۲}-۳t+۱۰$ است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در این بازه برابر است؟

① ۵

② ۶

③ ۷

④ ۸

۱۹ - آهنگ متوسط تغییر تابع $f(t)=۷\sqrt{t}+۵۰$ در بازهٔ $[۴,۱۶]$، برابر آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $t=a$ است. a کدام است؟

① ۲۷

② ۹

③ ۴۹

④ ۱۲

۲۰- نقطهٔ $M(x,y)$ روی نمودار تابع $y=\sqrt{۷x+۴}$ در حال حرکت است. اگر d فاصلهٔ نقطهٔ M از مبدأ مختصات باشد، آهنگ لحظه‌ای تغییر d نسبت به x در نقطهٔ $x=۵$ کدام است؟

(۱) $\frac{۱۵}{۱۶}$

(۲) $\frac{۱۷}{۱۶}$

(۳) $\frac{۱۹}{۱۶}$

(۴) $\frac{۲۱}{۱۶}$

۲۱- رباتی طبق معادلهٔ $d(t)=t^۴-۸t^۲+۸$ $(۰\le t\le ۳)$ حرکت می‌کند. سرعت متوسط این ربات، بین زمان‌هایی که ربات مقادیر ماکسیمم و مینیمم را برای مکان خود اختیار می‌کند، کدام است؟

(۱) -۱۰

(۲) ۸

(۳) -۲۱

(۴) ۲۵

۲۲- در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۱}{۲}x^۲-\frac{۱}{x}$، اختلاف آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=۲$، از آهنگ تغییر متوسط در بازهٔ $[۱,۴]$، کدام است؟

(۱) ۰٫۲۵

(۲) ۰٫۵

(۳) ۰٫۴۵

(۴) ۰٫۷۵

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x)$ در بازه ی $x_1 = ۱$ تا $x_2 = ۸$ برابر است با:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(۸) - f(۱)}{۸ - ۱} = \frac{(۸^{۲} - \sqrt[۳]{۸}) - (۱^{۲} - \sqrt[۳]{۱})}{۸ - ۱}$$

$$= \frac{(۶۴ - ۲) - (۱ - ۱)}{۸ - ۱} = \frac{۶۲}{۷} = ۸\frac{۶}{۷}$$

۲ - گزینه ۳ آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه‌ی $[۴, ۴ + ۰/۴۱]$ عبارت است از:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{f(۴ + ۰/۴۱) - f(۴)}{۰/۴۱} = \frac{\sqrt{۴ + ۰/۴۱} - \sqrt{۴}}{۰/۴۱}$$

$$= \frac{\sqrt{۴/۴۱} - ۲}{۰/۴۱} = \frac{۲/۱ - ۲}{۰/۴۱} = \frac{۱۰}{۴۱}$$

۳ - گزینه ۳ برای محاسبه‌ی آهنگ متوسط تابع $f(x)$ داریم:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(۳/۳) - f(۳)}{۳/۳ - ۳} = \frac{(\frac{۱}{۳}(۳/۳)^{۲} - ۲(۳/۳)) - (\frac{۱}{۳}(۳)^{۲} - ۲(۳))}{۰/۳}$$

$$= \frac{۳/۶۳ - ۶/۶ - ۳ + ۶}{۰/۳} = \frac{۰/۰۳}{۰/۳} = ۰/۱$$

۴ - گزینه ۲ آهنگ متوسط تغییر تابع f در بازه‌ی $[-۲, ۲]$ برابر است با:

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(۲) - f(-۲)}{۲ - (-۲)} = \frac{(۲^{۲} - ۲) - ((-۲)^{۲} - (-۲))}{۴} = \frac{۲ - ۶}{۴} = -۱$$

آهنگ آنی تابع در $x = c$ باید برابر (-۱) باشد لذا داریم:

$$x = c \text{ در } f \text{ آهنگ آنی تابع} = f'(c) \xrightarrow{f'(x)=۲x-۱} f'(c) = ۲c - ۱ = -۱ \Rightarrow c = ۰$$

۵ - گزینه ۳ آهنگ متوسط تغییر حجم آب در بازهٔ زمانی $[۰, ۱۰۰]$ برابر است با:

$$V \text{ آهنگ متوسط} = \frac{V(۱۰۰) - V(۰)}{۱۰۰ - ۰} = \frac{[۴۰(۱ - \frac{۱۰۰}{۱۰۰})^{۲}] - [۴۰(۱ - \frac{۰}{۱۰۰})^{۲}]}{۱۰۰} = \frac{۰ - ۴۰}{۱۰۰} = -\frac{۴۰}{۱۰۰}$$

از طرفی آهنگ آنی تغییر حجم (V) برابر با مشتق V در زمان t می‌باشد. لذا داریم:

$$V(t) = ۴۰(۱ - \frac{t}{۱۰۰})^{۲} \Rightarrow V'(t) = ۲ \times ۴۰ \times (\frac{-۱}{۱۰۰})(۱ - \frac{t}{۱۰۰}) = -\frac{۴۰}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow ۲(۱ - \frac{t}{۱۰۰}) = ۱ \Rightarrow ۱ - \frac{t}{۱۰۰} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{t}{۱۰۰} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow t = ۵۰s$$

۶ - گزینه ۱ با توجه به این که آهنگ رشد برابر مشتق تابع $m(t)$ می‌باشد، درنتیجه می‌توان نوشت:

$$m(t) = ۲t^{۳} + \sqrt{t} \Rightarrow m'(t) = ۶t^{۲} + \frac{۱}{۲\sqrt{t}}$$

$$\Rightarrow m'(۴) = ۶(۴)^{۲} + \frac{۱}{۲\sqrt{۴}} = ۹۶ + \frac{۱}{۴} = ۹۶ + ۰/۲۵ = ۹۶/۲۵$$

۷ - گزینه ۲

می‌دانیم: $\boxed{y = f(u) \to y' = u' f'(u)}$

$$\lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{-۲x + ۲} = \frac{۱}{-۲} \lim_{x \to ۱} \frac{f(x) - f(۱)}{x - ۱} = -\frac{۱}{۲} f'(۱) = \frac{۳}{۵} \to f'(۱) = -\frac{۶}{۵}$$

می‌دانیم آهنگ تغییرلحظه‌ای، همان مشتق است.

$$y = ۳f(x^{۲}) + x^{۳} \to y' = ۶xf'(x^{۲}) + ۳x^{۲} \to y'(۱) = ۶f'(۱) + ۳ \to y'(۱) = ۶(\frac{-۶}{۵}) + ۳ = -\frac{۳۶}{۵} + ۳ = -\frac{۲۱}{۵}$$

۸ - گزینه ۱

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(۳) - f(۱)}{۳ - ۱} = \frac{۹ - ۱}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای} = \text{مشتق} = ۲x \xrightarrow{x=۱} ۲$$

واضح است که آهنگ متوسط ۲ واحد از آهنگ لحظه‌ای بیشتر است.

۹ - گزینه ۴ آهنگ لحظه‌ای تابع $y=f(x)$ در $x=a$ برابر $f'(a)$ است.

$$f(x)=(3x+1)^{-\frac{1}{2}} \to f'(x)=-\frac{1}{2}(3x+1)^{-\frac{3}{2}}(3)=\frac{-3}{2(3x+1)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\to f'(1)=\frac{-3}{2(4)^{\frac{3}{2}}}=\frac{-3}{2(2^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{-3}{2(2^3)}=\frac{-3}{16}$$

۱۰ - گزینه ۲

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{f(2)-f(1)}{2+1}=\frac{(8+4)-(-1-2)}{3}=\frac{12+3}{3}=\frac{15}{3}=5$$

۱۱ - گزینه ۳

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(4/56)-f(4/25)}{4/56-4/25}=\frac{\sqrt{2/56}-\sqrt{2/25}}{0/31}=\frac{1/6-1/5}{0/31}=\frac{0/1}{0/31}=\frac{10}{31}$$

۱۲ - گزینه ۳

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(5)-f(1)}{5-1}=\frac{(25-4)-(1-2)}{4}=\frac{22}{4}$$

$$x=1 \text{ آهنگ لحظه‌ای در } =f'(1)=2x-\frac{1(3)}{2\sqrt{3x+1}}=2-\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$$

$$\text{پس : } \frac{\text{آهنگ متوسط}}{\text{آهنگ لحظه‌ای}}=\frac{\frac{22}{4}}{\frac{5}{4}}=\frac{22}{5}=4/4$$

۱۳ - گزینه ۲

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(4)-f(1)}{4-1}=\frac{16+2a-(1+a)}{3}=\frac{15+a}{3}$$

$$x=1 \text{ آهنگ لحظه‌ای در } =f'(1)=2x+\frac{a}{2\sqrt{x}}=2+\frac{a}{2}$$

$$\text{آهنگ متوسط}=2\times \text{آهنگ لحظه‌ای} \to \frac{15+a}{3}=2(2+\frac{a}{2}) \to \frac{15+a}{3}=4+a$$

$$\to 15+a=12+3a \to 2a=3 \to a=\frac{3}{2}$$

۱۴ - گزینه ۱

آهنگ متوسط یک تابع در بازهٔ $[a,b]$ برابر است با:

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

$$\text{آهنگ متوسط}=\frac{f(4/25)-f(2/41)}{4/25-2/41}=\frac{\sqrt{6/25}-\sqrt{4/41}}{1/84}=\frac{2/5-2/1}{1/84}=\frac{0/4}{1/84}=\frac{40}{184}=\frac{5}{23}$$

و آهنگ لحظه‌ای تابع در هر نقطه برابر مشتق تابع در آن نقطه است. پس:

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}} \Rightarrow f'(3/29)=\frac{1}{2\times\sqrt{5/29}}=\frac{1}{2\times 2/3}=\frac{1}{4/6}=\frac{10}{46}=\frac{5}{23}$$

درنتیجه اختلاف آهنگ متوسط و آهنگ لحظه‌ای موردنظر برابر صفر است:

$$\frac{5}{23}-\frac{5}{23}=0$$

۱۵ - گزینه ۴ ابتدا آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع f را در $t=4$ به‌دست می‌آوریم که همان $f'(4)$ است.

$$f(t)=t-\sqrt{t} \Rightarrow f'(t)=1-\frac{1}{2\sqrt{t}} \Rightarrow f'(4)=\frac{3}{4}$$

ازطرفی برای آهنگ متوسط تغییر نیز داریم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع در بازهٔ } [1,4]=\frac{f(4)-f(1)}{4-1}=\frac{2-0}{3}=\frac{2}{3}$$

$$\text{پس: } \frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{1}{12}$$

۱۶ - گزینه ۳ سرعت لحظه‌ای متحرک در $t=a$ برابر با $f'(a)$ است:

$$f'(t)=3t^2-4t+3 \Rightarrow f'(a)=3a^2-4a+3$$

سرعت متوسط متحرک در بازهٔ $[۰, a]$ برابر است با: $\frac{f(a)-f(۰)}{a-۰}$

پس: $\frac{f(a)-f(۰)}{a-۰}=\frac{a^۳-۲a^۲+۳a+۱-۱}{a}=a^۲-۲a+۳$

حال داریم:

$$۳a^۲-۴a+۳=a^۲-۲a+۳\Rightarrow ۲a^۲-۲a=۰\Rightarrow \begin{cases} a_۱=۱ & \text{ق ق}\\ a_۲=۰ & \text{غ ق ق}\end{cases}$$

۱۷ - گزینه ۴ آهنگ متوسط تغیر تابع بین نقاط B تا C برابر است با:

$$\frac{f(۸)-f(۶)}{۸-۶}=\frac{۴۸-۴۲}{۸-۶}=\frac{۶}{۲}=۳$$

درنتیجه طبق فرض، آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در نقطهٔ A برابر با $\frac{۱}{۲}=\frac{۳}{۶}$ است. از طرفی می‌دانیم آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع، همان مشتق تابع بوده که برابر با شیب خط مماس بر نمودار تابع در آن نقطه است.

$$f'(a)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow m=\frac{۲a-b}{a-۰}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow ۴a-۲b=a\Rightarrow ۳a=۲b\Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{۳}{۲}$$

۱۸ - گزینه ۲ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $[۲, ۱۰]$:

$$\frac{f(۱۰)-f(۲)}{۱۰-۲}=\frac{(۲\times ۱۰۰-۳\times ۱۰+۱۰)-(۲\times ۴-۳\times ۲+۱۰)}{۸}=\frac{۱۸۰-۱۲}{۸}=۲۱$$

سرعت لحظه‌ای:

$$f'(t)=۴t-۳$$

$$۴t-۳=۲۱\Rightarrow ۴t=۲۴\Rightarrow t=۶$$

۱۹ - گزینه ۲ آهنگ متوسط تغییر تابع در بازهٔ $[۴, ۱۶]$ برابر است با:

$$\frac{f(۱۶)-f(۴)}{۱۶-۴}=\frac{۷\sqrt{۱۶}+۵۰-(۷\sqrt{۴}+۵۰)}{۱۲}=\frac{۱۴}{۱۲}=\frac{۷}{۶}$$

$$f(t)=۷\sqrt{t}+۵۰\Rightarrow f'(t)=\frac{۷}{۲\sqrt{t}}\Rightarrow f'(a)=\frac{۷}{۲\sqrt{a}}$$

فرض سوال: $\Rightarrow \frac{۷}{۲\sqrt{a}}=\frac{۷}{۶}\Rightarrow \sqrt{a}=۳\Rightarrow a=۹$

۲۰ - گزینه ۲

$$M(x,y)\Rightarrow y=\sqrt{۷x+۴}$$

فاصلهٔ نقطهٔ M تا مبدأ $d=|OM|=\sqrt{x^۲+y^۲}=\sqrt{x^۲+(\sqrt{۷x+۴})^۲}=\sqrt{x^۲+۷x+۴}$

آهنگ لحظه‌ای تغییر d $=d'=\frac{۲x+۷}{۲\sqrt{x^۲+۷x+۴}}\xrightarrow{x=۵} d'(۵)=\frac{۱۰+۷}{۲\sqrt{۲۵+۳۵+۴}}$

$$\Rightarrow d'(۵)=\frac{۱۷}{۲\sqrt{۶۴}}=\frac{۱۷}{۱۶}$$

۲۱ - گزینه ۴ برای این‌که ببینیم ربات در چه لحظاتی مقادیر ماکسیمم و مینیمم را برای مکان خود اختیار می‌کند، باید اکسترمم‌های مطلق $d(t)$ را بیابیم:

$$d'(t)=۴t^۳-۱۶t=۰\Rightarrow ۴t(t^۲-۴)=۰\Rightarrow \begin{cases} t=-۲ & \text{غ ق ق}\\ t=۰ & \\ t=۲ & \end{cases}$$

حال مقدار تابع را در هریک از نقاط بحرانی و هم‌چنین نقاط انتهایی بازه محاسبه می‌کنیم:

$$d(۰)=۸\ ,\quad d(۲)=-۸\ ,\quad d(۳)=۱۷$$

پس باید سرعت متوسط را در بازهٔ $[۲, ۳]$ پیدا کنیم:

$$\frac{d(۳)-d(۲)}{۳-۲}=\frac{۱۷-(-۸)}{۱}=۲۵$$

۲۲ - گزینه ۲ تابع داده شده $f(x)=\frac{۱}{۲}x^۲-\frac{۱}{x}$ است.

آهنگ تغییر متوسط در $[۱,۴] = \frac{f(۴)-f(۱)}{۴-۱} = \frac{(۸-\frac{۱}{۴})-(\frac{۱}{۲}-۱)}{۳} = \frac{\frac{۳۱}{۴}+\frac{۱}{۲}}{۳} = \frac{۱۱}{۴}$

آهنگ تغییر لحظه‌ای در $x=۲ = f'(۲) \Rightarrow f'(x) = x + \frac{۱}{x^۲} \Rightarrow f'(۲) = ۲ + \frac{۱}{۴} = \frac{۹}{۴}$

اختلاف این دو ۰٫۵ $= \frac{۲}{۴} = \frac{۱۱}{۴} - \frac{۹}{۴}$ است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۵ - ۳	۹ - ۴	۱۳ - ۲	۱۷ - ۴	۲۱ - ۴
۲ - ۳	۶ - ۱	۱۰ - ۲	۱۴ - ۱	۱۸ - ۲	۲۲ - ۲
۳ - ۳	۷ - ۲	۱۱ - ۳	۱۵ - ۴	۱۹ - ۲	
۴ - ۲	۸ - ۱	۱۲ - ۳	۱۶ - ۳	۲۰ - ۲	