

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



علی هاشمی

۱- در کدامیک از رابطه‌های زیر  $y$  تابعی از  $x$  نیست؟

الف)  $|y^2 - 1| + (1 - x^4) = 0$       ب)  $|y| = \sqrt{x} \pm \sqrt{-x}$

ج)  $|x| - |y| = 0$       د)  $|x| + |y| = 0$

۲- تابع  $f = \{(2b, 1), (a + c, a - b), (0, b), (d, c), (0, d - b)\}$  دو عضو دارد.  $a + b$  کدام است؟ ( $a, b > 0$ )

۳- به ازای کدام مقدار  $a$ ، رابطه غیر تهی  $x^2 + y^2 = -8x + 2y - a$  تابع است؟

۴- اگر رابطه  $f = \{(2, a), (a, a^2 - 2), (a, 3a - 4), (a^3 - 6, b)\}$  یک تابع باشد، حاصل  $a^2 - b^2$  کدام می‌تواند باشد؟

۵- در کره‌ای به شعاع ۳، استوانه قائمی با ارتفاع  $h$  محاط شده است. تابع حجم استوانه بر حسب  $h$  کدام است؟



۶- چه تعداد از رابطه‌های زیر نمی‌توانند تابع باشند؟

الف) رابطه‌ای که به هر فرد نوشیدنی مورد علاقه او را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.

پ) رابطه‌ای که به هر عدد صحیح مخالف صفر که در نامعادله  $x^2 - 4 < 0$  صدق کند، مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن عدد را نسبت می‌دهد.

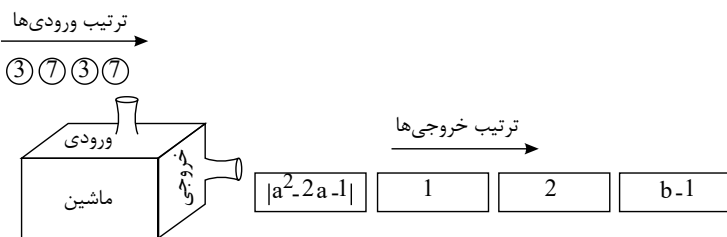
ث) رابطه‌ای که دامنه آن، اعداد صحیح مجموعه جواب نامعادله  $|x - 1| < 1$  و برد آن، اعداد طبیعی مجموعه جواب نامعادله  $2x^2 - 18 < 0$  است.

۷- اگر  $f(x)$  یک تابع خطی و  $f(2) = 1$  و  $f(3) = f(-3) + 4$  باشد، آن‌گاه نمودار تابع  $f$  محور  $y$  ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۸- در تابع درجه سوم  $f(x) = -x^3 + ax^2 + x + 2$ ، رابطه  $f\left(\frac{3}{2}\right) - f(2) + f\left(-\frac{3}{2}\right) = 5$  برقرار است. مقدار  $f(1) + f(2)$  کدام است؟

۹- شکل زیر، نشانگر یک ماشین است که ورودی‌هایی را تحویل گرفته و متناظراً خروجی‌هایی را تحویل داده است. اگر این ماشین یک تابع باشد، حداکثر

مقدار ممکن برای  $ab$  کدام است؟



۱۰- در کدام یک از معادلات زیر،  $y$  تابعی از  $x$  است؟



۱۱- دو تابع  $f(x) = \frac{b}{x+3}$  و  $g(x) = \frac{x-a}{x^2+cx+d}$  برابرند. حاصل  $\frac{abc}{d}$  کدام است؟

۱۲- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x^2 - 8x - b + 1}{x^2 + ax - 10}$  به صورت  $D_f = \mathbb{R} - \{5, b\}$  و  $f(c) = 1$  باشد، آن گاه  $c$  کدام است؟

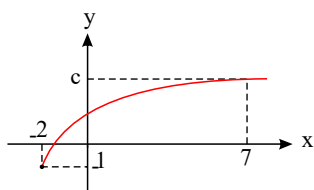
۱۳- تابع  $f(x) = 3x + 2$  با دامنه  $[-1, 2]$  مفروض است. اگر برد تابع  $f$  دامنه تابع  $g(x) = \frac{x-1}{2}$  باشد، بزرگ ترین عضو صحیح برد تابع  $g$  کدام است؟

۱۴- به ازای چه مقادیری از  $m$  دامنه تابع  $f(x) = \frac{x+1}{(m-1)x^2 + (2m-1)x - 1}$  مجموعه اعداد حقیقی است؟



۱۵- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x+2}{x^2+ax-12}$  به صورت  $\mathbb{R} - \{b-1, -b\}$  باشد، تعداد اعداد صحیح بازه  $[-4a, 6a]$  که عضو دامنه تابع  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-4}}$  هستند، کدام است؟

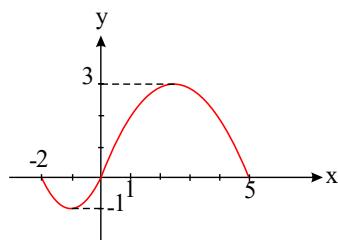
۱۶- برد تابع  $f(x) = \frac{[x]}{\sqrt{x-x^2}}$  شامل چند عدد صحیح است؟  $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.



۱۷- نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x+a} + b$  به صورت مقابل است.  $a + b + c$  کدام است؟

۱۸- دامنه تابع گویای  $f(x) = \frac{x^2+3+\frac{1}{x}}{x^2+6x+k}$  به صورت  $D_f = \mathbb{R} - \{a, b\}$  است. مقدار  $|k+a+b|$  کدام است؟

۱۹- کدام گزینه در مورد توابع  $f(x) = \frac{1}{(|x|+1)|x|}$  و  $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2}}$  درست است؟



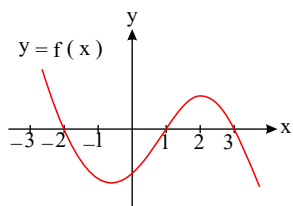
۲۰- اگر نمودار تابع  $y = f(x + 2)$  به صورت زیر باشد، دامنه عبارت  $\sqrt{xf(1 - \frac{x}{2})}$  به کدام صورت است؟

۲۱- اگر  $f(x) = 3^x - 1$  باشد، دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{(x+1)f(x)}{x+2}}$  کدام است؟

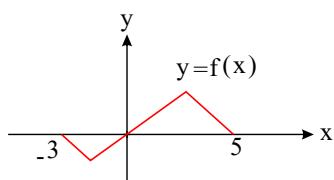
۲۲- مجموع اعداد صحیح عضو دامنه تابع  $y = \sqrt{\cos x}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

۲۳- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x}{2x^2 + ax + b}$  به صورت  $\mathbb{R} - \{3\}$  باشد،  $a - b$  کدام است؟

۲۴- اگر برد تابع  $y = -|\cos x| - 1$  به صورت  $[a, b]$  باشد، حاصل  $b - a$  کدام است؟



۲۵- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  مطابق شکل روبه‌رو باشد، دامنه تابع  $y = \log(x \cdot f(x))$  کدام است؟



۲۶- اگر شکل زیر تابع  $y = f(x)$  را نشان دهد، دامنه تابع با ضابطه  $g(x) = \sqrt{xf(-\frac{x}{2})}$  کدام است؟

۲۷- اگر  $U = [-2, 5]$  مجموعه مرجع و  $A = (-1, 2]$  و  $B = (1, 3]$  باشند، چند عدد صحیح از مجموعه مرجع، در مجموعه  $A \cup B'$  قرار نمی‌گیرد؟

۲۸- از یک مدرسه ۱۲۰ نفری، ۴۸ نفر در دوره‌ی ورزشی فوتبال، ۳۶ نفر در دوره‌ی ورزشی والیبال و ۷۰ نفر حداقل در یکی از این دو دوره‌ی ورزشی ثبت‌نام کرده‌اند. تعداد افرادی که فقط در یک دوره‌ی ورزشی ثبت‌نام کرده‌اند، کدام است؟



۲۹- اگر  $n(U) = 40$  و  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم، در مجموعه‌ی مرجع  $U$  باشند و  $n[(A - B) \cup (B - A)] = 30$  باشد،  $n(A \cup B)$  کدام است؟

۳۰- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟





## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ مجموع دو عبارت نامنفی زمانی صفر است که هردو باهم صفر باشند.

$$\text{الف) } |y^2 - 1| + (1 - x^2) = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow |y^2 - 1| = 0 \Rightarrow y^2 - 1 = 0 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

برای  $x = 1$  دو مقدار برای  $y$  به دست آمده است. پس تابع نیست.

$$\text{ب) } |y| = \sqrt{x} \pm \sqrt{-x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \{(0, 0)\}$$

این رابطه فقط از زوج مرتب  $(0, 0)$  تشکیل شده است. پس تابع است.

$$\text{ج) } |x| - |y| = 0 \Rightarrow x = y \Rightarrow 2 - |y| = 0 \Rightarrow |y| = 2 \Rightarrow y = \pm 2 \Rightarrow \text{تابع نیست}$$

$$\text{د) } |x| + |y| = 0 \Rightarrow \begin{cases} |x| = 0 \Rightarrow x = 0 \\ |y| = 0 \Rightarrow y = 0 \end{cases} \Rightarrow \{(0, 0)\} \Rightarrow \text{تابع است}$$

۲ - گزینه ۴ ابتدا شرط تابع بودن را در نظر می‌گیریم.

$$(0, b) = (0, d - b) \Rightarrow d - b = b \Rightarrow d = 2b$$

$$f = \{(2b, 1), (a + c, a - b), (0, b), (2b, c)\}$$

$$(2b, 1) = (2b, c) \Rightarrow c = 1 \Rightarrow f = \{(2b, 1), (a + 1, a - b), (0, b)\}$$

حال با توجه به این که تابع  $f$  شامل دو زوج مرتب است، حالات زیر را داریم:

$$(2b, 1) = (0, b) \Rightarrow 2b = 0, \quad b = 1 \Rightarrow b = 0, \quad b = 1 \Rightarrow \text{غیر ممکن}$$

$$(a + 1, a - b) = (0, b) \Rightarrow a + 1 = 0 \Rightarrow a = -1, \quad a - b = b \Rightarrow -1 = 2b \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

چون  $a, b > 0$  پس  $a = -1$  و  $b = -\frac{1}{2}$  نیز غیر قابل قبول است.

$$(2b, 1) = (a + 1, a - b) \Rightarrow \begin{cases} 2b = a + 1 \Rightarrow a = 2b - 1 \\ a - b = 1 \Rightarrow 2b - 1 - b = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$a + b = 3 + 2 = 5$$

۳ - گزینه ۳

$$x^2 + y^2 = -8x + 2y - a \Rightarrow x^2 + 8x + y^2 - 2y = -a$$

در عبارت فوق مربع‌های کاملی بر حسب  $x$  و  $y$  تشکیل می‌دهیم.

$$(x + 4)^2 - 16 + (y - 1)^2 - 1 = -a \Rightarrow (x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 17 - a$$

رابطه فوق زمانی تابع غیر تهی است که  $17 - a$  برابر صفر باشد.

$$17 - a = 0 \Rightarrow a = 17 \Rightarrow (x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \\ y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

رابطه فوق از تک زوج مرتب  $(-4, 1)$  تشکیل شده است که تابع می‌باشد.  $\{(-4, 1)\}$

۴ - گزینه ۴

$$f = \{(2, a), (a, a^2 - 2), (a, 3a - 4), (a^3 - 6, b)\}$$

$$\text{شرط تابع بودن} \Rightarrow a^2 - 2 = 3a - 4 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 2) = 0 \Rightarrow a = 1, a = 2$$

$$a = 1: f = \{(2, 1), (1, -1), (-5, b)\} \Rightarrow b \in \mathbb{R} \Rightarrow b^2 \geq 0 \Rightarrow -b^2 \leq 0$$

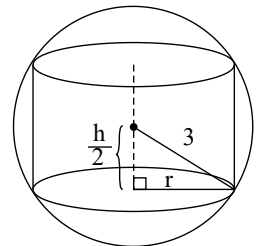
$$a = 2: f = \{(2, 2), (2, 2), (2, b)\} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a^2 - b^2 = 4 - 4 = 0$$

باتوجه به رابطه (۱) گزینه ۴ صحیح است.

۵ - گزینه ۳ اگر شعاع قاعده استوانه را  $r$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 = 3^2 \Rightarrow \frac{1}{4}h^2 + r^2 = 9 \Rightarrow r^2 = 9 - \frac{1}{4}h^2$$

$$V = \pi r^2 h = \pi \left(9 - \frac{1}{4}h^2\right) h$$



۶ - گزینه ۳ الف) تابع نیست، زیرا ممکن است یک فرد به چندین نوشیدنی متفاوت علاقه داشته باشد.

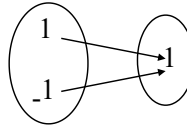
ب) تابع نیست، زیرا مثلاً عدد ۲۵ دارای دو ریشه دوم ۵ و -۵ است.

پ) ابتدا نامعادله  $x^2 - 4 < 0$  را حل می‌کنیم:



$$x^2 - 4 < 0 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow -2 < x < 2$$

تابع است.  $\Rightarrow 1 = \text{مقسوم علیه های طبیعی } \pm 1 \Rightarrow \{-1, 1\} = \text{اعداد صحیح مخالف صفر}$

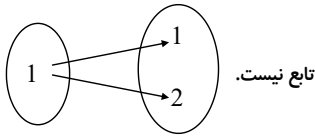


(ت) ابتدا نامعادله  $|x - 1| < 1$  را حل می کنیم:

$$|x - 1| < 1 \Rightarrow -1 < x - 1 < 1 \Rightarrow 0 < x < 2 \Rightarrow \text{دامنه} = \{1\}$$

حال نامعادله  $2x^2 - 18 < 0$  را حل می کنیم:

$$2x^2 - 18 < 0 \Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3 \xrightarrow{\text{اعداد طبیعی}} \text{برد} = \{1, 2\}$$



۷ - گزینه ۴ تابع خطی را به صورت  $f(x) = ax + b$  نشان می دهند.

$$f(3) = f(-3) + 4 \Rightarrow 3a + b = -3a + b + 4 \Rightarrow 6a = 4 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$f(2) = 1 \Rightarrow 2a + b = 1 \xrightarrow{a = \frac{2}{3}} \frac{4}{3} + b = 1 \Rightarrow b = \frac{-1}{3}$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت  $f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$  است که اگر در ضابطه به جای  $x$  عدد صفر قرار دهیم مقدار  $y = \frac{-1}{3}$  حاصل شود.

۸ - گزینه ۲

$$f\left(\frac{3}{2}\right) - f(2) + f\left(-\frac{3}{2}\right) = 5$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{27}{8} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2} + 2\right) - (-8 + 4a + 2 + 2) + \left(\frac{27}{8} + \frac{9}{4}a - \frac{3}{2} + 2\right) = 5$$

$$\Rightarrow \frac{9}{2}a - 4a + 8 = 5 \Rightarrow \frac{a}{2} = -3 \Rightarrow a = -6$$

$$\text{پس: } f(x) = -x^2 - 6x^2 + x + 2 \Rightarrow f(1) + f(2) = -1 - 6 + 1 + 2 - 8 - 24 + 2 + 2 = -32$$

۹ - گزینه ۳ اگر تابع داده شده را به صورت زوج مرتبی بنویسیم، داریم:

$$\{(3, |a^2 - 2a - 1|), (y, 1), (3, 2), (y, b - 1)\}$$

حال با در نظر گرفتن شرط تابع بودن داریم:

$$(y, 1) = (y, b - 1) \Rightarrow b - 1 = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$(3, |a^2 - 2a - 1|) = (3, 2) \Rightarrow |a^2 - 2a - 1| = 2 \Rightarrow a^2 - 2a - 1 = \pm 2$$

$$a^2 - 2a - 1 = 2 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow (a - 3)(a + 1) = 0 \Rightarrow a = 3, a = -1$$

$$a^2 - 2a - 1 = -2 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a - 1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

حداکثر  $a \cdot b$  به ازای  $a = 3$  و  $b = 2$  حاصل می شود، پس داریم:

$$\text{Max}(ab) = 3 \times 2 = 6$$

۱۰ - گزینه ۳

گزینه ۱) تابع نیست.  $|x| + |y| = 1, x = 0 \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

گزینه ۲)  $y^2 + x^2 = -1 \Rightarrow y^2 = -x^2 - 1, x = -2 \Rightarrow y^2 = -(-2)^2 - 1 = 7$

$\Rightarrow y^2 = 7 \Rightarrow y = \pm\sqrt{7}$ . تابع نیست.

گزینه ۳)  $|y| + x^2 + 1 - 2x = 0 \Rightarrow |y| + (x - 1)^2 = 0$

مجموع دو عبارت نامنفی زمانی صفر است که هر دو باهم صفر باشند.

تابع است.  $y = 0, x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \{(1, 0)\}$

گزینه ۴)  $y = \begin{cases} x + 2 & x \geq 0 \\ x - 1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2$  تابع نیست.

۱۱ - گزینه ۲

$$f(x) = \frac{b}{x + 3} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$$

چون دو تابع برابرند پس دامنه تابع  $g$  هم باید به صورت  $D_g = \mathbb{R} - \{-3\}$  باشد، بنابراین مخرج تابع  $g$  باید ریشه مضاعف  $x = -3$  داشته باشد، که داریم:



$$x^2 + cx + d = (x + 3)^2 \Rightarrow x^2 + cx + d = x^2 + 6x + 9 \Rightarrow c = 6, d = 9$$

$$g(x) = \frac{x-a}{(x+3)^2} \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{b}{x+3} = \frac{x-a}{(x+3)^2} \Rightarrow b = \frac{x-a}{x+3}$$

$$\Rightarrow x-a = bx + 3b \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ -a = 3 \Rightarrow a = -3 \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{d} = \frac{-3 \times 1 \times 6}{9} = -2$$

۱۲ - گزینه ۱ چون دامنه تابع  $f$  به صورت  $\mathbb{R} - \{5, b\}$  است، پس  $x = 5$  ریشهٔ مخرج  $f$  است.

$$5^2 + 5a - 10 = 0 \Rightarrow a = -3$$

با جای گذاری  $a = -3$ ، مخرج تابع  $f$  را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا  $b$  نیز به دست آید:

$$x^2 - 3x - 10 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = -2 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

با جای گذاری  $a = -3$  و  $b = -2$ ، معادلهٔ  $f(c) = 1$  را حل می‌کنیم:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 - 3x - 10} \xrightarrow{f(c)=1} c^2 - 3c + 3 = c^2 - 3c - 10 \Rightarrow 5c = 13 \Rightarrow c = \frac{13}{5} = 2,6$$

۱۳ - گزینه ۳

$$f(x) = 3x + 2, D_f = [-1, 2] \Rightarrow -1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq 3x \leq 6$$

$$-3 + 2 \leq 3x + 2 \leq 6 + 2 \Rightarrow -1 \leq f(x) \leq 8 \Rightarrow R_f = [-1, 8]$$

$$\Rightarrow D_g = [-1, 8] \Rightarrow -1 \leq x \leq 8 \Rightarrow -1 - 1 \leq x - 1 \leq 8 - 1$$

$$\Rightarrow -2 \leq x - 1 \leq 7 \Rightarrow -1 \leq \frac{x-1}{2} \leq 3,5 \Rightarrow -1 \leq g(x) \leq 3,5$$

$$R_g = [-1, 3,5] \Rightarrow \text{بزرگ‌ترین عضو صحیح} = 3$$

۱۴ - گزینه ۳ چون تابع کسری است و دامنهٔ تابع، مجموعهٔ اعداد حقیقی است پس مخرج کسر هیچ‌گاه صفر نمی‌شود و داریم:

$$(m-1)x^2 + (2m-1)x - 1 \neq 0 \rightarrow \Delta = (2m-1)^2 - 4(m-1)(-1) < 0$$

$$\rightarrow 4m^2 - 4m + 1 + 4m - 4 < 0 \rightarrow 4m^2 - 3 < 0 \rightarrow 4m^2 < 3$$

$$\rightarrow m^2 < \frac{3}{4} \rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{2} < m < \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۱۵ - گزینه ۳ چون دامنهٔ تابع  $f$  به صورت  $\mathbb{R} - \{b-1, -b\}$  می‌باشد، پس  $b-1$  و  $-b$  ریشه‌های مخرج هستند و داریم:

$$x^2 + ax - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -b \\ x_2 = b-1 \end{cases} \Rightarrow \overbrace{x_1 + x_2}^{\frac{b}{a}} = -1 \Rightarrow -\frac{a}{1} = -1 \Rightarrow a = 1$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{|x|-4}} \Rightarrow |x|-4 > 0 \Rightarrow |x| > 4 \Rightarrow x < -4 \text{ یا } x > 4$$

$$a = 1 \Rightarrow [-4a, 4a] = [-4, 4]$$

اعداد صحیحی از بازهٔ  $[-4, 4]$  که عضو دامنهٔ تابع  $g$  هستند عبارتند از: ۵ و ۶

۱۶ - گزینه ۲

ابتدا دامنهٔ تعریف تابع را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{[x]}{\sqrt{x-x^2}} \rightarrow x-x^2 > 0 \rightarrow x^2-x < 0 \rightarrow x(x-1) < 0 \rightarrow 0 < x < 1$$

$$0 < x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow f(x) = \frac{0}{\sqrt{x-x^2}} \rightarrow f(x) = 0$$

پس برد تابع  $f(x)$  شامل یک عدد صحیح است.

۱۷ - گزینه ۲ با در نظر گرفتن دامنهٔ تابع از روش شکل و از روی ضابطه داریم:

$$f(x) = \sqrt{x+a} + b \Rightarrow x+a \geq 0 \Rightarrow x \geq -a \left. \begin{array}{l} \Rightarrow -a = -2 \Rightarrow a = 2 \\ \text{از روی شکل: } x \geq -2 \end{array} \right\}$$

$$f(x) = \sqrt{x+2} + b \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = -2 \\ y = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow f(-2) = -1 \Rightarrow \sqrt{-2+2} + b = -1 \Rightarrow b = -1$$



$$f(x) = \sqrt{x+2} - 1 \Rightarrow c = f(7) \Rightarrow c = \sqrt{9} - 1 = 3 - 1 = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$a + b + c = 2 - 1 + 2 = 3$$

۱۸ - گزینه ۲ با توجه به وجود  $\frac{1}{x}$  در ضابطه تابع  $f$ ، پس  $x = 0$  در دامنه تابع  $f$  قرار ندارد یعنی یکی از دو مقدار  $a$  و  $b$  برابر صفر است. (مثلاً  $a = 0$ ). حال چون فقط یک عدد دیگر ( $b$ ) در دامنه  $f$  وجود ندارد، دو حالت به وجود می آید.

حالت ۱- مخرج ریشه مضاعف دارد و آن ریشه مضاعف هم همان  $b$  است.

$$x^2 + 6x + k = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 36 - 4k = 0 \Rightarrow k = 9 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x+3)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow b = -3 \Rightarrow |k + a + b| = |9 + 0 - 3| = 6$$

حالت ۲- مخرج دو ریشه دارد که یکی از آن‌ها  $x = 0$  است.

$$x^2 + 6x + k = 0 \xrightarrow{x=0} k = 0 \Rightarrow x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -6 \Rightarrow b = -6 \end{cases}$$

$$|k + a + b| = |0 + 0 - 6| = 6$$

۱۹ - گزینه ۳

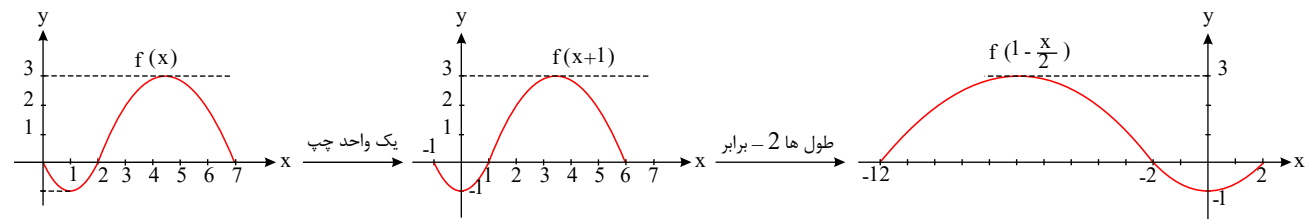
$$f(x) = \frac{1}{(|x|+1)|x|} \Rightarrow (|x|+1)|x| = 0 \Rightarrow \begin{cases} |x|+1 = 0 \rightarrow \text{غیر ممکن} \\ |x| = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2}} = \frac{1}{|x|} \Rightarrow |x| = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

با توجه به اینکه  $|x|$  عبارتی نامنفی است و  $x \neq 0$ ، پس هر دو تابع مقادیر مثبتی دارند و دامنه‌های  $f$  و  $g$  نمی‌توانند زیرمجموعه برد آنها باشند. بنابراین فقط گزینه ۳ صحیح است.

$$D_f = D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

۲۰ - گزینه ۱ نمودار  $f(x+2)$  را دو واحد به راست منتقل می‌کنیم تا نمودار  $f(x)$  حاصل شود.



برای تعیین دامنه  $\sqrt{xf(1-\frac{x}{2})}$  باید نامعادله زیر را حل کنیم.

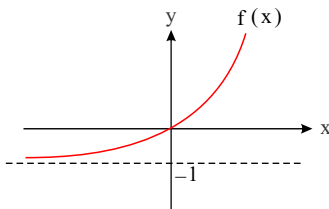
$$xf(1-\frac{x}{2}) \geq 0$$

x	$-\infty$	-۲	-۲	۰	۲	$+\infty$
x			-	-	۰	+
$f(1-\frac{x}{2})$		۰	+	۰	-	۰
$xf(1-\frac{x}{2})$		۰	-	۰	+	۰

$$\Rightarrow D_f = [-2, 0] \cup \{-12, 2\}$$

۲۱ - گزینه ۲

با توجه به نمودار تابع  $f(x) = 3^x - 1$ ، جواب معادله  $f(x) = 0$  برابر  $x = 0$  است.



حال عبارت زیر رادیکال را تعیین علامت می‌کنیم:

x	$-\infty$	-۲	-۱	۰	$+\infty$		
f(x)		-	-	-	۰	+	
x+1		-	-	۰	+	+	
x+۲		-	۰	+	+	+	
عبارت $\geq 0$		-	+	۰	-	۰	+

$$\Rightarrow D_g = (-2, -1] \cup [0, +\infty)$$



$$y = \sqrt{\cos x} \Rightarrow \cos x \geq 0 \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} \underbrace{0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}}_{\text{ناحیه اول}} \text{ یا } \underbrace{\frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi}_{\text{ناحیه چهارم}} \quad (1)$$

با توجه به این که  $\pi \simeq 3,14$  داریم:

$$x \in \mathbb{Z} \xrightarrow{(1)} x = 0 \text{ و } 1, 5, 6 \Rightarrow 0 + 1 + 5 + 6 = 12$$

۲۳ - گزینه ۱ چون  $D_f = \mathbb{R} - \{3\}$  می باشد پس عبارت درجه دوم منفرجه کسر باید ریشه مضاعف ۳ داشته باشد، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} 2(x-3)^2 &= 2x^2 + ax + b \rightarrow 2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2 + ax + b \\ \rightarrow 2x^2 - 12x + 18 &= 2x^2 + ax + b \rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 18 \end{cases} \rightarrow a - b = -30 \end{aligned}$$

۲۴ - گزینه ۱

$$-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |\cos x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -|\cos x| \leq 0 \Rightarrow -1 - 1 \leq -|\cos x| - 1 \leq 0 - 1$$

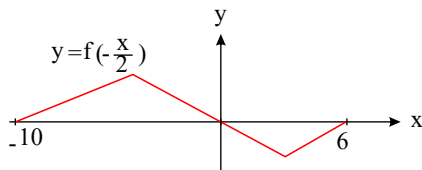
$$\Rightarrow -2 \leq y \leq -1 \Rightarrow \text{برد تابع} = [-2, -1] \Rightarrow a = -2, b = -1 \Rightarrow b - a = -1 - (-2) = 1$$

۲۵ - گزینه ۲ همانطور که می دانید عبارت جلوی لگاریتم باید مثبت باشد، پس داریم:

$$x \cdot f(x) > 0 \xrightarrow{\text{هم علامت اند. } f(x) \text{ و } x} \begin{cases} x > 0 \\ f(x) > 0 \\ \rightarrow x \in (1, 3) \\ x < 0 \\ f(x) < 0 \\ \rightarrow x \in (-2, 0) \end{cases}$$

بنابراین دامنه تابع  $y = \log(x \cdot f(x))$  برابر  $(-2, 0) \cup (1, 3)$  است.

۲۶ - گزینه ۳ برای رسم  $y = f(-\frac{1}{x})$  باید در نمودار  $y = f(x)$  طول نقاط را بر  $-\frac{1}{x}$  تقسیم کنیم (در ۲ ضرب کنیم).



زیر رادیکال باید بزرگتر مساوی صفر باشد:

$$g(x) = \sqrt{xf(-\frac{x}{2})} \Rightarrow xf(-\frac{x}{2}) \geq 0$$

x	$-\infty$	$-10$	$0$	$6$	$+\infty$
x			-		+
$f(-\frac{x}{2})$			+		-
$xf(-\frac{x}{2})$			-		-

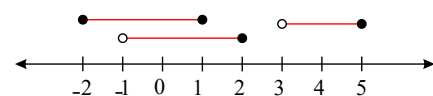
عبارت  $xf(-\frac{x}{2})$  در نقاط  $x = -10, 0, 6$  صفر و در مابقی نقاط منفی است، پس داریم:

$$D_g = \{-10, 0, 6\}$$

۲۷ - گزینه ۱ توجه کنید اگر  $U$  مجموعه مرجع باشد آن گاه  $A' = U - A$ .

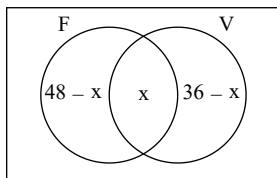
$$B = (1, 3] \rightarrow B' = [-2, 1] \cup (3, 5]$$

اکنون  $A \cup B'$  را روی محور نمایش می دهیم.



تنها عدد صحیحی که از مجموعه مرجع در  $A \cup B'$  قرار نمی گیرد  $x = 3$  است.

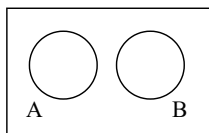
توجه کنید که  $n(F \cup V) = 70$  است.



$$\rightarrow 48 - x + x + 36 - x = 70 \rightarrow x = 14$$

تعداد افرادی که فقط در یک رشته ثبت نام کرده اند.  $= 48 - x + 36 - x = 48 - 14 + 36 - 14 = 56$

۲۹ - گزینه ۳ دو مجموعه جدا از هم اشتراکی ندارند.



$$\rightarrow A - B = A, B - A = B$$

۳۰. طبق فرض  $n(\underbrace{(A - B)}_A \cup \underbrace{(B - A)}_B) = n(A \cup B) = 30$  پس

۳۰ - گزینه ۱ دو مجموعه جدا از هم اشتراکی ندارند.

گزینه ها را بررسی می کنیم:

۱)  $(A \cap B)' = (\emptyset)' = U$

۲)  $A \cup B$  با مجموعه مرجع برابر نیست؛ بلکه زیر مجموعه ای از آن است.

۳)  $A - B = A \neq \emptyset$

۴) چون  $A \cup B$  با مجموعه مرجع برابر نیست، متمم آن هم تهی نیست؛ پس:  $(A \cup B)' \neq \emptyset$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۳	۱۱ - ۲	۱۶ - ۲	۲۱ - ۲	۲۶ - ۳
۲ - ۴	۷ - ۴	۱۲ - ۱	۱۷ - ۲	۲۲ - ۳	۲۷ - ۱
۳ - ۳	۸ - ۲	۱۳ - ۳	۱۸ - ۲	۲۳ - ۱	۲۸ - ۴
۴ - ۴	۹ - ۳	۱۴ - ۳	۱۹ - ۳	۲۴ - ۱	۲۹ - ۳
۵ - ۳	۱۰ - ۳	۱۵ - ۳	۲۰ - ۱	۲۵ - ۲	۳۰ - ۱