



علی هاشمی

نام آزمون: الگوهای غیر خطی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- هزینه‌ی تحصیل یک دانش‌آموز در سال ۱۳۸۸ با آهنگ رشد سالانه‌ی ۲۰ درصد رو به افزایش بوده و این روند به همین ترتیب تا سال ۱۳۹۴ ادامه پیدا کرده است. اگر هزینه‌ی تحصیل او در سال ۱۳۸۸ یک میلیون تومان بوده باشد، هزینه‌ی تحصیل او در سال ۱۳۹۴ کدام است؟

۲- به ترتیب مقدار تابع نمایی  $y = a^x$  به‌ازای ..... رو به رشد است و به‌ازای ..... رو به زوال است.

۳- جمله‌ی چندم دنباله‌ی هندسی با جملات  $1, 0.1, \dots, \frac{1}{p}$ ، شانزده برابر جمله‌ی ششم آن می‌باشد؟

۴- جمله‌ی اول و ششم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۳ و  $\frac{۳}{۳۲}$  می‌باشند. حد مجموع جملات دنباله کدام است؟

۵- نیم‌عمر یک داروی تزریقی در بدن ۴ ساعت است. اگر بخواهیم ۲ ساعت بعد از تزریق، ۱ میلی‌گرم از آن در بدن موجود باشد، باید در ابتدا چند میلی‌گرم از این دارو را تزریق کنیم؟ ( $\sqrt{۲} = ۱.۴$ )



۶- در دنباله‌ی هندسی  $\dots, \frac{8}{27}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}$ ، حد مجموع جملات کدام است؟

۷- اگر قیمت یک کفش در طول دو سال از ۱۵۰۰۰ تومان به ۲۱۶۰۰ تومان افزایش یابد، آهنگ رشد سالانه‌ی قیمت این کفش چند درصد است؟

۸- اگر نیم‌عمر یک ماده ۲٫۵ ساعت باشد، پس از چند ساعت از ۴۸ گرم این ماده فقط ۳ گرم باقی می‌ماند؟

۹- در یک دنباله‌ی هندسی افزایشی، مجموع جملات سوم و چهارم، ۸ برابر مجموع جملات اول و دوم است. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

۱۰- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، مجموع جمله‌های دوم و چهارم برابر ۵ و جمله‌ی ششم ۱۵ واحد از جمله‌ی دوم بیشتر است. جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

۱۱- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع شش جمله‌ی اول، ۲۸ برابر مجموع ۳ جمله‌ی اول می‌باشد. نسبت مشترک این دنباله کدام است؟



۱۲- اگر حد مجموع دنباله‌ی هندسی  $2, \dots, k$  برابر ۸ باشد،  $k$  کدام است؟

۱۳- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، اگر مجموع دو جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی نصف مجموع جملات سوم و چهارم آن باشد. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۱۴- در دنباله‌ی هندسی  $2, 000, \dots, \frac{-2}{3}, \frac{2}{9}$  نسبت مجموع جملات ردیف زوج به مجموع جملات ردیف فرد برابر کدام است؟ (تعداد جملات دنباله‌ی مورد نظر زوج می‌باشد).

۱۵- در یک دنباله‌ی هندسی  $a_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$  است. حد مجموع جملات این دنباله کدام است؟

۱۶- کارفرمایی با یک کارگر مبتدی توافق کرده که اجرت روز اول ۶۴۰ تومان باشد و تا پایان هفته، اجرت هر روز نسبت به روز قبل ۵۰ درصد افزایش داشته باشد. مجموع اجرت ۶ روز اول کارگر چند تومان است؟



۱۷- اگر قیمت کالایی پس از دو سال از ۳۰۰۰۰ ریال به ۴۳۲۰۰ ریال رسیده باشد، متوسط نرخ تورم سالانه چند درصد است؟

۱۸- یک استخوان فسیل شده با قدمت ۲۸۵۰ سال پیدا شده است، انتظار می‌رود تقریباً چند درصد از کربن  $C^{14}$  در آن باقی مانده باشد؟ (نیم عمر کربن  $C^{14}$ ، ۵۷۰۰ سال است.)

۱۹- اگر حد مجموع جملات دنباله هندسی  $\dots, 5^{a-2}, 5^{a-1}, 5^a$  برابر  $\frac{125}{4}$  باشد،  $a$  کدام است؟

۲۰- در یک دنباله هندسی با قدر نسبت منفی، اگر جمله چهارم ۲۷ و جمله دوم ۳ باشد، مجموع شش جمله اول دنباله کدام است؟

۲۱- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت تفاضل جمله اول از جمله چهارم برابر ۲۸ و تفاضل جمله اول از جمله دوم برابر ۴ است. قدر نسبت دنباله هندسی کدام است؟



۲۲- در دنباله‌ی حسابی  $\{a_n\}$  اگر  $a_1 = 2$  و  $a_8 - a_7 = 12$  باشد و جملات اول و پنجم این دنباله به ترتیب برابر جملات اول و سوم دنباله‌ی هندسی  $\{t_n\}$  باشند و  $a_7 \neq t_7$  باشد، جمله‌ی دوم دنباله‌ی هندسی کدام است؟

۲۳- مجموع  $n$  جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی به صورت  $S_n = n^2 + \frac{n}{2}$  می‌باشد. جمله‌ی دهم این دنباله‌ی حسابی کدام است؟

۲۴- کدام گزینه می‌تواند بیانگر یک دنباله‌ی هندسی باشد؟

۲۵- حد مجموع دنباله‌ی هندسی  $\dots, \frac{1}{27}, \frac{1}{9}, 3$ ، کدام است؟

۲۶- حد مجموع جملات دنباله‌ی هندسی  $\dots, \frac{9}{2}, 6, 8$ ، کدام است؟

۲۷- در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی چهارم ۸ برابر جمله‌ی اول است. اگر جمله‌ی ششم ۲۴ باشد، مجموع شش جمله‌ی اول آن، کدام است؟



۲۸- حد مجموع جملات یک دنباله هندسی،  $\frac{27}{2}$  قدر نسبت آن است. اگر جمله اول ۳ باشد، نسبت مشترک این دنباله کدام می تواند باشد؟

۲۹- اگر  $\frac{1}{3}$ ،  $\frac{\sqrt{x+2}}{3}$  و ۲ سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، مقدار  $x$  کدام است؟

۳۰- در یک دنباله هندسی با نسبت مشترک  $1 < |r|$ ، حد مجموع جملات  $\frac{3}{2}$  جمله اول است. نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

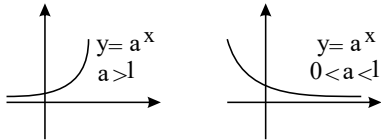


## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

$$A_t = A_0(1+r)^t \Rightarrow A_6 = 1,000,000 \times (1+0.2)^6 = 10^6 \times (1.2)^6 \Rightarrow A_6 = 1.2^6 \text{ تومان}$$

۲ - گزینه ۲ تابع نمایی  $y = a^x$  به ازای  $a > 1$  روبه رشد و به ازای  $0 < a < 1$  رو به زوال است.



۳ - گزینه ۲ در هر دنباله هندسی با جمله اول  $a_1$  و نسبت مشترک  $r$  جمله  $n$ ام از رابطه  $a_n = a_1 r^{n-1}$  به دست می آید.

$$\frac{1}{2}, -1, \dots \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}, r = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$a_6 = a_1 r^5 = \frac{1}{2}(-2)^5 = \frac{-32}{2} = -16$$

طبق صورت سوال

$$\rightarrow a_n = 16a_6 \Rightarrow a_n = 16(-16) = -256$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow -256 = \frac{1}{2}(-2)^{n-1} \Rightarrow -512 = (-2)^{n-1}$$

$$\Rightarrow (-2)^9 = (-2)^{n-1} \Rightarrow n-1 = 9 \Rightarrow n = 10 \text{ جمله دهم}$$

۴ - گزینه ۳ در هر دنباله هندسی با جمله اول  $a_1$  و نسبت مشترک  $r$  جمله  $n$ ام از رابطه  $a_n = a_1 r^{n-1}$  به دست می آید.

$$a_6 = a_1 r^5 \Rightarrow \frac{3}{32} = 3 \times (r)^5$$

$$\Rightarrow r^5 = \frac{\frac{3}{32}}{3} = \frac{1}{32} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-r} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{3}{1-\frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = \frac{3}{1} = 3 = 6$$

۵ - گزینه ۱ می دانیم که  $b = \left(\frac{1}{3}\right)^t$  است که  $b$  کسری از ماده است که باقی مانده و  $t$  تعداد نیم عمر است.

$$\text{تعداد نیم عمر در این سؤال برابر است با: } t = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

فرض کنیم در ابتدا  $x$  میلی گرم از ماده را تزریق کرده باشیم. در این صورت کسری از ماده که بعد از ۲ ساعت باقی مانده است برابر است با:  $b = \frac{1}{x}$  با جای گذاری در فرمول داریم:

$$\frac{1}{x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \sqrt{3} = 1.73$$

۶ - گزینه ۴ جد مجموع (مجموع همه جملات) یک دنباله هندسی با جمله اول  $a_1$  و نسبت مشترک  $r$  ( $|r| < 1$ ) از رابطه  $S_{\infty} = \frac{a_1}{1-r}$  بدست می آید.

$$\frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{8}{27}, \dots : a_1 = \frac{3}{2}, r = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{9} \rightarrow S_{\infty} = \frac{\frac{3}{2}}{1-\frac{4}{9}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{9}} = \frac{27}{10} = 2.7$$

۷ - گزینه ۲

$$A_t = A_0(1+r)^t \Rightarrow 21600 = 15000(1+r)^2$$

$$\Rightarrow (1+r)^2 = \frac{21,600}{15,000} \Rightarrow (1+r)^2 = 1.44 \Rightarrow 1+r = 1.2 \Rightarrow r = 1.2 - 1 = 0.2$$

$$0.2 \times 100 = 20 \text{ درصد}$$

۸ - گزینه ۴ به ازای هر ۲.۵ ساعت، مقدار ماده نصف می شود تا ۳ گرم باقی بماند.



۴۸ گرم  $\xrightarrow{۲,۵ \text{ ساعت}}$  ۲۴ گرم  $\xrightarrow{۲,۵ \text{ ساعت}}$  ۱۲ گرم  $\xrightarrow{۲,۵ \text{ ساعت}}$  ۶ گرم  $\xrightarrow{۲,۵ \text{ ساعت}}$  ۳ گرم

بنابراین  
 $\rightarrow ۴ \times ۲,۵ = ۱۰ \text{ ساعت}$

۹ - گزینه ۳ جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول  $a_1$  و اختلاف مشترک  $r$  از رابطه‌ی  $a_n = a_1 r^{n-1}$  بدست می‌آید.  
 طبق فرض داریم:

$$a_p + a_q = \lambda(a_1 + a_r) \Rightarrow a_1 r^p + a_1 r^q = \lambda(a_1 + a_1 r) \Rightarrow a_1 r^p(1 + r) = \lambda a_1(1 + r)$$

$$\Rightarrow r^p = \lambda \xrightarrow[\text{دنباله افزایشی}]{r > 0} r = \sqrt{\lambda} = ۲\sqrt{۲}$$

۱۰ - گزینه ۱ در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول  $a_1$  و نسبت مشترک  $r$  جمله‌ی  $n$ ام از رابطه‌ی  $a_n = a_1 r^{n-1}$  بدست می‌آید.

$$a_p + a_q = ۵ \Rightarrow a_1 r + a_1 r^p = ۵ \Rightarrow a_1 r(1 + r^p) = ۵ \quad (I)$$

$$a_q - a_p = ۱۵ \Rightarrow a_1 r^q - a_1 r = ۱۵ \Rightarrow a_1 r(r^q - 1) = ۱۵ \quad (II)$$

(II) را به (I) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{a_1 r(r^q - 1)}{a_1 r(1 + r^p)} = \frac{۱۵}{۵} \Rightarrow \frac{r^q - 1}{r^p + 1} = ۳ \Rightarrow \frac{(r^q + 1)(r^q - 1)}{r^p + 1} = ۳$$

$$\Rightarrow r^q - 1 = ۳ \Rightarrow r^q = ۴ \Rightarrow r = \pm 2^{\frac{q}{n}} \xrightarrow{a_n > 0} r = ۲$$

$$a_1 r(1 + r^p) = ۵ \xrightarrow{r=2} ۱۰ a_1 = ۵ \Rightarrow a_1 = \frac{1}{۲}$$

۱۱ - گزینه ۳ روش اول:

مجموع  $n$  جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی با نسبت مشترک  $r$  و جمله‌ی اول  $a_1$  از رابطه‌ی  $S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$  بدست می‌آید.

اگر در دنباله‌ی داده‌شده نسبت مشترک  $r$  و جمله‌ی اول  $a_1$  را در نظر بگیریم، داریم:

$$S_8 = ۲۸S_7 \Rightarrow \frac{a_1(r^8 - 1)}{r - 1} = ۲۸ \times \frac{a_1(r^7 - 1)}{r - 1} \Rightarrow (r^8 - 1) = ۲۸(r^7 - 1)$$

$$\Rightarrow (r^8 - 1)(r^7 + 1) = ۲۸(r^7 - 1) \Rightarrow r^8 + 1 = ۲۸ \Rightarrow r^8 = ۲۷ \Rightarrow r = ۳$$

روش دوم: در هر دنباله‌ی هندسی  $\frac{S_{2n}}{S_n} = 1 + r^n$  است.

$$\frac{S_8}{S_7} = 1 + r^7 \rightarrow \frac{۲۸S_7}{S_7} = 1 + r^7 \rightarrow 1 + r^7 = ۲۸ \rightarrow r^7 = ۲۷ \rightarrow r = ۳$$

۱۲ - گزینه ۴ مجموع تمام جملات (حد مجموع) یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول  $a_1$  و نسبت مشترک  $r$  ( $|r| < 1$ ) برابر  $S_\infty = \frac{a_1}{1 - r}$  است.

در دنباله‌ی هندسی  $k, ۲, \dots$  جمله‌ی اول  $k$  و نسبت مشترک  $\frac{۲}{k}$  است.

$$S_\infty = ۸ \Rightarrow \frac{k}{1 - \frac{۲}{k}} = ۸ \Rightarrow \frac{k^2}{k - ۲} = ۸ \Rightarrow k^2 = ۸k - ۱۶ \Rightarrow k^2 - ۸k + ۱۶ = 0 \Rightarrow (k - ۴)^2 = 0 \Rightarrow k = ۴$$

۱۳ - گزینه ۱

$$a_1 + a_p = \frac{1}{r}(a_p + a_q)$$

$$a_1 + a_1 r = \frac{1}{r}(a_1 r^p + a_1 r^q)$$

$$a_1 + a_1 r = \frac{1}{r} r^p (a_1 + a_1 r)$$

$$1 = \frac{1}{r} r^p \Rightarrow r^p = \frac{1}{\frac{1}{r}} = r \Rightarrow r = \pm \sqrt[p]{r}$$

جملات دنباله مثبت هستند، بنابراین  $r = \sqrt[p]{r}$  قابل قبول است.

۱۴ - گزینه ۲

در یک دنباله‌ی هندسی اگر تعداد جملات زوج باشد، نسبت مجموع جملات ردیف زوج به مجموع جملات ردیف فرد برابر نسبت مشترک دنباله است.

اثبات نکته:

$$\frac{t_p}{t_1} = \frac{t_q}{t_p} = \dots = r$$





$$t_p = rt_1, t_p = rt_p \Rightarrow \frac{t_p + t_p + t_p + \dots + t_{pn}}{t_1 + t_p + \dots + t_{pn-1}} = \frac{r(t_1 + t_p + \dots + t_{pn-1})}{(t_1 + t_p + \dots + t_{pn-1})} = r$$

در این دنباله داریم:

$$r = \frac{t_p}{t_1} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{2}{9}} = \frac{-18}{6} = -3$$

نسبت مجموع جملات ردیف زوج به مجموع جملات ردیف فرد برابر  $(-3)$  می‌باشد.

۱۵ - گزینه ۳

$$a_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n = 3 \times \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$a_1 = 2, r = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{2}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 6$$

۱۶ - گزینه ۴ از صورت مسئله می‌توان فهمید که حقوق روزانه‌ی کارگر تشکیل یک دنباله‌ی هندسی با نسبت مشترک  $\frac{3}{2}$  می‌دهد.

$$\begin{cases} t_1 = 640 \text{ تومان} \\ t_p = 640 + \frac{50}{100} \times 640 = 960 \text{ تومان} \Rightarrow r = \frac{t_p}{t_1} = \frac{960}{640} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$S_n = \frac{t_1(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_p = \frac{64 \left(\left(\frac{3}{2}\right)^6 - 1\right)}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{640 \left(\frac{729}{64} - 1\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{640 \times \frac{665}{64}}{\frac{1}{2}} = \frac{6650}{\frac{1}{2}} = 13300 \text{ تومان}$$

۱۷ - گزینه ۲

$$A_t = A_0(1+r)^t \Rightarrow 43200 = 30000(1+r)^t \Rightarrow (1+r)^t = \frac{43200}{30000} \Rightarrow (1+r)^t = 1,44$$

$$\Rightarrow 1+r = 1,2 \Rightarrow r = 0,2 \Rightarrow \text{نرخ تورم سالانه} = 0,2 \times 100 = 20 \text{ درصد}$$

۱۸ - گزینه ۴

$$T = \frac{\text{عمر عنصر}}{\text{نیم‌عمر}} = \frac{2850}{5700} = \frac{1}{2}$$

$$b = \left(\frac{1}{2}\right)^T = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx \frac{1,4}{2} = 0,7$$

$$\text{درصد کربن باقی‌مانده} = 0,7 \times 100 = 70\%$$

۱۹ - گزینه ۲

$$r = \frac{5^{a-1}}{5^a} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-r} \Rightarrow \frac{125}{4} = \frac{5^a}{1 - \frac{1}{5}}$$

$$\Rightarrow \frac{125}{4} = \frac{5^a}{\frac{4}{5}} \Rightarrow 125 \times \frac{4}{5} = 4 \times 5^a \Rightarrow 25 = 5^a \Rightarrow 5^2 = 5^a \Rightarrow a = 2$$

۲۰ - گزینه ۳

$$\left. \begin{aligned} a_4 = 27 &\Rightarrow a_1 r^3 = 27 \\ a_4 = 3 &\Rightarrow a_1 r = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow r^2 = \frac{27}{3} = 9 \xrightarrow{r < 0} r = -3 \Rightarrow a_1 = -1$$

$$S_6 = \frac{-1 \times \left((-3)^{-6} - 1\right)}{-3 - 1} = \frac{-1 \times \left(\frac{1}{729} - 1\right)}{-4} = \frac{728}{4} = 182$$



$$\left. \begin{aligned} a_7 - a_1 = 28 &\Rightarrow a_1 r^6 - a_1 = 28 \\ a_7 - a_1 = 4 &\Rightarrow a_1 r - a_1 = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 (r^6 - 1) &= 28 \\ a_1 (r - 1) &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a_1 (r^6 - 1)}{a_1 (r - 1)} = \frac{28}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{r^6 - 1}{r - 1} = 7 \Rightarrow \frac{(r - 1)(r^5 + r^4 + r^3 + r^2 + r + 1)}{(r - 1)} = 7$$

$$\xrightarrow{r \neq 1} r^5 + r + 1 = 7 \Rightarrow r^5 + r - 6 = 0 \Rightarrow (r - 2)(r + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = 2 & \text{ق ق} \\ r = -3 & \text{غ غ} \end{cases}$$

چون جملات دنباله همگی مثبت هستند،  $r = -3$  قابل قبول نیست.

$$a_5 - a_7 = 12 \Rightarrow 3d = 12 \Rightarrow d = 4$$

$\Rightarrow$  دنباله‌ی حسابی: ۲, ۶, ۱۰, ۱۴, ۱۸

$$\Rightarrow \text{دنباله‌ی هندسی: } 2, t_7, 18, \dots \Rightarrow r^2 = \frac{18}{2} = 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

$$\xrightarrow{t_7 \neq a_7} t_7 = \pm 6 \longrightarrow t_7 = -6$$

در دنباله‌ی حسابی  $a_n = S_n - S_{n-1}$  است.

$$a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + \frac{10}{2}) - (9^2 + \frac{9}{2}) = 105 - 85.5 = 19.5$$

۲۴ - گزینه ۴ نکته: در یک دنباله‌ی هندسی با نسبت مشترک  $r$  داریم:

$$\frac{a_7}{a_1} = \frac{a_7}{a_7} = \frac{a_7}{a_7} = \dots = r$$

با توجه به نکته‌ی بالا، فقط گزینه‌ی ۴ بیانگر یک دنباله‌ی هندسی است:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{a_7}{a_1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{a_7}{a_7} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{a_7}{a_7} &= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{a_7}{a_1} = \frac{a_7}{a_7} \Rightarrow \text{دنباله، هندسی است}$$

۲۵ - گزینه ۴ نکته: حد مجموع (مجموع همه‌ی جملات) یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول  $a$  و نسبت مشترک  $r$  ( $-1 < r < 1$ )، برابر است با:

$$S = \frac{a}{1 - r}$$

$$3, \frac{1}{3}, \frac{1}{27}, \dots : a = 3, r = \frac{\frac{1}{3}}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\text{حد مجموع: } S = \frac{a}{1 - r} = \frac{3}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{3}{\frac{8}{9}} = \frac{3}{1} \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{8}$$

$$r = \frac{\text{هر جمله}}{\text{جمله‌ی قبلی}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$S_{\infty} = \text{حد مجموع} = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{8}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{8}{\frac{1}{4}} = \frac{4 \times 8}{1 \times 1} = 32$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_7 = 8a_1 \longrightarrow a_1 r^6 = 8a_1 \Rightarrow r^6 = 8 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_7 = 24 \longrightarrow a_1 r^6 = 24 \xrightarrow{r=2} 32a_1 = 24 \Rightarrow a_1 = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \rightarrow S_7 = \frac{a_1(1 - r^7)}{1 - r} = \frac{\frac{3}{4}(1 - 2^7)}{1 - 2} = -\frac{3}{4}(1 - 64) = \frac{3 \times 63}{4} = \frac{189}{4} = 47.25$$



$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-r} \Rightarrow \frac{27}{1-r} = \frac{3}{1-r} \Rightarrow 27r - 27r^2 = 6$$

$$\Rightarrow 27r^2 - 27r + 6 = 0 \Rightarrow 3(9r^2 - 9r + 2) = 0 \Rightarrow 9r^2 - 9r + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

$$\rightarrow \Delta = (-9)^2 - 4(9)(2) = 81 - 72 = 9$$

$$\Rightarrow r = \frac{-(-9) \pm \sqrt{9}}{2 \times 9} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{9+3}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \\ r_2 = \frac{9-3}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

باتوجه به گزینه‌ها،  $r = \frac{2}{3}$  است.

۲۹ - گزینه ۲ اگر  $a$  و  $b$  سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، آن‌گاه  $b^2 = n \times c$  و  $b$  را واسطه‌ی هندسی بین  $a$  و  $c$  می‌نامیم.

$$\frac{x+2}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x+6=18 \Rightarrow x=4$$

۳۰ - گزینه ۲

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-r} \Rightarrow \frac{3a_1}{2} = \frac{a_1}{1-r} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{1-r}$$

$$\Rightarrow 2 = 3 - 3r \Rightarrow 3r = 3 - 2 = 1 \Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۶ - ۴	۱۱ - ۳	۱۶ - ۴	۲۱ - ۱	۲۶ - ۴
۲ - ۲	۷ - ۲	۱۲ - ۴	۱۷ - ۲	۲۲ - ۱	۲۷ - ۱
۳ - ۲	۸ - ۴	۱۳ - ۱	۱۸ - ۴	۲۳ - ۳	۲۸ - ۱
۴ - ۳	۹ - ۳	۱۴ - ۲	۱۹ - ۲	۲۴ - ۴	۲۹ - ۲
۵ - ۱	۱۰ - ۱	۱۵ - ۳	۲۰ - ۳	۲۵ - ۴	۳۰ - ۲