



علی هاشمی

نام آزمون: الگوهای غیر خطی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- جمعیت یک روستا در حال حاضر ۱۰۰۰ است. اگر جمعیت این روستا با نرخ ثابت ۲۰ درصد در سال و به طور نمایی در حال کاهش باشد، مقدار جمعیت این روستا پس از گذشت ۸ سال تقریباً چند نفر خواهد شد؟ $(0.8^8 \simeq 0.16)$

۲- جمعیت شهری یک میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و نرخ ثابت ۱۰ درصد در سال باشد، جمعیت این شهر پس از ۳ سال حدوداً چند نفر خواهد بود؟

۳- اگر در یک دنباله هندسی جمله عمومی به صورت $a_n = \frac{1}{4}(-2)^{2n}$ و مجموع n جمله اول این دنباله برابر با ۳۴۱ باشد، مقدار n کدام است؟

۴- اگر عدد مثبت b واسطه هندسی بین دو عدد $\frac{1}{27}$ و ۲۴۳ باشد، با جمله چندم دنباله حسابی با جملات $-18, -15, \dots$ برابر است؟

۵- در دنباله هندسی با جمله عمومی $a_n = 5\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ مجموع جمله اول و نسبت مشترک دنباله کدام است؟



۶- کدام رابطه زیر، یک دنباله هندسی را بیان می کند؟

۷- جرم یک شهاب سنگ ۱۲ هزار کیلوگرم است. پس از ورود به جو زمین، در هر دقیقه ۱۰ درصد از جرم آن به خاطر تماس با جو زمین از بین می رود. پس از گذشت ۳ دقیقه از ورود به جو زمین، چند کیلوگرم از جرم آن باقی می ماند؟

۸- اگر $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+2} = 352$ کدام است؟

۹- در یک دنباله هندسی با جملات غیر صفر، مجموع جملات اول و سوم $\frac{2}{5}$ برابر مجموع جملات دوم و چهارم است. نسبت مشترک دنباله کدام است؟

۱۰- اگر $2^{2x+2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times \left(\frac{1}{24}\right)^2 \times 4^{3x}$ باشد، مقدار 3^{2x} کدام است؟



۱۱ - بین دو عدد ۳ و ۳۸۴ شش عدد طوری قرار داده‌ایم که هشت عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند. مجموع جمله‌های دوم، چهارم و ششم این دنباله کدام است؟ (۳، جمله اول دنباله است.)

۱۲ - حاصل $3\frac{2}{5} \times 2\frac{3}{5}$ برابر است با:

۱۳ - جمعیت ملخ‌های یک روستای کویری حدود ۱۰۰۰۰۰ برآورد می‌شود. اگر نرخ رشد ملخ‌ها ثابت و ۵ درصد در سال باشد، پس از گذشت ۱۰ سال جمعیت ملخ‌ها تقریباً چقدر خواهد بود؟ $1,28 \simeq (1,05)^5$

۱۴ - بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ سه واسطه هندسی قرار داده‌ایم. مجموع این ۳ واسطه کدام است؟ (قدر نسبت مثبت است.)

۱۵ - در یک دنباله هندسی با جملات متمایز، مجموع ۴ جمله اول ۱۰ برابر مجموع دو جمله اول است. کدام یک نسبت مشترک این دنباله می‌تواند باشد؟

۱۶ - در یک دنباله هندسی جمله پنجم $\frac{2}{81}$ و جمله دوم $-\frac{2}{3}$ است. جمله عمومی این دنباله کدام است؟



۱۷- مجموع هفت جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی $\frac{9}{2}, 3, 2, \dots$ کدام است؟

۱۸- در یک دنباله‌ی هندسی با نسبت مشترک بزرگ‌تر از یک، حاصل‌ضرب سه جمله‌ی ابتدایی ۲۱۶ و مجموع آن‌ها ۱۹ است. در این صورت جمله‌ی چهارم دنباله کدام است؟

۱۹- در یک دنباله‌ی هندسی کاهشی، حد مجموع جملات، سه برابر جمله‌ی اول است. نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

۲۰- اگر $\frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \dots$ یک دنباله‌ی هندسی باشد، حد مجموع جملات آن کدام است؟

۲۱- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، جمله‌ی پنجم ۱۶ برابر جمله‌ی اول است. اگر جمله‌ی ششم برابر ۴۰ باشد، مجموع شش جمله‌ی اول کدام است؟



۲۲- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، نسبت جمله‌ی هشتم به جمله‌ی پنجم برابر ۲۷ است. اگر حاصل ضرب جمله‌های اول و دوم ۱۲ باشد، جمله‌ی چهارم این دنباله کدام است؟

۲۳- جملات اول، سوم و نهم یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند. اختلاف مشترک این دنباله‌ی هندسی کدام است؟

۲۴- در یک دنباله‌ی هندسی افزایشی، مجموع جملات اول و سوم، سه برابر جمله‌ی دوم است. نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

۲۵- در یک دنباله‌ی هندسی کاهشی، جمله‌ی اول، ثلث مجموع تمام جملات بعدی است. نسبت مشترک این دنباله کدام است؟

۲۶- همه‌ی جملات دنباله‌ی هندسی $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \dots$ را نصف می‌کنیم. حد مجموع جملات دنباله کدام است؟

۲۷- در دنباله‌ی هندسی افزایشی $x, 21, y, 189, \dots$ حاصل $x + y$ کدام است؟



۲۸- در پنج جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی، مجموع دو جمله‌ی اول ۷۲ و مجموع دو جمله‌ی آخر ۹ می‌باشد. مجموع این پنج جمله کدام است؟

۲۹- از ۶۴ گرم یک عنصر، پس از یک ساعت و نیم، یک گرم باقی‌مانده است. نیم‌عمر این عنصر چند دقیقه است؟

۳۰- قدمت یک عنصر کشف شده ۱۱۴۰۰ سال می‌باشد. مقدار کربن از بین رفته‌ی این عنصر چند درصد است؟ (نیم‌عمر ۵۷۰۰ سال)



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ می دانیم: $f(t) = A_0(1-r)^t$ پس:

$$r = \frac{20}{100} = \frac{2}{10}$$

$$f(t) = 1000(1 - \frac{2}{10})^8 = 1000 \times 0,8^8 = 1000 \times 0,16 = 160$$

۲ - گزینه ۳ می دانیم $f(t) = A_0(1+r)^t$ و با توجه به اطلاعات سؤال:

$$r = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

$$f(t) = 1,000,000(1 + \frac{1}{10})^3 = 1,000,000 \times (1,1)^3 = 1,000,000 \times 1,331 = 1,331,000$$

۳ - گزینه ۲ جملات اول و نسبت مشترک را به دست می آوریم:

$$n = 1 \rightarrow (\frac{1}{4})(-2)^{r \times 1} = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

$$n = 2 \rightarrow (\frac{1}{4})(-2)^{r \times 2} = \frac{1}{4} \times 16 = 4$$

$$\Rightarrow r = \frac{4}{1} = 4$$

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{1 \times (1-4^n)}{1-4} = 341$$

$$\Rightarrow 1 - 4^n = -1023 \Rightarrow 1024 = 4^n \Rightarrow 2^{10} = 2^{2n} \Rightarrow 2n = 10 \Rightarrow n = 5$$

۴ - گزینه ۳ عدد مثبت b واسطه هندسی بین دو عدد $\frac{1}{27}$ و 243 است پس داریم:

$$b^r = \frac{1}{27} \times 243 = 9 \Rightarrow b = 3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = -18 + (n-1) \times 3 = -18 + 3n - 3 = 3n - 21$$

$$\Rightarrow 3n - 21 = 3 \Rightarrow 3n = 24 \Rightarrow n = 8 \text{ جمله هشتم}$$

۵ - گزینه ۴

$$\begin{cases} n = 1 \rightarrow a_1 = 5(\frac{1}{2})^{1+1} = 5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \\ n = 2 \rightarrow a_2 = 5(\frac{1}{2})^{2+1} = 5 \times \frac{1}{8} = \frac{5}{8} \end{cases}$$

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{5}{8}}{\frac{5}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a_1 + r = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{4} = 1,75$$

۶ - گزینه ۳ دنباله بازگشتی دنباله هندسی به صورت $a_1 = a$, $a_{n+1} = ra_n$ است. بنابراین گزینه ۳ می تواند دنباله هندسی را نشان دهد.

$$a_1 = 4, \quad a_{n+1} = \sqrt{2}a_n$$



۷ - گزینه ۳ جرم شهاب سنگ در هر دقیقه جملات یک دنباله هندسی با جمله اول ۱۲۰۰۰ و نسبت مشترک $r = \frac{9}{10}$ است:

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_f = a_1 \times r^f \Rightarrow a_f = 12000 \times \left(\frac{9}{10}\right)^f = 8748 \text{ Kg}$$

۸ - گزینه ۱

$$r^{x-1} + r^x + r^{x+2} = 352 \Rightarrow r^x \left(\frac{1}{r} + 1 + r\right) = 352 \Rightarrow r^x \times \frac{11}{2} = 352$$

$$\Rightarrow r^x = 352 \div \frac{11}{2} = 352 \times \frac{2}{11} = 64 \Rightarrow x = 6$$

۹ - گزینه ۴

$$\begin{cases} a_1 + a_f = \frac{5}{2}(a_f + a_1) \Rightarrow a_1 + a_1 r^f = \frac{5}{2}(a_1 r + a_1 r^f) \Rightarrow a_1(1 + r^f) = \frac{5}{2} a_1 r(1 + r^f) \\ a_n = a_1 r^{n-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{5}{2} a_1 r \Rightarrow 1 = \frac{5}{2} r \Rightarrow r = \frac{2}{5}$$

۱۰ - گزینه ۲

$$r^{3x} \times \left(\frac{1}{24}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = r^{2x+2} \Rightarrow r^{6x} \times (3 \times 8)^{-2} \times 3^2 = r^{2x+2} \Rightarrow r^{6x} \times r^{-6} = r^{2x+2}$$

$$\Rightarrow r^{6x-6} = r^{2x+2} \Rightarrow 6x - 6 = 2x + 2 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$3^x = 3^2 = 9$$

۱۱ - گزینه ۱۱

اگر بین دو عدد a و b عدد n قرار دهیم که با هم تشکیل دنباله هندسی دهند (r قدرنسبت تصاعد است) داریم:

$$r^{n+1} = \frac{b}{a}$$

در نتیجه:

$$r^7 = \frac{384}{3} = 128 \Rightarrow r = 2$$

بنابراین جملات دنباله هندسی به صورت زیر هستند:

$$3, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 6, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 12, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 24, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 48, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 96, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 192, \overset{\times 2}{\curvearrowright} 384$$

$$\text{مجموع جملات دوم و چهارم و ششم} = 6 + 24 + 96 = 126$$

۱۲ - گزینه ۳

$$r^5 \times 3^5 = (r^3)^5 \times (3^2)^5 = 8^5 \times 9^5 = 72^5 = \sqrt[5]{72}$$

۱۳ - گزینه ۱

$$f(t) = A_0(1+r)^t, \quad A_0 = 100,000, \quad r = 0,05, \quad t = 10$$

بنابراین داریم:

$$\text{سال} \quad 100,000(1+0,05)^{10} = 100,000 \left((1,05)^5\right)^2 = 100,000 \times (1,28)^2 = 163840$$

۱۴ - گزینه ۱

در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می آید.

$$\underbrace{2, \circ, \circ, \circ, 162}_{\text{جمله اول}}, \underbrace{\quad}_{\text{جمله پنجم}}$$

$$a_5 = a_1 r^4 = 162 \Rightarrow 162 = 2(r^4) \Rightarrow r^4 = 81 = 3^4 \xrightarrow{r>0} r = 3$$

$$2, 2 \times 3, 2 \times 3^2, 2 \times 3^3, 2 \times 3^4 \Rightarrow 2, 6, 18, 54, 162$$

مجموع ۳ واسطه برابر $78 = 54 + 18 + 6$ است.



۱۵ - گزینه ۲ در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و قدرنسبت r ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می آید.

$$a_1 + a_r + a_{r^2} + a_{r^3} = 10(a_1 + a_r) \Rightarrow a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + a_1 r^3 = 10(a_1 + a_1 r)$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1 r + r^2(a_1 + a_1 r) = 10(a_1 + a_1 r)$$

$$\underbrace{(a_1 + a_1 r)}_{\text{فاکتور}}(1 + r^2) = 10(a_1 + a_1 r) \Rightarrow 1 + r^2 = 10 \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

۱۶ - گزینه ۳ در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می آید.

$$\frac{a_5}{a_2} = \frac{a_1 r^4}{a_1 r} = \frac{r^3}{1} \Rightarrow r^3 = -\frac{1}{27} \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$$

$$a_2 = a_1 r = -\frac{1}{3} a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{-2}{\frac{-1}{3}} = 2$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = 2 \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

۱۷ - گزینه ۲

$$a_1 = 2, r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{2}$$

$$\text{پس: } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \Rightarrow S_5 = \frac{2 \times \left(\left(\frac{3}{2}\right)^5 - 1\right)}{\frac{3}{2} - 1} = \frac{2 \times \left(\left(\frac{3}{2}\right)^5 - 1\right)}{\frac{1}{2}} = 4 \left(\left(\frac{3}{2}\right)^5 - 1\right)$$

۱۸ - گزینه ۲ سه جمله ابتدایی این دنباله هندسی را به صورت $\frac{a}{r}, a, ar$ در نظر می گیریم، در نتیجه:

$$\text{جمله سه حاصل ضرب} = 216 \Rightarrow \frac{a}{r} \times a \times ar = 216 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = \sqrt[3]{216} = 6 \Rightarrow \text{جملات: } \frac{6}{r}, 6, 6r$$

$$\text{مجموع سه جمله ابتدایی} = 19 \Rightarrow \frac{6}{r} + 6 + 6r = 19 \xrightarrow{\times r} 6 + 6r + 6r^2 = 19r$$

$$6r^2 - 13r + 6 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-13)^2 - 4 \times (6) \times (6) \Rightarrow \Delta = 169 - 144 = 25$$

$$r = \frac{13 \pm 5}{2 \times (6)} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = \frac{13 + 5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \Rightarrow 4, 6, 9, \frac{27}{2} \text{ قق} \\ r_2 = \frac{13 - 5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} < 1 \text{ غق} \end{cases}$$

بنابراین جمله چهارم برابر $\frac{27}{2}$ است.

۱۹ - گزینه ۱ حد مجموع جملات (مجموع همی جملات) یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r ($|r| < 1$)، برابر $S_\infty = \frac{a_1}{1-r}$ است.

$$S_\infty = 3a_1 \Rightarrow \frac{a_1}{1-r} = 3a_1 \Rightarrow \frac{1}{1-r} = 3 \Rightarrow 3 - 3r = 1 \Rightarrow 3r = 2 \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

۲۰ - گزینه ۴

$$r = \frac{a_r}{a_1} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a_r}{a_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\frac{4}{3}}{k} = \frac{1}{3} \Rightarrow k = 2$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-r} = \frac{2}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{2}{\frac{2}{3}} = 3$$

۲۱ - گزینه ۳ جمله عمومی یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ است و مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت

$$\text{مشترک } r \text{ برابر: } S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \text{ است.}$$

$$a_5 = 16a_1 \Rightarrow a_1 r^4 = 16a_1 \Rightarrow r^4 = 16 \Rightarrow r = \pm 2$$

جملات دنباله مثبت هستند، پس فقط $r = 2$ قابل قبول است.

$$a_6 = 40 \Rightarrow a_1 r^5 = 40 \Rightarrow 32a_1 = 40 \Rightarrow a_1 = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}$$



$$S_6 = \frac{a_1 \times (r^6 - 1)}{r - 1} = \frac{5}{4} \times 63 = \frac{315}{4} = 78,75$$

۲۲ - گزینه ۱ در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک a_1 ، جمله m ام از رابطه $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$\frac{a_8}{a_5} = \frac{a_1 r^7}{a_1 r^4} = r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$a_1 \times a_r = 12 \Rightarrow a_1 \times a_1 r = 12 \xrightarrow{r=3} a_1^2 \times 3 = 12 \Rightarrow a_1^2 = 4 \xrightarrow{\text{جملات دنباله، مثبت هستند}} a_1 = 2$$

$$a_6 = a_1 r^5 = 2(3)^5 = 54$$

۲۳ - گزینه ۳ جمله m ام یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و اختلاف مشترک d به صورت $a_n = a_1 + (n - 1)d$ است و اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، آن‌گاه: $b^2 = ac$ است.

جملات a_1, a_3, a_9 و a_1 تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند، پس:

$$a_9^2 = a_1 \times a_3 \Rightarrow (a_1 + 2d)^2 = a_1 \times (a_1 + \lambda d) \Rightarrow a_1^2 + 4a_1 d + 4d^2 = a_1^2 + \lambda a_1 d$$

$$\Rightarrow 4d^2 - \lambda a_1 d = 0 \xrightarrow{d \neq 0} d = a_1$$

پس جملات دنباله هندسی به صورت $a_1, 3a_1, 9a_1, \dots$ است. بنابراین اختلاف مشترک آن برابر $r = \frac{3a_1}{a_1} = 3$ است.

۲۴ - گزینه ۲

در هر دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r جمله m ام از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$a_1 + a_7 = 3a_4 \Rightarrow a_1 + a_1 r^6 = 3a_1 r \xrightarrow{\div a_1 \neq 0} 1 + r^6 = 3r \Rightarrow r^6 - 3r + 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4 = 5 \Rightarrow r = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

به دلیل اینکه دنباله هندسی افزایشی است، فقط $r = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ قابل قبول است.

۲۵ - گزینه ۴ حد مجموع (مجموع همه جملات) یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r ($|r| < 1$) از رابطه $S_\infty = \frac{a_1}{1 - r}$ بدست می‌آید و جمله m ام یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$a_1 = \frac{1}{3}(a_7 + a_9 + \dots) \rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \times \frac{a_7}{1 - r} \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \times \frac{a_1 r^6}{1 - r}$$

$$\xrightarrow{a_1 \neq 0} 1 = \frac{r^6}{3(1 - r)} \Rightarrow 3 - 3r = r^6 \Rightarrow 4r = 3 \Rightarrow r = \frac{3}{4}$$

۲۶ - گزینه ۲ جملات دنباله جدید به صورت $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{12}, \dots$ است، پس $\frac{3}{4} = \frac{1}{3}$ ، $r = \frac{1/4}{3/4} = \frac{1}{3}$ ، بنابراین حد مجموع این دنباله برابر است با:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - r} = \frac{\frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}} = \frac{9}{8}$$

۲۷ - گزینه ۳ جمله m ام یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$x, 21, y, 189, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_7 = 21 \Rightarrow a_1 r^6 = 21 \\ a_8 = 189 \Rightarrow a_1 r^7 = 189 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1 r^7}{a_1 r^6} = \frac{189}{21} \Rightarrow r = 9 \Rightarrow \begin{cases} r = 3 \\ r = -3 < 0 \end{cases}$$

چون دنباله افزایشی است، فقط مقدار $r = 3$ قابل قبول است. بنابراین:

$$x = \frac{21}{3} = 7, y = 21 \times 3 = 63 \Rightarrow x + y = 7 + 63 = 70$$

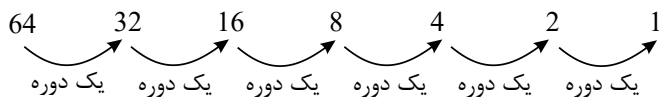
۲۸ - گزینه ۱ در یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r مجموع n جمله اول از رابطه $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$ و جمله m ام از رابطه $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$\begin{cases} a_1 + a_7 = 72 \Rightarrow a_1 + a_1 r^6 = 72 \\ a_8 + a_9 = 9 \Rightarrow a_1 r^7 + a_1 r^8 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1(1 + r^6) = 72 & (1) \\ a_1 r^7(1 + r) = 9 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم کنیم}} \frac{a_1 r^7(1 + r)}{a_1(1 + r^6)} = \frac{9}{72}$$

$$= \frac{9}{72} \Rightarrow r^7 = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{جایگذاری در (1)}} a_1(1 + \frac{1}{2}) = 72 \Rightarrow a_1 = 48$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \rightarrow S_5 = \frac{48(1 - (\frac{1}{2})^5)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{48(\frac{31}{32})}{\frac{1}{2}} = 3 \times 31 = 93$$



۶ دوره در مدت زمان یک ساعت و نیم (۹۰ دقیقه) گذشته است، در نتیجه داریم:

$$\text{دقیقه } 15 = 90 \div 6 = \text{مدت زمان یک دوره}$$

در نتیجه ۱۵ دقیقه طول می کشد تا عنصر به نصف کاهش یابد. این زمان نیم عمر نامیده می شود.

۳۰ - گزینه ۳ می دانیم که: نیم عمر $t = T \times$ و $b = \left(\frac{1}{2}\right)^T$ است.

$$11400 = T \times 5700 \rightarrow T = \frac{11400}{5700} = 2 \rightarrow b = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{درصد } 25 = \frac{1}{4} \times 100 = \text{مقدار کربن باقی مانده}$$

$$\text{درصد } 75 = 100 - 25 = \text{مقدار کربن از بین رفته}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۶ - ۳	۱۱ - ۴	۱۶ - ۳	۲۱ - ۳	۲۶ - ۲
۲ - ۳	۷ - ۳	۱۲ - ۳	۱۷ - ۲	۲۲ - ۱	۲۷ - ۳
۳ - ۲	۸ - ۱	۱۳ - ۱	۱۸ - ۲	۲۳ - ۳	۲۸ - ۱
۴ - ۳	۹ - ۴	۱۴ - ۱	۱۹ - ۱	۲۴ - ۲	۲۹ - ۲
۵ - ۴	۱۰ - ۲	۱۵ - ۲	۲۰ - ۴	۲۵ - ۴	۳۰ - ۳