نام آزمون: الگوهای خطی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی هاشمی

۱ - یک پیمانکار با کارگر خود قرار گذاشته است که در روز اول به او ۳۰۰۰۰ تومان دستمزد پرداخت نماید و هر روز ۱۰۰۰ تومان به دستمزد روز قبل او اضافه کند. مجموع دستمزد این کارگر بعد از ۳۰ روز کار چند تومان است؟

۲ - از بین جملات یک دنباله‌ی حسابی با اختلاف مشترک مثبت، ۵ جمله‌ی متوالی را انتخاب می‌کنیم. اگر مجموع سه جمله‌ی بزرگ‌تر، ۳ برابر مجموع دو جمله‌ی کوچک‌تر و مجموع کل این ۵ جمله برابر ۵۰ باشد، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

۳ - در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات سوم، هشتم و دهم برابر ۵۷ است. جمله‌ی هفتم این دنباله کدام است؟

۴ - بین دو عدد ۱۰ و ۵۰ پنج عدد را طوری قرار داده‌ایم که با این دو عدد تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند. مجموع این ۵ عدد کدام است؟

۵ - در یک دنباله‌ی هندسی با جملات غیر صفر، مجموع جملات سوم و پنجم، ۳٫۵ برابر مجموع جملات چهارم و ششم است. نسبت مشترک دنباله کدام است؟

۶ - در دنباله‌ی $a_{n+۲} = \frac{n+۱}{n+۵}$ حاصل $a_۵ + a_۷$ کدام است؟

۷ - اگر به اختلاف مشترک یک دنباله‌ی حسابی ۲ واحد افزوده شود، به مجموع ۵ جمله‌ی اول آن چند واحد اضافه خواهد شد؟

۸ - در یک دنباله‌ی حسابی مجموع یازده جمله‌ی اول صفر است. چندمین جمله‌ی دنباله برابر صفر است؟

۹ - بین دو عدد ۵ و ۵۰، ده عدد قرار داده‌ایم به طوری که با این دو عدد، تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند. مجموع این ده عدد کدام است؟

۱۰ - شخصی در ماه اول A تومان پس‌انداز کرده است و در هر ماه به اندازه‌ی $\frac{۱}{۱۰}A$ بیش‌تر از ماه قبل پس‌انداز می‌کند. اگر در زمانی که مقدار پس‌انداز در یکی از ماه‌ها دو برابر ماه اول باشد، مجموع پس‌انداز وی ۶۶۰۰۰ تومان گردد؛اولین پس‌انداز وی چقدر بوده است؟

۱۱ - مجموع ۵ عدد که جملات متوالی یک دنباله‌ی حسابی کاهشی هستند، ۲۲۵ و مجموع سه عدد بزرگ‌تر ۲ برابر مجموع دو عدد کوچک‌تر است. بزرگ‌ترین این اعداد کدام است؟

۱۲ - جمله‌ی nاُم دنباله‌ی حسابی $-۱, ۱, ۳, \cdots$ کدام است؟

۱۳ - مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی برابر با $S_n = n^۲ + ۶n$ است. جمله‌ی پنجم این دنباله کدام است؟

۱۴ - اگر در یک دنباله‌ی حسابی $۱۲a_۱ + ۳۶d = ۹۶$ باشد، جمله‌ی چهارم کدام است؟

۱۵ - در یک دنباله‌ی حسابی که ۹ جمله دارد، جمله‌ی وسط دنباله برابر ۱۰ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

۱۶ - اگر مجموع جملات یک دنباله‌ی حسابی از رابطه‌ی $S_n = n + ۲n^۲$ به‌دست می‌آید، اختلاف مشترک دنباله کدام است؟

۱۷ - یک کارگاه تولیدی در پایان سال اول ۷۰۰ کالا تولید می‌کند و هر سال ۹۰ کالا به تولید خود اضافه می‌نماید. پس از ۵ سال مجموع تولیدات این کارخانه کدام است؟

۱۸ - در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع ۲۱ جمله‌ی اول برابر -۴۲ و جمله‌ی هفتم صفر است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۱۹ - در دنباله‌ی $a_n = \frac{۱ + (-۱)^n}{۲}$، مجموع صد جمله‌ی اول کدام است؟

۲۰ - در یک دنباله‌ی حسابی جملات سوم و هفتم به ترتیب ۲۲ و ۵۰ هستند. مجموع پنج جمله‌ی اول کدام است؟

۲۱ - مجموع جملات اول و سوم یک دنباله‌ی حسابی برابر ۲۰ و مجموع جملات دوم و چهارم برابر ۳۰ می‌باشد. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

۲۲ - جمله‌ی هشتم یک دنباله‌ی حسابی ۱۴ و جمله‌ی چهارم یک دنباله‌ی حسابی ۶ است. جمله‌ی پنجم کدام است؟

۲۳ - کدام جمله از دنباله‌ی حسابی $\ldots, -۱۹۵, -۲۰۰, -۲۰۵$ برابر صفر است؟

۲۴ - مجموع جملات چهارم و ششم یک دنباله‌ی حسابی برابر با ۳۰ است. مجموع نه جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

۲۵ - تعداد اعداد دورقمی قابل قسمت بر ۹ کدام است؟

۲۶ - جمله‌ی چهارم یک دنباله‌ی حسابی ۹۱ شده است. مجموع هفت جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

۲۷ - در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی سوم برابر ۲۰ می‌باشد. اگر جمله‌ی اول ۲ برابر قدرنسبت باشد، جمله‌ی پانزدهم این دنباله کدام است؟

۲۸ - جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی $۲, ۷, ۱۲, ۱۷, ۲۲, \cdots$: a_n کدام است؟

۲۹ - در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی هفتم و سیزدهم به ترتیب ۴۶ و ۸۲ می‌باشند. مجموع ۱۹ جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

۳۰ - یک شرکت تولیدی تا پایان سال اول ۱۰۰۰ واحد کالا تولید می‌کند و قصد دارد پس از گذشت هر سال، به طور مرتب ۱۰۰ واحد کالا به تولید سال قبل اضافه کند. پس از گذشت پنج سال، جمعاً چند واحد کالا می‌تواند تولید کند؟

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ حقوق روزانه‌ی این کارگر، یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول $a_1 = ۳۰۰۰۰$ و اختلاف مشترک $d = ۱۰۰۰$ می‌باشد.

$۳۰۰۰۰, ۳۱۰۰۰, ۳۲۰۰۰, \cdots : a_1 = ۳۰۰۰۰, d = ۱۰۰۰$

مجموع ۳۰ جمله‌ی اول این دنباله برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-۱)d) \to S_{۳۰} = \frac{۳۰}{۲}((۲ \times ۳۰۰۰۰) + (۲۹ \times ۱۰۰۰)) = \frac{۳۰}{۲} \times ۸۹۰۰۰ = ۱۳۳۵۰۰۰$$

۲ - گزینه ۳ در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d، جمله‌ی nاُم از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-۱)d$ و مجموع n جمله‌ی اول از رابطه‌ی $S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-۱)d)$ بدست می‌آید.

$$S_۵ = ۵۰ \to \frac{۵}{۲}(۲a_1 + ۴d) = ۵۰ \to ۵(a_1 + ۲d) = ۵۰ \to a_1 + ۲d = ۱۰$$

$$a_۳ + a_۴ + a_۵ = ۳(a_1 + a_۲) \to a_1 + ۲d + a_1 + ۳d + a_1 + ۴d = ۳(a_1 + a_1 + d)$$

$$\to ۳a_1 + ۹d = ۳a_1 + ۳a_1 + ۳d \to ۳a_1 - ۶d = ۰ \to a_1 - ۲d = ۰$$

$$\begin{cases} a_1 + ۲d = ۱۰ \\ a_1 - ۲d = ۰ \end{cases} \Rightarrow ۲a_1 = ۱۰ \to a_1 = ۵ \xrightarrow{a_1 - ۲d = ۰} ۵ - ۲d = ۰ \to ۲d = ۵ \to d = \frac{۵}{۲}$$

۳ - گزینه ۳

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d، جمله‌ی nاُم از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-۱)d$ بدست می‌آید.

$$a_۳ + a_۸ + a_{۱۰} = ۵۷ \Rightarrow a_1 + ۲d + a_1 + ۷d + a_1 + ۹d = ۵۷ \Rightarrow ۳a_1 + ۱۸d = ۵۷ \Rightarrow ۳(a_1 + ۶d) = ۵۷$$

$$\Rightarrow a_1 + ۶d = ۱۹ \Rightarrow a_۷ = ۱۹$$

۴ - گزینه ۱ در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و جمله‌ی آخر a_1 مجموع n جمله‌ی اول از رابطه‌ی $S_n = \frac{n}{۲}(a_1 + a_n)$ بدست می‌آید.

$$\underbrace{۱۰}_{\text{جمله‌ی اول}}, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \bigcirc, \underbrace{۵۰}_{\text{جمله‌ی هفتم}}$$

مجموع هفت جمله $S_۷ = \frac{۷}{۲}(۱۰ + ۵۰) = ۲۱۰$

مجموع پنج جمله‌ی وسط = مجموع هفت جمله − مجموع جملات اول و آخر $= ۲۱۰ - ۶۰ = ۱۵۰$

۵ - گزینه ۳

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r، جمله‌ی mام از رابطه‌ی $a_n = a_1 r^{n-۱}$ بدست می‌آید.

$$a_۳ + a_۵ = ۳/۵(a_۴ + a_۶) \Rightarrow a_1 r^۲ + a_1 r^۴ = ۳/۵(a_1 r^۳ + a_1 r^۵)$$

$$\Rightarrow a_1 r^۲(۱ + r^۲) = ۳/۵ a_1 r^۳(۱ + r^۲) \Rightarrow a_1 r^۲ = \frac{۷}{۲} a_1 r^۳ \to ۱ = \frac{۷}{۲} r \Rightarrow ۷r = ۲ \Rightarrow r = \frac{۲}{۷}$$

۶ - گزینه ۲

$$a_{n+۲} = \frac{n+۱}{n+۵} \to \begin{cases} n = ۳ \to a_۵ = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲} \\ n = ۵ \to a_۷ = \frac{۶}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \end{cases} \Rightarrow a_۵ + a_۷ = \frac{۱}{۲} + \frac{۳}{۵} = \frac{۱۱}{۱۰}$$

۷ - گزینه ۳

مجموع جملات یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d از رابطه‌ی $S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-۱)d)$ به‌دست می‌آید.

بدون افزایش اختلاف مشترک $S_۵ = \frac{۵}{۲}(۲a_1 + ۴d) = ۵a_1 + ۱۰d$

پس از افزایش اختلاف مشترک $S'_۵ = \frac{۵}{۲}(۲a_1 + ۴(d+۲)) = ۵a_1 + ۱۰d + ۲۰ = S_۵ + ۲۰$

بنابراین به مجموع ۵ جمله‌ی اول ۲۰ واحد اضافه می‌شود.

۸ - گزینه ۴

مجموع جملات یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d از رابطه‌ی $S_n = \frac{n}{۲}(۲a_1 + (n-۱)d)$ به‌دست می‌آید و جمله‌ی n ام یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-۱)d$ به‌دست می‌آید.

$$S_{11}=0 \Rightarrow \frac{11}{2}(2a_1+10d)=0 \Rightarrow \frac{11}{2}(2(a_1+5d))=0$$
$$\Rightarrow 11(a_1+5d)=0 \Rightarrow 11\times a_6=0 \Rightarrow a_6=0$$

بنابراین جمله‌ی ششم، صفر است.

۹ - گزینه ۲

مجموع جملات یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و جمله‌ی آخر a_n از رابطه‌ی $S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$ به‌دست می‌آید.

تعداد کل جملات این دنباله ۱۲ می‌باشد.

$$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n) \rightarrow S_{12}=\frac{12}{2}(5+50)=6\times 55=330$$
$$\text{مجموع ۱۰ جمله}=S_{12}-5-50=330-55=275$$

۱۰ - گزینه ۱ باتوجه به اطلاعات مسئله، مقدار پس‌انداز در هر ماه به صورت دنباله‌ی مقابل است:

$$A \quad , \quad A+\frac{1}{10}A \quad , \quad A+\frac{2}{10}A \quad , \quad \cdots$$

با یک دنباله‌ی حسابی مواجه هستیم که جمله‌ی اول آن A و اختلاف مشترک $\frac{1}{10}A$ می‌باشد. بنابراین:

$$a_n=a_1+(n-1)d \rightarrow a_n=A+(n-1)\times\frac{1}{10}A \Rightarrow 2A=A+(n-1)\times\frac{1}{10}A$$
$$\Rightarrow n=11 \Rightarrow \text{در ماه یازدهم پس‌انداز وی دو برابر ماه اول است.}$$
$$S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d) \rightarrow S_{11}=66000 \Rightarrow \frac{11}{2}(2A+10\times\frac{1}{10}A)=66000$$
$$\Rightarrow \frac{33}{2}A=66000 \Rightarrow A=4000 \text{ تومان}$$

۱۱ - گزینه ۱

مجموع جملات یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d از رابطه‌ی $S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$ به‌دست می‌آید و جمله‌ی n ام یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d از رابطه‌ی $a_n=a_1+(n-1)d$ به‌دست می‌آید.

$$\underbrace{a_1,a_2,a_3}_{\text{سه عدد بزرگتر}} \ , \ \underbrace{a_4,a_5}_{\text{دو عدد کوچکتر}}$$

$$\begin{cases} S_5=225 \\ a_1+a_2+a_3=2(a_4+a_5) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}(2a_1+4d)=225 \\ a_1+a_1+d+a_1+2d=2(a_1+3d+a_1+4d) \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}(2(a_1+2d))=225 \\ 3a_1+3d=2(2a_1+7d) \end{cases} \rightarrow - \begin{cases} a_1+2d=45 \\ a_1+11d=0 \end{cases} \rightarrow 9d=-45 \rightarrow d=-5 \ , \ a_1=55$$

۱۲ - گزینه ۱

$$-1,1,\cdots \Rightarrow \begin{cases} a_1=-1 \\ d=1-(-1)=2 \end{cases}$$
$$a_n=a_1+(n-1)d \Rightarrow a_n=-1+(n-1)(2) \Rightarrow a_n=-1+2n-2 \Rightarrow a_n=2n-3$$

۱۳ - گزینه ۲

در هر دنباله‌ی حسابی $a_n=S_n-S_{n-1}$ است.

$$S_n=n^2+6n \Rightarrow \begin{cases} S_5=5^2+(6\times 5)=25+30=55 \\ S_4=4^2+(6\times 4)=16+24=40 \end{cases} \Rightarrow a_5=S_5-S_4=55-40=15$$

۱۴ - گزینه ۱

در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d، جمله‌ی mام از رابطه‌ی $a_n=a_1+(n-1)d$ به‌دست می‌آید.

$$12a_1+36d=96 \Rightarrow 12\overbrace{(a_1+3d)}^{a_4}=96 \Rightarrow 12a_4=96 \Rightarrow a_4=\frac{96}{12} \Rightarrow a_4=8$$

۱۵ - گزینه ۱

در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d، جمله‌ی mام از رابطه‌ی $a_n=a_1+(n-1)d$ و مجموع n جمله‌ی اول از رابطه‌ی $S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)$ به‌دست می‌آید. جمله‌ی پنجم جمله‌ی وسط دنباله است.

فاکتور از ۲

$$S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)\Rightarrow \vec{S_۹}=\frac{۹}{۲}(۲a_۱+(۹-۱)d)\Rightarrow S_۹=\frac{۹}{۲}\overbrace{(۲a_۱+۸d)}$$

$$\Rightarrow S_۹=\frac{۹}{۲}\times \overbrace{۲(a_۱+۴d)}^{a_۵=۱۰}\Rightarrow S_۹=۹\times ۱۰=۹۰$$

۱۶ - گزینه ۴

روش اول:

$$\begin{cases} S_n=n+۲n^۲\Rightarrow S_۱=a_۱=۱+۲(۱)^۲=۳\\ S_n=n+۲n^۲\Rightarrow S_۲=a_۱+a_۲=۲+۲(۲)^۲=۱۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow S_۲=a_۱+a_۲\xrightarrow[S_۲=۱۰]{a_۱=۳}۱۰=۳+a_۲\Rightarrow a_۲=۷$$

$$d=a_۲-a_۱=۷-۳=۴$$

روش دوم: اگر در یک دنباله‌ی حسابی $S_n=an^۲+bn$ **باشد در این صورت** $d=۲a$ **است.**

$$S_n=۲n^۲+n\rightarrow d=۲\times ۲=۴$$

۱۷ - گزینه ۱

در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول $a_۱$ **و اختلاف مشترک** d**، مجموع** n **جمله‌ی اول از رابطه‌ی** $S_n=\frac{n}{r}(۲۵۱+(n-۱)d)$ **بدست می‌آید.**

$$\begin{cases} a_۱=۷۰۰\\ d=۹۰\end{cases}\Rightarrow S_۵=\frac{۵}{۲}(۲\times ۷۰۰)+(۴\times ۹۰)=\frac{۵}{۲}(۱۴۰۰+۳۶۰)=۵(۷۰۰+۱۸۰)=۵\times ۸۸۰=۴۴۰۰$$

۱۸ - گزینه ۳

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول $a_۱$ **و اختلاف مشترک** d**، جمله‌ی** n**ام از رابطه‌ی** $a_n=a_۱+(n+۱)d$ **و مجموع** n **جمله‌ی اول از رابطه‌ی** $S_n=\frac{n}{۲}(۲_{a_۱}+(n-۱)d)$ **بدست می‌آید.**

$$\begin{cases} S_{۲۱}=-۴۲\\ a_۷=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۲۱}{۲}(۲a_۱+۲۰d)=-۴۲\\ a_۱+۶d=۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{۲۱}{۲}(۲(a_۱+۱۰d))=-۴۲\\ a_۱+۶d=۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a_۱+۱۰d=-۲\\ -\ a_۱+۶d=۰\end{cases}\Rightarrow ۴d=-۲\Rightarrow d=-\frac{۱}{۲}$$

۱۹ - گزینه ۲ جملات دنباله را می‌نویسیم:

$$a_۱=۰\ ,\ a_۲=۱\ ,\ a_۳=۰\ ,\ a_۴=۱$$

بنابراین جملات دنباله به صورت $۰,۱,۰,۱,۰,۱,\cdots$ **هستند و مجموع صد جمله‌ی اول برابر ۵۰ می‌شود.**

۲۰ - گزینه ۳

در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول $a_۱$ **و اختلاف مشترک** d**، جمله‌ی** n**ام از رابطه‌ی** $a_n=a_۱+(n-۱)d$ **و مجموع** n **جمله‌ی اول از رابطه‌ی** $S_n=\frac{n}{۲}(۲a+(n-۱)d)$ **بدست می‌آید.**

$$\begin{cases} a_۳=۲۲\\ a_۷=۵۰\end{cases}\Rightarrow -\begin{cases}a_۱+۲d=۲۲\\ a_۱+۶d=۵۰\end{cases}\rightarrow ۴d=۲۸\Rightarrow d=۷\rightarrow a_۱=۸$$

$$S_n=\frac{n}{۲}(۲a_۱+(n-۱)d)\rightarrow S_۵=\frac{۸}{۲}((۲\times ۸)+(۴\times ۷))=\frac{۵}{۲}(۴۴)=۵\times ۲۲=۱۱۰$$

۲۱ - گزینه ۳

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول $a_۱$ **و اختلاف مشترک** d**، جمله‌ی** n **ام از رابطه‌ی** $a_n=a_۱+(n-۱)d$ **به‌دست می‌آید.**

$$\begin{cases} a_۱+a_۳=۲۰\\ a_۲+a_۴=۳۰\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_۱+a_۱+۲d=۲۰\\ a_۱+d+a_۱+۳d=-۳۰\end{cases}\Rightarrow -\begin{cases}۲a_۱+۲d=۲۰\\ ۲a_۱+۴d=۳۰\end{cases}\Rightarrow ۲d=۱۰\Rightarrow d=۵$$

۲۲ - گزینه ۱

در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول $a_۱$ **و اختلاف مشترک** d**، جمله‌ی** n **ام از رابطه‌ی** $a_n=a_۱+(n-۱)d$ **به‌دست می‌آید.**

$$\begin{cases} a_۸=۱۴\\ a_۴=۶\end{cases}\Rightarrow -\begin{cases}a_۱+۷d=۱۴\\ a_۱+۳d=۶\end{cases}\Rightarrow\Rightarrow ۴d=۸\Rightarrow d=۲\ ,\ a_۱=۰$$

$$a_۵=a_۱+۴d\Rightarrow a_۵=۰+۴(۲)=۸$$

۲۳ - گزینه ۳

$$-۲۰۵,-۲۰۰,-۱۹۵,\ldots\Rightarrow a_۱=-۲۰۵, d=-۲۰۰-(-۲۰۵)=-۲۰۰+۲۰۵=۵$$

$$a_n=a_۱+(n-۱)d=۰\Rightarrow ۰=-۲۰۵+(n-۱)۵\Rightarrow ۰=-۲۰۵+۵n-۵$$

$$\Rightarrow ۲۱۰=۵n\Rightarrow n=\frac{۲۱۰}{۵}=۴۲$$

۲۴ - گزینه ۳

دریک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d ، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ و مجموع n جمله‌ی اول از رابطه‌ی $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ به‌دست می‌آید.

$$a_4 + a_6 = 30 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 5d = 30 \Rightarrow 2a_1 + 8d = 30$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \to S_9 = \frac{9}{2}\overbrace{(2a_1 + 8d)}^{30} \Rightarrow S_9 = \frac{9}{2} \times 30 = 9 \times 15 = 135$$

۲۵ - گزینه ۴ کوچک‌ترین عدد دو رقمی قابل قسمت بر ۹ ، ۱۸ است و بزرگ‌ترین عدد دو رقمی قابل قسمت بر ۹ ، ۹۹ است، بنابراین دنباله به صورت $18 , 27 , \cdots , 99$ است. توجه کنید اختلاف مشترک برابر ۹ است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 99 = 18 + (n-1) \times 9 \Rightarrow 99 = 18 + 9n - 9 \Rightarrow 99 = 9n + 9$$
$$\Rightarrow 99 - 9 = 9n \Rightarrow 90 = 9n \Rightarrow n = 10$$

۲۶ - گزینه ۴

در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اوّل a_1 و اختلاف مشترک d، جمله‌ی mام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ و مجموع n جمله‌ی اوّل از رابطه‌ی $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ به دست می‌آید.

$$a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_1 + 3d = 91$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_7 = \frac{7}{2}(2a_1 + 6d) = \frac{7}{2}(2(a_1 + 3d)) = 7(a_1 + 3d) = 7(91) = 637$$

۲۷ - گزینه ۴ در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d جمله‌ی mام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ بدست می‌آید.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_3 = a_1 + 2d = 20 \xrightarrow{a_1 = 2d} 2d + 2d = 20 \Rightarrow 4d = 20 \Rightarrow d = \frac{20}{4} = 5$$

$$a_1 + 2d = 20 \xrightarrow{d=5} a_1 + (2 \times 5) = 20 \Rightarrow a_1 = 20 - 10 = 10$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 10 + (14 \times 5) = 80$$

۲۸ - گزینه ۱ ابتدا جمله‌ی اول و اختلاف مشترک دنباله را به دست می‌آوریم:

$$2, 7, 12, \cdots \Rightarrow a_1 = 2 , d = 7 - 2 = 5$$

پس از فرمول جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی استفاده می‌کنیم.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \to a_n = 2 + (n-1)5 = 2 + 5n - 5 \to a_n = 5n - 3$$

۲۹ - گزینه ۲ در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d، جمله‌ی n ام از رابطه‌ی $a_n = a_1 + (n-1)d$ بدست می‌آید.

$$\left.\begin{matrix} a_7 = 46 \to a_1 + 6d = 46 \\ a_{13} = 82 \to a_1 + 12d = 82 \end{matrix}\right\} - \to 6d = 36 \to d = 6 \xrightarrow{a_1 + 6d = 46} a_1 + 36 = 46 \to a_1 = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right) \to S_{19} = \frac{19}{2}(20 + 18(6)) = \frac{19}{2}(128) = 19 \times 64 = 1216$$

۳۰ - گزینه ۳

$$1000 , 1100 , \cdots \to a_1 = 1000 , d = 100$$

$$S_n = \frac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right) \to S_5 = \frac{5}{2}(2(1000) + 4(100)) = \frac{5}{2}(2400) = 5 \times 1200 = 6000$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۲	۱۱ - ۱	۱۶ - ۴	۲۱ - ۳	۲۶ - ۴
۲ - ۳	۷ - ۳	۱۲ - ۱	۱۷ - ۱	۲۲ - ۱	۲۷ - ۴
۳ - ۳	۸ - ۴	۱۳ - ۲	۱۸ - ۳	۲۳ - ۳	۲۸ - ۱
۴ - ۱	۹ - ۲	۱۴ - ۱	۱۹ - ۲	۲۴ - ۳	۲۹ - ۲
۵ - ۳	۱۰ - ۱	۱۵ - ۱	۲۰ - ۳	۲۵ - ۴	۳۰ - ۳