نام آزمون: آمار توصیفی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

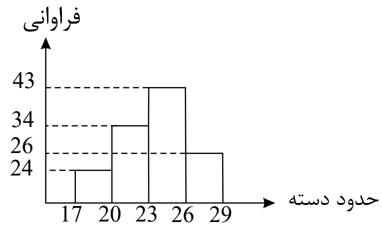
علی هاشمی

۱ - در نمودار جعبه‌ای ۳۱ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دنباله‌ی سمت چپ ۱۲ و سمت راست ۲۱ می‌باشد. اگر میانگین داده‌های داخل و روی جعبه ۱۵ باشد، میانگین کل این داده‌ها، تقریباً کدام است؟

۲ - اگر میانگین داده‌های جدول فراوانی زیر ۱۲٫۳۲ باشد، فراوانی تجمعی دسته‌ی چهارم چقدر است؟

مرکز دسته	۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
فراوانی مطلق	۳	۵	x	۹	۳

۳ - از داده‌های آماری با نمودار مستطیلی زیر، ۴ داده‌ی ۲۷، ۲۵، ۲۵ و ۱۸ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگ‌ترین زاویه‌ی مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟

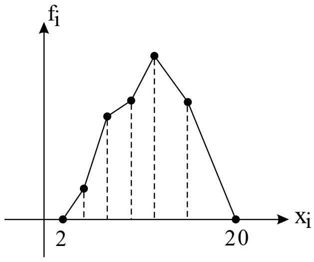


۴ - اگر $x_1+x_2+\cdots+x_{10}=100$ و $x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_{10}{}^2=1100$ ، واریانس داده‌های $3x_1-\frac{2}{5}$ ، $3x_2-\frac{2}{5}$ ، .... و $3x_{10}-\frac{2}{5}$ کدام است؟

۵- امتیازات مهارت کاری دو فرد A و B در پنج روز متوالی چنین است: $A:$ ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷, ۲۹ و $B:$ ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۲۸. دقت عمل کدام فرد بیشتر است؟

۶- اگر هر یک از داده ها a درصد افزایش یابند، ضریب تغییرات چه تغییری می‌کند؟

۷- نمودار چندبر فراوانی تعدادی داده‌ی آماری به صورت زیر است. اگر تعداد دسته‌ها ۲ تا کم شود، طول دسته‌ها چند واحد افزایش می‌یابد؟



۸- با توجه به جدول زیر، زاویه‌ی نظیر دسته‌ی $[۱۲ - ۱۶)$ در نمودار دایره‌ای چند درجه است؟

مرکز دسته	۲	۶	۱۰	۱۴
درصد فراوانی نسبی	۳۰	۲۰	۲۵	α

۹- مجموع مربعات ۱۰ داده‌ی آماری ۴۱۰ و میانگین آن‌ها ۵ است. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

۱۰ – در دسته‌بندی ۸۰ داده‌ی آماری، فراوانی نسبی یک دسته ۰٫۱۲۵ است. اگر ۲۰ داده‌ی آماری جدید اضافه کنیم، فراوانی نسبی همان دسته به ۰٫۱۵ می‌رسد. چه تعداد از داده‌های جدید در این دسته قرار دارند؟

۱۱ – ده داده‌ی آماری با واریانس ۶ داریم. چند داده‌ی مساوی با میانگین به آن‌ها اضافه کنیم تا واریانس کل داده‌ها به ۴ برسد؟

۱۲ – در ۱۲ داده‌ی آماری، واریانس ۱۵٫۵ است. ۴ داده‌ی جدید مساوی با میانگین به آنها اضافه می‌کنیم. واریانس داده‌های جدید کدام است؟

۱۳ – میانگین طول اضلاع ۱۰ مربع، برابر ۴ و مجموع مساحت‌های آنها برابر ۲۴۰ است. انحراف معیار طول اضلاع این مربع‌ها چقدر است؟

۱۴ – در ۱۰ داده‌ی آماری مثبت، مجموع مجذورات داده‌ها، ۸۰۰ و انحراف معیار ۴ است. مجموع تمام داده‌ها کدام است؟

۱۵ - اگر $a+b+c+d=24$ و $a^2+b^2+c^2+d^2=200$، واریانس داده‌های a,b,c,d کدام است؟

۱۶ - اگر داده‌های ۲۷ ,۲۵ ,۲۴ ,۲۱ ,۲۰ ,۱۸ ,۱۷ ,۱۵ ,۱۴ ,۱۴ ,۱۲ ,۱۱ در ۴ دسته با طول مساوی طبقه بندی شوند، فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم کدام است؟

۱۷ - به ۸ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲ و واریانس ۱۳، ۳داده‌ی آماری ۱۱، ۱۱ و ۱۴ اضافه می‌شوند. واریانس کل ۱۱ داده چقدر است؟

۱۸ - در یک نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی مربوط به یک دسته برابر 135° است. درصد فراوانی نسبی این دسته کدام است؟

۱۹ - اگر در نمودار مستطیلی تعدادی داده‌ی دسته‌بندی شده، مجموع مساحت مستطیل‌ها ۱۸۰ باشد و فراوانی مطلق و نسبی دسته‌ی اول به ترتیب ۳ و ۰٫۱ باشند، طول هر دسته چقدر است؟

۲۰ - در کدام بررسی، اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه است؟

۲۱ – **نمرۀ کل آزمون عمومی یک داوطلب مطابق جدول زیر ۵۸ درصد است. نمرۀ آزمون زبان انگلیسی او چند درصد است؟**

درس	ادبیات فارسی	عربی	معارف اسلامی	زبان انگلیسی
درصد	۶۵	۵۲	۷۰	?
ضریب	۴	۲	۳	۲

۲۲ – **در ۱۵۰ دادۀ آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هریک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم. تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟**

۲۳ – **در داده‌های آماری با میانگین $\bar{x}$ و انحراف‌معیار σ اگر به هریک از داده‌ها، مقدار $\bar{x}$ را اضافه کنیم تا داده‌های جدید حاصل شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات در داده‌های قبلی است؟**

۲۴ – **در ۵۰ داده‌ی آماری مجموع داده‌ها برابر ۱۰ و مجموع مربعات داده‌ها ۲٫۷۲ می‌باشد. انحراف معیار چقدر است؟**

۲۵ – **در کدام گزینه، یک متغیر اسمی و یک روش درست جمع آوری داده‌ها در مورد آن، آمده است؟**

۲۶ - میانگین داده‌های جدول مقابل کدام است؟

داده	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
فراوانی نسبی	۰٫۱۵	۰٫۲	a	۰٫۴۵

۲۷ - کدام درست است؟

۲۸ - مجموع مربعات ۱۰ داده‌ی آماری ۲۳۴۰ و میانگین آن‌ها ۳ است. انحراف معیار چقدر است؟

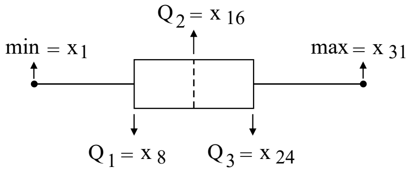
۲۹ - اگر انحراف معیار ۱۰ داده‌ی آماری برابر ۳ و مجموع مربعات این داده‌ها ۵۸۰ باشد، میانگین این داده‌ها کدام است؟

۳۰ - کدام‌یک از متغیرهای زیر کیفی است؟

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳

اگر ۳۱ داده‌ی آماری مرتب شده را با $x_۱, x_۲, \cdots, x_{۳۱}$ نمایش دهیم، آن‌گاه میانه‌ی داده‌ها برابر با داده‌ی شانزدهم $(x_{۱۶})$ و چارک اول برابر با میانه‌ی ۱۵ داده‌ی اول، یعنی $x_۸$ و چارک سوم برابر با میانه‌ی ۱۵ داده‌ی آخر، یعنی $x_{۲۴}$ می‌باشد:



بنابراین باتوجه به رابطه‌ی $\sum_{i=۱}^{N} x_i = N\bar{x}$ در هر یک از سه گروه داده، داریم:

دنباله‌ی چپ : $x_۱, \cdots, x_۷ \xrightarrow{N_۱=۷\,,\,\bar{x}_۱=۱۲} x_۱ + \cdots + x_۷ = ۷ \times ۱۲ = ۸۴$

داخل و روی جعبه : $x_۸, \cdots, x_{۲۴} \xrightarrow{N_۲=۱۷\,,\,\bar{x}_۲=۱۵} x_۸ + \cdots + x_{۲۴} = ۱۷ \times ۱۵ = ۲۵۵$

دنباله‌ی راست : $x_{۲۵}, \cdots, x_{۳۱} \xrightarrow{N_۳=۷\,,\,\bar{x}_۳=۲۱} x_{۲۵} + \cdots + x_{۳۱} = ۷ \times ۲۱ = ۱۴۷$

$$\bar{x} = \frac{(x_۱ + \cdots + x_۷) + (x_۸ + \cdots + x_{۲۲}) + (x_{۲۵} + \cdots + x_{۳۱})}{۳۱} = \frac{۸۴ + ۲۵۵ + ۱۴۷}{۳۱} = \frac{۴۸۶}{۳۱} \simeq ۱۵/۶۷$$

۲ - گزینه ۳ برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۲ واحد کم می‌کنیم.

$$\bar{x} = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N} F_i x_i \to \bar{x} - ۱۲ = \frac{۱}{۳ + ۵ + x + ۹ + ۳}((۳ \times (-۴)) + (۵ \times (-۲)) + (x \times ۰) + (۹ \times ۲) + (۳ \times ۴))$$

$$\to ۱۲/۳۲ - ۱۲ = \frac{-۱۲ - ۱۰ + ۰ + ۱۸ + ۱۲}{x + ۲۰} \to \frac{۳۲}{۱۰۰} = \frac{۸}{x + ۲۰} \to \frac{۱}{۲۵} = \frac{۱}{x + ۲۰} \to x = ۵$$

مجموع فراوانی‌های مطلق دسته‌ی اول تا دسته‌ی چهارم= فراوانی تجمعی دسته‌ی چهارم $= ۳ + ۵ + ۵ + ۹ = ۲۲$

۳ - گزینه ۲ جدول فراوانی نمودار مستطیلی داده شده را تشکیل می‌دهیم.

حدود دسته	$۱۷ - ۲۰$	$۲۰ - ۲۳$	$۲۳ - ۲۶$	$۲۶ - ۲۹$
فراوانی مطلق	۲۴	۳۴	۴۳	۲۶

حال اگر ۴ داده‌ی گفته شده در سوال را حذف کنیم جدول به صورت زیر در می‌آید.

حدود دسته	$۱۷ - ۲۰$	$۲۰ - ۲۳$	$۲۳ - ۲۶$	$۲۶ - ۲۹$
فراوانی مطلق	۲۳	۳۴	۴۱	۲۵

بزرگ‌ترین زاویه‌ی مرکزی در نمودار دایره‌ای مربوط به دسته‌ای است که فراوانی مطلق آن از همه بیش‌تر است.

$$d_i = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i = \frac{۳۶۰}{۲۳ + ۳۴ + ۴۱ + ۲۵} \times ۴۱ = \frac{۳۶۰}{۱۲۳} \times ۴۱ = ۱۲۰^\circ$$

۴ - گزینه ۲ در ابتدا باید واریانس داده‌های $x_۱$ تا $x_{۱۰}$ را حساب کنیم.

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ + \cdots + x_{۱۰} = ۱۰۰ \to \text{میانگین ده داده} = \frac{۱۰۰}{۱۰} = ۱۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i{}^۲}{N} - (\bar{x})^۲ = \frac{۱۱۰۰}{۱۰} - (۱۰)^۲ = ۱۱۰ - ۱۰۰ = ۱۰$$

حال باید واریانس داده‌های $۳x_۱ - \frac{۲}{۵}, ۳x_۲ - \frac{۲}{۵}, \cdots, ۳x_{۱۰} - \frac{۲}{۵}$ را حساب کنیم. چون داده‌ها ۳ برابر شده‌اند، پس واریانس ۹ برابر می‌شود و کم کردن مقداری ثابت از داده‌ها روی واریانس تأثیری ندارد.

$$\text{واریانس داده‌های جدید} = ۹ \times ۱۰ = ۹۰$$

۵ - گزینه ۴

$$(A \text{ میانگین (نفر}\ \bar{x} = \frac{۲۲ + ۲۳ + ۲۴ + ۲۷ + ۲۹}{۵} = \frac{۱۲۵}{۵} = ۲۵$$

$$(B \text{ میانگین (نفر}\ \bar{x} = \frac{۲۱ + ۲۴ + ۲۵ + ۲۷ + ۲۸}{۵} = \frac{۱۲۵}{۵} = ۲۵$$

اکنون ضریب تغییرات هر دو را حساب می‌کنیم:

$$\sigma_A^۲: \frac{(۲۲-۲۵)^۲+(۲۳-۲۵)^۲+(۲۴-۲۵)^۲+(۲۷-۲۵)^۲+(۲۹-۲۵)^۲}{۵}$$

$$=\frac{۹+۴+۱+۴+۱۶}{۵}=\frac{۳۴}{۵}=۶/۸\rightarrow\sigma_A=\sqrt{۶/۸}\rightarrow CV_A=\frac{\sqrt{۶/۸}}{۲۵}$$

$$\sigma_B^۲: \frac{(۲۱-۲۵)^۲+(۲۴-۲۵)^۲+(۲۵-۲۵)^۲+(۲۷-۲۵)^۲+(۲۸-۲۵)^۲}{۵}$$

$$=\frac{۱۶+۱+۰+۴+۹}{۵}=۶\rightarrow\sigma_B=\sqrt{۶}\rightarrow CV_B=\frac{\sqrt{۶}}{۲۵}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید ضریب تغییرات فرد B کمتر از فرد A است یعنی پراکندگی دقت عمل او کمتر است پس دقت عمل بیشتری دارد.

۶ ـ گزینه ۱

داده‌های قدیم : $x_۱\ ,\ x_۲\ ,\ x_۳\ ,\ \cdots\ ,\ x_N$

داده‌های جدید : $x_۱+\frac{a}{۱۰۰}x_۱\ ,\ x_۲+\frac{a}{۱۰۰}x_۲\ ,\ x_۳+\frac{a}{۱۰۰}x_۳\ ,\ \cdots\ ,\ x_N+\frac{a}{۱۰۰}x_N$

$$\Rightarrow(۱+\frac{a}{۱۰۰})x_۱\ ,\ (۱+\frac{a}{۱۰۰})x_۲\ ,\ (۱+\frac{a}{۱۰۰})x_۳\ ,\ \cdots\ ,\ (۱+\frac{a}{۱۰۰})x_N$$

داده‌های جدید همگی در $(۱+\frac{a}{۱۰۰})$ ضرب شده‌اند و می‌دانیم اگر تمام داده‌های آماری در مقداری ثابت ضرب شوند میانگین در آن مقدار ثابت و انحراف معیار در قدر مطلق آن مقدار ثابت ضرب می‌شوند.

$$CV_{\text{قدیم}}=\frac{\sigma}{\bar{x}}\rightarrow CV_{\text{جدید}}=\frac{(۱+\frac{a}{۱۰۰})\sigma}{(۱+\frac{a}{۱۰۰})\bar{x}}=\frac{\sigma}{\bar{x}}=CV_{\text{قدیم}}$$

بنابراین ضریب تغییرات، تغییر نمی‌کند.

۷ ـ گزینه ۱

در ابتدا طول دسته‌ها را پیدا می‌کنیم. $۶C=۲۰-۲\rightarrow ۶C=۱۸\rightarrow C=۳$ در نمودار چندبر فراوانی، نقاطی که روی محور طول قرار دارند جزء دسته‌ها محسوب نمی‌شوند بنابراین تعداد دسته‌ها برابر ۵ است.

$$C=\frac{R}{n}\rightarrow ۳=\frac{R}{۵}\rightarrow R=۱۵$$

اگر تعداد دسته‌ها ۲ تا کم شود، تعداد دسته‌ها ۳ تا می‌شود.

$$C'=\frac{R'}{n'}\rightarrow C'=\frac{۱۵}{۳}=۵$$

بنابراین طول دسته‌ها ۲ واحد افزایش می‌یابد.

۸ ـ گزینه ۴ مجموع درصد فراوانی‌های نسبی N داده‌ی آماری برابر ۱۰۰ می‌باشد.

$$۳۰+۲۰+۲۵+\alpha=۱۰۰\rightarrow\alpha=۲۵$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی}=\frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}\times ۱۰۰\rightarrow ۲۵=\frac{Fi}{N}\times ۱۰۰\rightarrow\frac{Fi}{N}=\frac{۱}{۴}$$

$$d:\frac{۳۶۰}{N}Fi=۳۶۰\times\frac{Fi}{N}=۹۰^\circ$$

توجه کنید که دسته‌ی $[۱۲\ ,\ ۱۶)$ دسته‌ای است که مرکزش ۱۴ است.

۹ ـ گزینه ۴

$$\sigma^۲=\frac{\sum_{i=۱}^{N}x_i^۲}{N}-(\bar{x})^۲=\frac{۱}{۱۰}(۴۱۰)-۵^۲=۴۱-۲۵=۱۶\Rightarrow\sigma=۴$$

$$C_V=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۴}{۵}=۰/۸$$

۱۰ ـ گزینه ۱

$$f_{\text{قدیم}}=\frac{F}{N}\Rightarrow ۰/۱۲۵=\frac{F}{۸۰}\Rightarrow F=۱۰\quad ,\quad f_{\text{جدید}}=\frac{۱۰+x}{۸۰+۲۰}=۰/۱۵\Rightarrow x=۵$$

۱۱ ـ گزینه ۴

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^۲\Rightarrow ۶=\frac{۱}{۱۰}\sum_{i=۱}^{۱۰}(x_i-\bar{x})^۲\Rightarrow\sum_{i=۱}^{۱۰}(x_i-\bar{x})^۲=۶۰$$

اگر داده‌هایی مساوی با میانگین اضافه کنیم $\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^۲$ تغییر نمی‌کند.

$$\sigma_{\text{جدید}}^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i-\bar{x})^۲\Rightarrow ۴=\frac{۱}{۱۰+x}(۶۰)\rightarrow ۴۰+۴x=۶۰\Rightarrow x=۵$$

۱۲ - گزینه ۴

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲ \rightarrow ۱۵/۵ = \frac{۱}{۱۲}\sum_{i=۱}^{۱۲}(x_i - \bar{x})^۲ \rightarrow \sum_{i=۱}^{۱۲}(x_i - \bar{x})^۲ = ۱۸۶$$

اگر ۴ داده‌ی جدید مساوی با میانگین به داده‌ها اضافه کنیم، $\sum_{i=۱}^{۱۶}(x_i - \bar{x})^۲$ همان ۱۸۶ است و تغییر نمی‌کند چون تفاضل داده‌های جدید از میانگین برابر صفر است.

واریانس ۱۶ داده‌ی جدید عبارت است از:

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲ \rightarrow \sigma^۲ = \frac{۱}{۱۶}\sum_{i=۱}^{۱۶}(x_i - \bar{x})^۲ = \frac{۱}{۱۶}(۱۸۶) = ۱۱/۶۲۵$$

۱۳ - گزینه ۲ اگر x_i طول ضلع مربع باشد در این صورت $\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲ = ۲۴۰$ و $\bar{x} = ۴$ است.

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}{N} - (\bar{x})^۲ = \left(\frac{۲۴۰}{۱۰}\right) - (۴)^۲ = ۲۴ - ۱۶ = ۸ \Rightarrow \sigma = ۲\sqrt{۲}$$

۱۴ - گزینه ۳

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}{N} - (\bar{x})^۲ \rightarrow ۱۶ = \frac{۸۰۰}{۱۰} - (\bar{x})^۲ \rightarrow \bar{x}^۲ = ۶۴ \rightarrow \bar{x} = ۸$$

$$\Rightarrow \frac{x_۱ + \cdots + x_{۱۰}}{۱۰} = ۸ \Rightarrow x_۱ + \cdots + x_{۱۰} = ۸۰$$

۱۵ - گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = \frac{۲۴}{۴} = ۶$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} x_i^۲}{N} - (\bar{x})^۲ = \frac{۲۰۰}{۴} - (۶)^۲ = ۵۰ - ۳۶ = ۱۴$$

۱۶ - گزینه ۲

۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۱۸, ۲۰, ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷

دامنه‌ی تغییرات : $R = ۲۷ - ۱۱ = ۱۶ \Rightarrow$ طول دسته : $C = \frac{R}{n} = \frac{۱۶}{۴} = ۴$

پس دسته‌ها عبارتند از:

$[۱۱, ۱۵), [۱۵, ۱۹), [۱۹, ۲۳), [۲۳, ۲۷]$

پس فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم یعنی تعداد داده‌های کمتر از ۲۳، که برابر ۹ است.

۱۷ - گزینه ۲

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲ \rightarrow \sigma_۱^۲ = \frac{۱}{۸}\sum_{i=۱}^{۸}(x_i - ۱۲)^۲ = ۱۳ \Rightarrow \sum_{i=۱}^{۸}(x_i - ۱۲)^۲ = ۱۳ \times ۸ = ۱۰۴$$

با اضافه کردن داده‌های ۱۱، ۱۱ و ۱۴ میانگین تغییری نمی‌کند زیرا $۱۲ = \frac{۱۱ + ۱۱ + ۱۴}{۳}$ $\bar{x} =$ است.

بنابراین واریانس جدید برابر است با:

$$\sigma_۲^۲ = \frac{۱}{۱۱}\sum_{i=۱}^{۱۱}(x_i - ۱۲)^۲ = \frac{۱}{۱۱}\left(\sum_{i=۱}^{۸}(x_i - ۱۲)^۲ + (۱۱ - ۱۲)^۲ + (۱۱ - ۱۲)^۲ + (۱۴ - ۱۲)^۲\right) = \frac{۱۰۴ + ۲ + ۴}{۱۱} = ۱۰$$

۱۸ - گزینه ۴

$$di = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i \rightarrow ۱۳۵ = \frac{۳۶۰}{N}F_i \rightarrow \text{فراوانی نسبی} = \frac{F_i}{N} = \frac{۱۳۵}{۳۶۰} = \frac{۳}{۸}$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته‌ی } i\text{اُم} = \frac{F_i}{N} \times ۱۰۰ = \frac{۳}{۸} \times ۱۰۰ = ۳۷/۵$$

۱۹ - گزینه ۱

$$\text{فراوانی نسبی دسته ی اول} = \frac{\text{فراوانی مطلق دسته ی اول}}{\text{تعداد کل داده ها}} \Rightarrow ۰/۱ = \frac{۳}{N} \Rightarrow N = ۳۰$$

$$\text{مساحت کل مستطیل‌ها} = (\text{تعداد کل داده‌ها}) \times (\text{طول دسته‌ها}) \Rightarrow ۱۸۰ = (۳۰)(\text{طول دسته‌ها}) \Rightarrow \text{طول دسته‌ها} = \frac{۱۸۰}{۳۰} = ۶$$

۲۰ - گزینه ۱ در سرشماری، تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار می‌دهیم.

۲۱ - گزینه ۲

نمرهٔ کل آزمون عمومی این داوطلب همان میانگین نمرات دروس عمومی ولی با حساب کردن ضریب هر درس است.

$$\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}F_i x_i \rightarrow 58=\frac{1}{11}((4\times 65)+(2\times 52)+(3\times 70)+2x)$$

$$\rightarrow 58=\frac{260+104+210+2x}{11}\rightarrow 638=574+2x\rightarrow x=32$$

۲۲ - گزینه ۴

اگر هریک از داده‌ها را دو برابر کنیم انحراف‌معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و وقتی ۳ واحد به آنها اضافه کنیم، انحراف‌معیار تغییر نکرده و به میانگین ۳ واحد اضافه می‌شود.

$$\begin{matrix} CV_{\text{قدیم}}=\dfrac{\sigma}{\bar{x}} \\ CV_{\text{جدید}}=\dfrac{2\sigma}{2\bar{x}+3}\end{matrix}\rightarrow \frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}}=\frac{\frac{2\sigma}{2\bar{x}+3}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}}=\frac{2\bar{x}}{2\bar{x}+3}=\frac{24}{27}=\frac{8}{9}$$

۲۳ - گزینه ۲ اگر به هریک از داده‌ها مقدار $\bar{x}$ را اضافه کنیم، انحراف‌معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین، $\bar{x}$ اضافه می‌شود.

$$\begin{matrix} CV_{\text{قدیم}}=\dfrac{\sigma}{\bar{x}} \\ CV_{\text{جدید}}=\dfrac{\sigma}{\bar{x}+\bar{x}}=\dfrac{\sigma}{2\bar{x}}\end{matrix}\rightarrow \frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}}=\frac{\frac{\sigma}{2\bar{x}}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}}=\frac{1}{2}$$

۲۴ - گزینه ۲

$$\bar{x}=\frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}=\frac{10}{50}=0.2$$

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-(\bar{x})^2\rightarrow \sigma^2=\frac{2.72}{50}-(0.2)^2=\frac{5.44}{100}-\frac{4}{100}=\frac{1.44}{100}\Rightarrow \sigma=\frac{1.2}{10}=0.12$$

۲۵ - گزینه ۴ گروه خونی، سطح تحصیلات، وزن افراد و نوع آلاینده‌ی هوا به ترتیب متغیر کیفی اسمی، کیفی ترتیبی، کمی پیوسته و کیفی اسمی است. بنابراین گزینه‌های ۲ و ۳ رد می‌شوند.

از طریق مشاهده نمی‌توان در مورد گروه خونی، داده‌ای به دست آورد، پس گزینه‌ی ۱ هم رد می‌شود.

۲۶ - گزینه ۱ می‌دانیم مجموع فراوانی‌های نسبی همواره برابر ۱ است.

$$0.15+0.2+a+0.45=1\Rightarrow a=0.2$$

می‌دانیم میانگین، برابر مجموع حاصل‌ضرب فراوانی نسبی هر دسته در مرکز آن دسته می‌باشد و برای راحتی کار از تمام داده‌ها ۱۸ واحد کم می‌کنیم.

$$\bar{x}-18=((0.15\times(-1))+(0.2\times 0)+(0.2\times 1)+(0.45\times 2))\rightarrow \bar{x}-18=-0.15+0.2+0.9\rightarrow \bar{x}=18.95$$

۲۷ - گزینه ۳ خطای اندازه گیری نمی‌تواند صفر باشد و تعداد طبقات ساختمان، متغیر کمی گسسته است و نمونه زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری است.

۲۸ - گزینه ۳

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-(\bar{x})^2\rightarrow \sigma^2=\frac{2340}{10}-(3)^2=324-9=225\Rightarrow \sigma=15$$

۲۹ - گزینه ۲

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-(\bar{x})^2\Rightarrow 9=\frac{580}{10}-(\bar{x})^2\rightarrow \bar{x}^2=58-9=49\rightarrow \bar{x}=7$$

۳۰ - گزینه ۳ درجه‌ی حرارت یک شهر و وزن دانش‌آموزان یک کلاس و pH آب دریاچه‌های ایران، همگی متغیرهای کمّی پیوسته هستند اما گروه خونی متغیر کیفی اسمی است.

پاسخنامه کلیدی

(۱) - ۳	(۶) - ۱	(۱۱) - ۴	(۱۶) - ۲	(۲۱) - ۲	(۲۶) - ۱
(۲) - ۳	(۷) - ۱	(۱۲) - ۴	(۱۷) - ۲	(۲۲) - ۴	(۲۷) - ۳
(۳) - ۲	(۸) - ۴	(۱۳) - ۲	(۱۸) - ۴	(۲۳) - ۲	(۲۸) - ۳
(۴) - ۲	(۹) - ۴	(۱۴) - ۳	(۱۹) - ۱	(۲۴) - ۲	(۲۹) - ۲
(۵) - ۴	(۱۰) - ۱	(۱۵) - ۲	(۲۰) - ۱	(۲۵) - ۴	(۳۰) - ۳