

نام آزمون: آمار

سایت: ALIGEBRA.COM

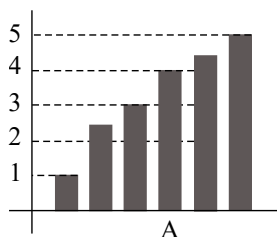
علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



علی هاشمی

۱- اگر داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۲- در مقایسه‌ی سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان نمودار میله‌ای مقابل رسم شده است در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیر صحیح هر دو میله ۰/۵ است)



۳- در جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی‌شده زیر، اگر به تمام داده‌ها ۱/۵ واحد اضافه شود، میانگین داده‌های جدید، برابر ۱۰ می‌شود. فراوانی دسته سوم کدام است؟

حدود دسته	۱ - ۵	۵ - ۹	۹ - ۱۳	۱۳ - ۱۷
فراوانی	۴	۵	a	۳

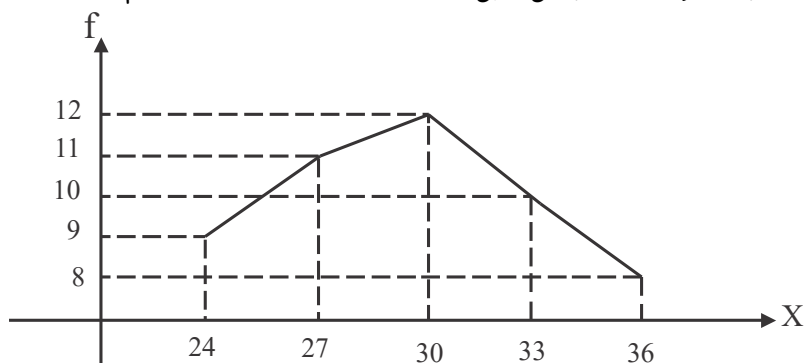
۴- نمرات آزمون مهارت فنی دو کارگر A و B به صورت زیر است:

A: ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹
B: ۱۶, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۷, ۱۸

دقت عمل کدام بیشتر است؟



۵- به داده های آماری با نمودار چند بر روبرو، دو داده ی ۲۹ و ۳۲، افزوده شود، درصد فراوانی نسبی در دسته ی وسط داده های جدید کدام است؟



۶- داده های آماری به ۱۲ طبقه دسته بندی شده اند. حدود دسته ی اول به صورت $[۲۳, ۲۶)$ می باشد. اگر این داده ها به ۹ طبقه دسته بندی شوند. مرکز دسته ی وسط کدام است؟

۷- در کدام مورد، عمل سرشماری انجام نشده است؟

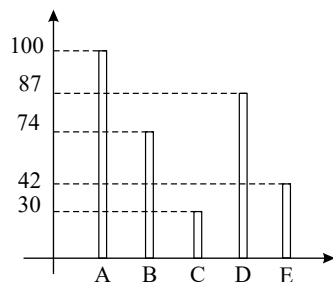
۸- در ۵۰ داده آماری، مجموع اختلافات داده ها از عدد ۱۲، برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده ها از عدد ۱۲، برابر ۴۵۰ می باشد. ضریب تغییرات این داده ها، کدام است؟

۹- قطر تنه ی درختان یک باغ، کدام نوع متغیر است؟

آمار



۱۰ - نمودار میله‌ای روبه‌رو، تعداد کارکنان با مهارت فنی، در ۵ گروه متمایز است. در نمایش آن با نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به گروه B، چند درجه است؟



۱۱ - در یک شرکت دارویی جدول توزیع کارکنان را با نمودار دایره‌ای نشان می‌دهیم. زاویه‌ی مربوط به کارکنان ارشد، چند درجه است؟

نوع مدرک	دیپلم	کاردانی	کارشناسی	ارشد	دکتر
تعداد	۳۰	۹۰	۱۸۰	۱۲۰	۳۰

۱۲ - در ۱۲ داده‌ی آماری مجموع تمام داده‌ها ۷۲ و مجموع مجزورات آنها ۴۸۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

۱۳ - گروه خونی افراد کدام نوع متغیر است؟



۱۴- در جدول فراوانی زیر، اگر میانگین داده‌ها $18\frac{4}{5}$ باشد، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مربوط به بازه $(21, 25]$ چند درجه است؟

حدود دسته	۹ - ۱۳	۱۳ - ۱۷	۱۷ - ۲۱	۲۱ - ۲۵	۲۵ - ۲۹
فراوانی	۳	۴	۷	x	۱

۱۵- در ۸۰۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده فراوانی نسبی دسته‌ی اول $0\frac{1125}{1000}$ است. اگر ۲۰۰ داده بزرگ‌تر از میانه به این داده‌ها افزوده شود، فراوانی نسبی دسته‌ی اول داده‌های جدید کدام است؟

۱۶- در داده‌های آماری با نمودار سابقه و برگ زیر، میزان پراکندگی داده‌های بیش‌تر از مد و کم‌تر از چارک سوم به ازای یک واحد از میانگین کدام است؟

ساقه	برگ			
۲	۵	۵	۵	۵
۳	۶	۸	۸	
۴	۴	۶	۶	۷

۱۷- در توزیع فراوانی داده‌های پیوسته، کدام نمودار مناسب است؟

۱۸- در ۶۰ داده‌ی آماری، میانگین ۳ و انحراف معیار $1\frac{2}{3}$ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟



۱۹ - در جدول فراوانی تجمعی زیر میانگین داده‌ها، کدام است؟

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

۲۰ - هشت داده آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است. اگر دو داده ۱۲ و ۱۸ به آنها افزوده شود، واریانس ۱۰ داده حاصل کدام است؟

۲۱ - اندازه قد ۱۲۰ دانش آموز، در جدول زیر دسته‌بندی شده است. فراوانی دسته چهارم کدام است؟

مرکز دسته	۱۵۵	۱۵۸	۱۶۱	۱۶۴	۱۶۷	۱۷۰
درصد فراوانی نسبی	۱۰	۱۵	۱۸	x	۲۰	۱۲

۲۲ - در جمع‌آوری داده‌های آماری، کدام عمل مورد قبول است؟

۲۳ - ضریب تغییرات، در داده‌های آماری زیر، با فراوانی تجمعی داده شده کدام است؟

مرکز دسته	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی تجمعی	۷	۱۶	۳۳	۴۴	۵۰



۲۴- نمودار دایره‌ای برای کدام متغیر مناسب است و اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی هر قسمت متناسب با کدام است؟

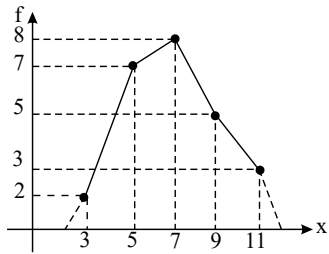
۲۵- هشتاد داده‌ی آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ داده‌ی جدید به این جدول افزوده شود فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دسته‌ی مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟

۲۶- در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها ۲۷/۵ باشد آن‌گاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۲۷- اگر $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2 = 25(x_1 + x_2 + \dots + x_{10}) = 600$ ضریب تغییرات داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ کدام است؟

۲۸- اگر میانگین و ضریب تغییرات اندازه‌ی اضلاع مربع‌هایی ۱۵ و ۰/۲ باشد میانگین مساحت این مربع‌ها کدام است؟

۲۹- میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۰/۲ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟



۳۰- باتوجه به نمودار چند بر فراوانی مقابل، واریانس کل داده‌ها، کدام است؟



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$$9, 11, 11, 12, 14, 14, 15, 15, 16, 17, 18 \rightarrow 16 = \text{چارک سوم و } 11 = \text{چارک اول}$$

داده‌های داخل جعبه عبارتند از: ۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵ می‌توانیم برای راحتی کار از همه داده‌ها ۱۱ واحد کم کنیم (انحراف معیار تغییر نمی‌کند) و داده‌های جدید عبارتند از: ۱, ۳, ۳, ۴, ۴.

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 3 + 4 + 4}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{5} ((1-3)^2 + (3-3)^2 + (3-3)^2 + (4-3)^2 + (4-3)^2) \\ = \frac{6}{5} = 1.2 \Rightarrow \sigma = \sqrt{1.2} \approx 1.1$$

۲ - گزینه ۲

در ابتدا جمع ارتفاع میله‌ها و یا به عبارت دیگر، تعداد کل داده‌ها (N) را بدست می‌آوریم.

$$N = 1 + 2.5 + 3 + 4 + 4.5 + 5 = 20 \rightarrow d_i = \frac{360}{N} \times F_i = \frac{360}{20} \times 4 = 72^\circ$$

۳ - گزینه ۳

اگر به تمام داده‌ها ۱/۵ واحد اضافه کنیم به میانگین نیز ۱/۵ واحد اضافه می‌شود بنابراین میانگین در این جدول، برابر ۸٫۵ = ۱۰ - ۱٫۵ است و مراکز دسته‌ها به ترتیب برابر ۳ و ۷ و ۱۱ و ۱۵ می‌باشند.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \Rightarrow 8.5 = \frac{3 \times 4 + 7 \times 5 + 11a + 15 \times 3}{12 + a} \Rightarrow 92 + 11a = 8.5a + 102 \\ \Rightarrow 92 + 2.5a = 102 \Rightarrow 2.5a = 10 \Rightarrow a = 4$$

۴ - گزینه ۲ در ابتدا میانگین دقت این دو کارگر را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x}_A = \frac{15 + 14 + 15 + 16 + 17 + 19}{6} = \frac{96}{6} = 16, \quad \bar{x}_B = \frac{16 + 14 + 17 + 14 + 17 + 18}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{6} (1 + 4 + 1 + 0 + 1 + 9) = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \rightarrow \sigma_A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{6} (0 + 4 + 1 + 4 + 1 + 4) = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} \rightarrow \sigma_B = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

می‌دانیم $C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}}$ است و چون $C_{V_A} > C_{V_B}$ است پس دقت کاری B از A بیشتر است.

۵ - گزینه ۳ با توجه به نمودار، جدول فراوانی بدین صورت خواهد شد.

دسته‌ها	[۲۲٫۵، ۲۵٫۵)	[۲۵٫۵، ۲۸٫۵)	[۲۸٫۵، ۳۱٫۵)	[۳۱٫۵، ۳۴٫۵)	[۳۴٫۵، ۳۷٫۵)
فراوانی مطلق	۹	۱۱	۱۲	۱۰	۸

$$N = 9 + 11 + 12 + 10 + 8 = 50$$

دو داده‌ی ۲۹ و ۳۲ که اضافه شوند در دسته‌های سوم و چهارم قرار می‌گیرند یعنی فراوانی مطلق دسته‌ی وسط برابر ۱۳ می‌شود و تعداد کل داده‌ها برابر ۵۲ می‌گردد.

$$\text{فراوانی نسبی وسط} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی وسط} = \frac{1}{4} \times 100 = 25$$

۶ - گزینه ۲

$$(C) = \text{طول دسته} \rightarrow 26 - 23 = 3$$

$$C = \frac{R}{n} \rightarrow 3 = \frac{R}{12} \rightarrow R = 3 \times 12 = 36$$

تغییر تعداد دسته‌ها در دامنه‌ی تغییرات، تأثیری ندارد.

$$C' = \frac{R'}{n'} \rightarrow C' = \frac{36}{9} \rightarrow C' = 4$$

پس در دسته‌بندی جدید طول دسته‌ها ۴ است یعنی در دسته‌بندی جدید دسته‌ها به صورت:

$$[23 - 27), [27 - 31), [31 - 35), [35 - 39), [39 - 43), \dots$$



خواهد بود. دسته‌ی وسط در بین ۹ دسته، دسته‌ی پنجم است که حدود آن ۴۳ - ۳۹ است و مرکز آن برابر است با:

$$\text{مرکز دسته} = \frac{۳۹ + ۴۳}{۲} = ۴۱$$

۷ - گزینه ۴ وقتی می‌خواهیم تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم عمل سرشماری انجام می‌دهیم، در این حالت نمونه دیگر زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری نیست، بلکه برابر با خود جامعه است و در نتیجه اندازه‌ی نمونه و جامعه با هم برابر است.

۸ - گزینه ۲ می‌دانیم مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است. بنابراین میانگین داده‌ها برابر ۱۲ است و داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - ۱۲)^2 + (x_2 - ۱۲)^2 + \dots + (x_{۵۰} - ۱۲)^2}{۵۰} = \frac{\text{مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از ۱۲}}{۵۰} = \frac{۴۵۰}{۵۰} = ۹ \Rightarrow \sigma = ۳$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۱۲} = \frac{۱}{۴} = ۰٫۲۵$$

۹ - گزینه ۱ قطر تنه‌ی درختان، هر عدد حقیقی مثبتی می‌تواند باشد، پس از نوع کمی پیوسته است.

۱۰ - گزینه ۲

$$d_i = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i = \frac{۳۶۰}{۱۰۰ + ۷۴ + ۳۰ + ۸۷ + ۴۲} \times ۷۴ = \frac{۳۶۰}{۳۳۳} \times ۷۴ = \frac{۳۶۰}{۹} \times ۲ = ۴۰ \times ۲ = ۸۰^\circ$$

۱۱ - گزینه ۳ با توجه به رابطه‌ی فراوانی نسبی مربوط به نمودار دایره‌ای داریم:

$$d_i = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i \Rightarrow d_i = \frac{۳۶۰}{۴۵۰} \times ۱۲۰ = ۹۶^\circ$$

گزینه ۳ - ۱۲

$$\bar{x} = \frac{۷۲}{۱۲} = ۶$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{۴۸۰}{۱۲} - (۶)^2 = ۴۰ - ۳۶ = ۴ \Rightarrow \sigma = ۲$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

۱۳ - گزینه ۴ گروه خونی، قابل اندازه‌گیری نیست و ترتیب خاصی در آن وجود ندارد، بنابراین کیفی اسمی است.

۱۴ - گزینه ۱ مراکز دسته‌ها به ترتیب ۱۱، ۱۵، ۱۹، ۲۳، ۲۷ می‌باشد.

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۹ واحد کم می‌کنیم.

$$\bar{x} - ۱۹ = \frac{۱}{۱۵ + x} ((۳ \times (-۸)) + (۴ \times (-۴)) + (۷ \times ۰) + (x \times ۴) + (۱ \times ۸))$$

$$\rightarrow -۰٫۶ = \frac{۱}{۱۵ + x} (-۲۴ - ۱۶ + ۴x + ۸) \rightarrow -۰٫۶ = \frac{۴x - ۳۲}{x + ۱۵}$$

$$\rightarrow -۰٫۶x - ۹ = ۴x - ۳۲ \rightarrow ۴٫۶x = ۲۳ \rightarrow x = ۵$$

$$d_i = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i = \frac{۳۶۰}{۱۵ + ۵} \times ۵ = ۹۰^\circ$$

۱۵ - گزینه ۲

$$\text{فراوانی مطلق طبقه‌ی اول} = \frac{F_1}{۸۰۰} \Rightarrow ۰٫۱۱۲۵ = \frac{F_1}{۸۰۰} \Rightarrow F_1 = ۹۰$$

چون میانه، میانگین داده‌های ۴۰۰ و ۴۰۱ ام است، لذا داده‌های اضافه شده هیچ‌کدام در دسته‌ی اول قرار ندارد، پس:

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی اول داده‌های جدید} = \frac{۹۰}{۸۰۰ + ۲۰۰} = \frac{۹۰}{۱۰۰۰} = ۰٫۰۹$$

۱۶ - گزینه ۴ در یازده داده‌ی نمودار، داده‌ی نهم یعنی ۴۶ چارک سوم است و ۲۵ چون بیشترین فراوانی را دارد مد می‌باشد. پس داده‌های بیش‌تر از مد و کم‌تر از چارک سوم عبارتند از:

۳۶، ۳۸، ۳۸، ۴۴

$$\bar{x} = \frac{۳۶ + ۳۸ + ۳۸ + ۴۴}{۴} = \frac{۱۵۶}{۴} = ۳۹$$

میزان پراکندگی به ازای یک واحد از میانگین یعنی همان ضریب تغییرات داده‌ها، بنابراین ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{۴} ((۳۶ - ۳۹)^2 + (۳۸ - ۳۹)^2 + (۳۸ - ۳۹)^2 + (۴۴ - ۳۹)^2)$$

$$= \frac{۹ + ۱ + ۱ + ۲۵}{۴} = \frac{۳۶}{۴} = ۹ \Rightarrow \sigma = ۳ \Rightarrow C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۳}{۳۹} = \frac{۱}{۱۳}$$

۱۷ - گزینه ۲ در توزیع فراوانی داده‌های پیوسته، نمودار چندبر فراوانی مناسب است.



$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma}{\bar{x} + 9} = \frac{1,2}{3 + 9} = \frac{1,2}{12} = \frac{1}{10}$$

به داده‌ها ۹ واحد اضافه کنیم انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین ۹ واحد اضافه می‌شود.

۱۹ - گزینه ۱ ابتدا فراوانی مطلق دسته‌ها را بدست می‌آوریم (اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی i ام و $(i+1)$ ام، فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+1)$ ام را می‌دهد).

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی مطلق	۸	۱۶	۲۰	۲۴	۱۲

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i \Rightarrow \bar{x} = \frac{7 \times 8 + 8 \times 16 + 9 \times 20 + 10 \times 24 + 11 \times 12}{80} = 9,2$$

۲۰ - گزینه ۴ با نوشتن فرمول میانگین، مجموع داده‌ها را تعیین می‌کنیم:

$$\bar{x} = 15 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_8}{8} = 15 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 120$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{8} ((x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_8 - 15)^2) = 4$$

$$\Rightarrow (x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_8 - 15)^2 = 32$$

چون میانگین دو عدد ۱۲ و ۱۸ برابر ۱۵ است پس در ده داده حاصل میانگین تغییر نمی‌کند.

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{1}{10} ((x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_8 - 15)^2 + (12 - 15)^2 + (18 - 15)^2)$$

$$= \frac{1}{10} (32 + 9 + 9) = \frac{50}{10} = 5$$

۲۱ - گزینه ۴ مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است بنابراین داریم:

$$10 + 15 + 18 + x + 20 + 12 = 100 \Rightarrow x = 25$$

$$100 \times \text{درصد فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \times 100$$

$$\Rightarrow 25 = \frac{F_4}{120} \times 100 \Rightarrow F_4 = 30$$

۲۲ - گزینه ۴

۲۳ - گزینه ۳ ابتدا جدول داده شده را براساس فراوانی مطلق می‌نویسیم (اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی i ام و $(i+1)$ ام، فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+1)$ ام را می‌دهد).

مرکز دسته	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی	۷	۹	۱۷	۱۱	۶

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۰ واحد کم می‌کنیم و می‌دانیم اگر از تمام داده‌ها مقداری ثابت کم کنیم انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

$$\bar{x} - 10 = \frac{1}{50} ((7 \times (-4)) + (9 \times (-2)) + (17 \times 0) + (11 \times 2) + (6 \times 4))$$

$$\rightarrow \bar{x} - 10 = \frac{1}{50} (-28 - 18 + 0 + 22 + 24) \rightarrow \bar{x} - 10 = 0 \rightarrow \bar{x} = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{50} (7(6-10)^2 + 9(8-10)^2 + 17(10-10)^2 + 11(12-10)^2 + 6(14-10)^2)$$

$$= \frac{1}{50} (112 + 36 + 0 + 44 + 96) = \frac{288}{50} = 5,76 \rightarrow \sigma = 2,4$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2,4}{10} = 0,24$$

۲۴ - گزینه ۱ نمودار دایره‌ای برای متغیرهای کیفی مناسب است و اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی متناسب با فراوانی نسبی هر دسته است.

گزینه ۳ - ۲۵

$$\left. \begin{array}{l} x = \text{فراوانی مطلق دسته‌ی وسط قبل از تغییر} \\ N = 80 = \text{تعداد کل داده‌های جامعه قبل از تغییر} \\ a = \text{تعداد داده‌های افزایش یافته در دسته‌ی وسط} \\ N + 20 = 100 = \text{تعداد کل داده‌های جامعه بعد از تغییر} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{فراوانی مطلق} = \frac{\text{فراوانی نسبی}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}} \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{80} = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط قبل از تغییر} \\ \frac{x+a}{100} = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط بعد از تغییر} \end{array} \right.$$

در سوال گفته شده است که فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نکرده است و باید $\frac{a}{x}$ را پیدا کنیم

$$\frac{x}{80} = \frac{x+a}{100} \rightarrow 100x = 80x + 80a \rightarrow 20x = 80a \rightarrow \frac{a}{x} = \frac{20}{80} = \frac{1}{4}$$



۲۶ - گزینه ۳ فرض کنید $\bar{x}$ میانگین کل ۳۶ داده، $\bar{x}_1$ میانگین ۹ داده‌ی سمت چپ، $\bar{x}_p$ میانگین ۱۸ داده‌ی درون جعبه و $\bar{x}_p$ میانگین ۹ داده‌ی سمت راست جعبه می‌باشد.

$$\bar{x} = \frac{9\bar{x}_1 + 18\bar{x}_p + 9\bar{x}_p}{36} \rightarrow 27.5 = \frac{(9 \times 22) + 18\bar{x}_p + (9 \times 30)}{36}$$

$$\rightarrow 990 = 468 + 18\bar{x}_p \rightarrow 18\bar{x}_p = 522 \rightarrow \bar{x}_p = \frac{522}{18} = 29$$

۲۷ - گزینه ۲

$$25(x_1 + x_p + \dots + x_{10}) = 600 \rightarrow x_1 + x_p + \dots + x_{10} = \frac{600}{25} = 24 \rightarrow \bar{x} = \frac{24}{10} = 2.4$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{600}{10} - (2.4)^2 = 60 - 5.76 = 54.24$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{54.24}}{2.4} = \frac{10 \times \sqrt{54.24}}{10 \times 2.4} = \frac{\sqrt{100 \times 54.24}}{24} = \frac{\sqrt{5424}}{24} = \frac{\sqrt{16 \times 339}}{24}$$

$$= \frac{4\sqrt{339}}{24} = \frac{\sqrt{339}}{6}$$

۲۸ - گزینه ۴ اگر طول اضلاع مربع‌ها را با x_i و تعداد مربع‌ها را N در نظر بگیریم داریم:

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.2 = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \sigma = 3$$

مساحت مربع‌ها برابر $\sum_{i=1}^N x_i^2$ می‌باشد بنابراین میانگین مساحت مربع‌ها برابر $\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}$ است.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (15)^2 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} = 234$$

۲۹ - گزینه ۳ اگر اضلاع مربع‌ها را به صورت x_i نشان دهیم، در این صورت $\sum_{i=1}^N x_i^2$ مجموع مساحت‌های این مربع‌ها و $\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}$ برابر میانگین مساحت این مربع‌ها می‌باشد.

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow 0.2 = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \sigma = 3 \rightarrow \sigma^2 = 9$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow 9 = \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - (15)^2 \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} = 234$$

۳۰ - گزینه ۴ در نمودار چند بر فراوانی، طول نقاط نشان دهنده‌ی مرکز دسته و عرض نقاط نشان دهنده‌ی فراوانی مطلق دسته‌ها هستند.

مرکز دسته	۳	۵	۷	۹	۱۱
فراوانی مطلق	۲	۷	۸	۵	۳

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۷ واحد کم می‌کنیم و واضح است که واریانس تغییر نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i x_i = \frac{1}{25} ((2 \times (-4)) + (7 \times (-2)) + (8 \times 0) + (5 \times 2) + (3 \times 4)) = \frac{0}{25} = 0$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N F_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{25} (2(-4 - 0)^2 + 7(-2 - 0)^2 + 8(0 - 0)^2 + 5(2 - 0)^2 + 3(4 - 0)^2)$$

$$= \frac{1}{25} (32 + 28 + 0 + 20 + 48) = \frac{128}{25} = 5.12$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۲	۱۱ - ۳	۱۶ - ۴	۲۱ - ۴	۲۶ - ۳
۲ - ۲	۷ - ۴	۱۲ - ۳	۱۷ - ۲	۲۲ - ۴	۲۷ - ۲
۳ - ۲	۸ - ۲	۱۳ - ۴	۱۸ - ۱	۲۳ - ۳	۲۸ - ۴
۴ - ۲	۹ - ۱	۱۴ - ۱	۱۹ - ۱	۲۴ - ۱	۲۹ - ۳
۵ - ۳	۱۰ - ۲	۱۵ - ۲	۲۰ - ۴	۲۵ - ۳	۳۰ - ۴