نام آزمون: احتمال

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی هاشمی

۱ - در پرتاب دو سکه و یک تاس با هم، چقدر احتمال دارد حداقل یک سکه رو و عدد تاس زوج بیابد؟

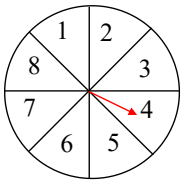
۲ - در میان ۴ فرزند خانواده، با کدام احتمال هیچ دو فرزندی متولد یک ماه نیستند؟

۳ - احتمال بهبود یافتن دو فرد A و B پس از شیمی درمانی، به ترتیب ۰٫۶ و ۰٫۷ است، با کدام احتمال فقط B بهبود می‌یابد؟

۴ - در پرتاب ۳ تاس با هم با کدام احتمال حداقل یک رقم روشده مضرب ۳ است؟

۵ - در فضای نمونه‌ای S، احتمال یک پیشامد ۱۰ عضوی برابر $\frac{۲}{۷}$ است. S چند عضو دارد؟

۶ - عقربه‌ی شکل مقابل، پس از حرکت به تصادف در یکی از ۸ ناحیه می‌ایستد. با کدام احتمال این عقربه عددی فرد و اول را نشان می‌دهد؟



۷ - در فضای نمونه‌ای ۸ عضوی S ، اگر دو پیشامد $A=\{۱,۲,۳,۷\}$ و $B=\{۲,۴,۵,۷\}$ را در نظر بگیریم، $P(A-B)$ کدام است؟

۸ - از میان ۴ موش «قوی » و ۳ موش « ضعیف» دو موش انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های انتخابی «قوی » است؟

۹ - با کدام احتمال، فصل تولد سه نفر در سال با هم متفاوت است؟

۱۰ - اگر $P(A)=۰/۴$، $P(A\cup B)=۰/۷$ و $P(B)=۰/۵$ ، مقدار $P(B-A)$ کدام است؟

۱۱ - در پرتاب دو تاس با هم چقدر احتمال دارد هر دو عدد ظاهر شده ، مضرب ۳ باشند؟

۱۲ - در پرتاب دو تاس با هم، اگر مجموع اعداد ظاهر شده ۷ باشد، با کدام احتمال حداقل یکی از اعداد ظاهر شده مضرب ۳ است؟

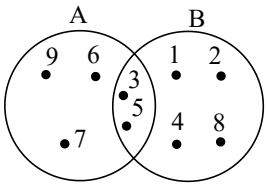
۱۳ - ۶۰ درصد مردم به سینما و ۷۵ درصد آن‌ها به فوتبال علاقمند هستند. با کدام احتمال یک نفر حداقل به یکی از این دو علاقمند است؟

۱۴ - از بین ۴ دانش آموز ریاضی و ۳ دانش آموز تجربی، ۳ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال همگی از یک رشته هستند؟

۱۵ - در پرتاب دو سکه و یک تاس با کدام احتمال حداقل یک سکه رو و تاس بیشتر از ۴ می‌آید؟

۱۶ - تاسی را چهاربار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم در سه پرتاب اول، مجموع اعداد رو شده زوج است، احتمال آن که در پرتاب چهارم عدد زوج رو شود، کدام است؟

۱۷ - در پیشامدهای روبه‌رو، مقدار $P(B|A)$ کدام است؟



۱۸ - اگر $P(A)=\frac{۱}{۳}$, $P(B)=\frac{۱}{۲}$ و $P(A\cup B)=\frac{۴}{۵}$ حاصل $P(B|A)$ کدام است؟

۱۹ - آزمایش‌های انجام شده روی دو شخص A, B نشان می‌دهد که احتمال بهبود شخص A پس از عمل جراحی پیوند کلیه ۸۰ درصد و احتمال بهبود شخص B پس از عمل جراحی پیوند کلیه ۶۰ درصد است. اگر این دو نفر تحت عمل پیوند کلیه قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد یکی از این دو نفر بهبود یابند؟

۲۰ - اگر $P(A)=\frac{۲}{۵}$, $P(B)=\frac{۱}{۳}$ و $P(A\cup B)=\frac{۳}{۵}$ باشد، حاصل $P(B-A)$ کدام است؟

۲۱ - یک جفت تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو تاس رو شده برابر ۸ می‌باشد یا هر دو تاس زوج رو می‌شوند؟

۲۲ - در میان ۳ نفر با کدام احتمال همگی متولد روزهای متفاوت هفته‌اند؟

۲۳ - ۶۰ درصد از اعضای یک باشگاه ، مرد و گروه خونی ۳۰ درصد اعضا A است. با کدام احتمال یک عضو مرد است یا گروه خونی A دارد؟

۲۴ - کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. احتمال آن‌که کارمند مردی مدرک دانشگاهی نداشته باشد، چقدر است؟

		جنسیت	
		زن	مرد
مدرک	دانشگاهی	20	25
	کمتر از دانشگاهی	70	85

۲۵ - A و B دو پیشامد مستقل‌اند. اگر $P(B|A)=\frac{۱}{۳}$ و $P(A'|B)=\frac{۲}{۵}$ مقدار $P(A\cup B)$ کدام است؟

۲۶ - اگر C,B,A پیشامدهایی دوبه‌دو ناسازگار باشند به طوری‌که $P(A)+P(B)=\frac{۳}{۸}$, $P(B)+P(C)=\frac{۳}{۱۶}$ و $P(A)+P(C)=\frac{۳}{۱۶}$ مقدار $P(A\cup B\cup C)$ کدام است؟

۲۷ - از کیسه‌ای شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه، یک مهره خارج می‌کنیم؛ سپس مهره‌ی دیگری بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال مهره‌ی دوم سفید است؟

۲۸ - از جعبه‌ی مقابل ۳ مهره به طور متوالی و بدون جایگذاری برمی‌داریم، احتمال انکه هر ۳ مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

۵	۵	۴
سبز	آبی	قرمز

۲۹ - اگر $P(A)=\frac{۲}{۳}=P(A\cup B)=۴P(A\cap B)$ مقدار $P(B-A)$ کدام است؟

۳۰ - در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سیاه، ۴ مهره‌ی قرمز و ۵ مهره‌ی سبز وجود دارد. مهره‌ای از این کیسه برمی‌داریم و ملاحظه می‌کنیم که قرمز نیست. احتمال این‌که این مهره سیاه باشد، کدام است؟

۳۱ - دو تاس را پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده مضرب ۶ باشد، کدام است؟

۳۲- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به‌طوری که احتمال وقوع پیشامدهای A و B به‌ترتیب ۰٫۴۵ و ۰٫۲۵ و این دو پیشامد ناسازگار باشند، در یک آزمایش تصادفی با کدام احتمال هر دو پیشامد رخ نمی‌دهند؟

۳۳- اگر ۴۰ درصد ژن‌های تعیین کننده عامل RH خون منفی باشد، با کدام احتمال در خانواده‌ای اولین فرزند با RH منفی فرزند دوم آن‌ها است؟

۳۴- پیشامدهای A و B از فضای نمونه‌ای S ناسازگارند، کدام رابطه نادرست است؟

۳۵- سه سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال درست ۲ سکه «رو» ظاهر می‌شوند؟

۳۶- در یک خانواده‌ی ۴ فرزندی، فضای نمونه ای چند عضو دارد؟

۳۷- دو تاس را با هم می‌ریزیم، با کدام احتمال عدد یکی از تاس‌ها ۵ یا مجموع دو عدد روشده برابر ۵ است؟

۳۸ - در پرتاب سه تاس با هم، احتمال اینکه هر سه عدد روشده یکسان باشند کدام است؟

۳۹ - اگر ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده عامل RH خون منفی باشد. با کدام احتمال دو فرزند از لحاظ خونی دارای یک نوع RH هستند؟

۴۰ - خانواده ای دارای سه فرزند دختر است. با کدام احتمال فرزند چهارم آنها پسر می شود؟

۴۱ - چهار وجه مکعب سالمی سفید و دو وجه دیگر آن سیاه است. این مکعب را ۳ مرتبه می‌اندازیم. احتمال این که هیچ دو پرتابی با رنگ یکسان پشت سر هم رخ ندهد، کدام است؟

۴۲ - حداقل یکی از فرزندان یک خانواده‌ی ۳ فرزندی، دختر است. احتمال آن که در این خانواده تعداد فرزندان دختر بیشتر از فرزندان پسر باشد، کدام است؟

۴۳ - تمام اعداد دو رقمی که با ارقام ۱، ۲، ۴، ۵ می‌توان ساخت روی کارت‌های یکسان و متمایز نوشته و در یک کیسه قرار می‌دهیم، با کدام احتمال عدد روی کارت مضرب ۳ است و مضرب ۴ نیست؟

۴۴ - برای دو پیشامد مستقل A , B، $P(A|B) = ۰٫۳$ ، $P(A \cup B) = ۰٫۵۸$ است. $P(B)$ کدام است؟

۴۵ - در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره پی‌درپی و بدون جایگذاری و به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های اول و سوم همرنگ باشند کدام است؟

۴۶ - در پرتاب دو تاس می‌دانیم حاصل‌ضرب اعداد رو شده‌ی تاس‌ها، عددی زوج است. احتمال این که مجموع دو تاس بر ۴ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۴۷ - سکه‌ی سالمی را ۵ بار می‌اندازیم، احتمال این که حاصل همه‌ی پرتاب‌ها یکسان نباشند، کدام است؟

۴۸ - از بین ۴ کتاب ریاضی متمایز و ۳ کتاب ادبی متمایز به تصادف ۳ کتاب برداشته شود با کدام احتمال دو کتاب انتخابی ریاضی است؟

۴۹ - در پرتاپ دو تاس باهم، با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده برابر ۷ است؟

۵۰ - در ساختن یک کلمه‌ی ۶ حرفی با حروف کلمه‌ی $PANAMA$، احتمال آن که حروف A یک در میان باشند، کدام است؟

۵۱ - اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند کدام رابطه نادرست است؟

۵۲ - اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، کدام رابطه نادرست است؟

۵۳ - خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر فرزند اول و چهارم هم‌جنس باشند، احتمال آن که ۳ فرزند این خانواده پسر باشند، کدام است؟

۵۴ – از کنار هم قرار دادن ارقام متمایز ۴، ۳، ۲، ۱، ۰ یک عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌سازیم. احتمال این که این عدد زوج باشد، کدام است؟

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ اگر پیشامد رو آمدن حداقل یک سکه را با A و پیشامد زوج آمدن عدد تاس را با B نمایش دهیم، داریم:

$$A = \{(ر،ر) \text{ و } (ر،پ) \text{ و } (پ،ر)\} \Rightarrow P(A) = \frac{۳}{۲^۲} = \frac{۳}{۴}$$

$$B = \{۲, ۴, ۶\} \Rightarrow P(B) = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

چون A و B مستقل هستند، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۸}$$

۲ - گزینه ۴

$$n(S) = ۱۲^۴ \Rightarrow P(A) = \frac{۱۲ \times ۱۱ \times ۱۰ \times ۹}{۱۲^۴} = \frac{۵۵}{۹۶}$$

۳ - گزینه ۳ یعنی B بهبود بیابد و A بهبود نیابد.

$$P(B \cap A') = P(B) \cdot P(A') = ۰/۷(۱ - ۰/۶) = (۰/۷)(۰/۴) = ۰/۲۸$$

۴ - گزینه ۴ اعداد ۳ و ۶ مضرب ۳ هستند پس احتمال ظاهر شدن مضرب ۳ برابر $\frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$ است. پس داریم:

$$P \text{ (حداقل یکی مضرب ۳)} = ۱ - P \text{ (هیچ کدام مضرب ۳ نباشند)} = ۱ - \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} = ۱ - \frac{۸}{۲۷} = \frac{۱۹}{۲۷}$$

۵ - گزینه ۲

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow \frac{۲}{۷} = \frac{۱۰}{n(S)} \Rightarrow n(S) = ۳۵$$

۶ - گزینه ۲

$$n(S) = ۸ \quad \text{و} \quad \text{فرد و اول} \rightarrow A = \{۳, ۵, ۷\} \rightarrow n(A) = ۳$$

پس $P(A) = \frac{۳}{۸}$ است.

۷ - گزینه ۴

$$A - B = \{۱, ۳\} = \text{اعضایی که در } A \text{ هست ولی در } B \text{ نیست}$$

$$\Rightarrow n(A - B) = ۲ \xrightarrow{n(S)=۸} P(A - B) = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴}$$

۸ - گزینه ۲

$$n(S) = \binom{۷}{۲} = \frac{۷ \times ۶}{۲} = ۲۱ \ , \ n(A) = \binom{۳}{۱} \times \binom{۴}{۱} = ۳ \times ۴ = ۱۲$$

پس $P(A) = \frac{۱۲}{۲۱} = \frac{۴}{۷}$ است.

۹ - گزینه ۲

$$n(S) = ۴^۳$$

نفر اول ۴ فصل را دارد: ۴ حالت نفر دوم یک فصل را ندارد: ۳ حالت نفر سوم دو فصل را ندارد: ۲ حالت

پس $P(A) = \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۴^۳} = \frac{۳}{۸}$ است.

۱۰ - گزینه ۳

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow ۰/۷ = ۰/۴ + ۰/۵ - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۲$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = ۰/۵ - ۰/۲ = ۰/۳$$

۱۱ - گزینه ۳ راه حل اول: احتمال این که عدد ظاهر شده‌ی تاس مضرب ۳ (۳ یا ۶) باشد، برابر $\frac{۱}{۳} = \frac{۲}{۶}$ است. پس در دو تاس (چون از هم مستقل هستند.) داریم:

$P(A)$: اولی مضرب ۳

$P(B)$: دومی مضرب ۳

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۹}$$

راه حل دوم: در پرتاب دو تاس، تعداد کل حالات برابر $n(S)=۳۶$ است. پیشامد مضرب ۳ بودن هر دو عدد ظاهر شده، عبارت است از:

$$A=\{(۳,۳),(۳,۶),(۶,۳),(۶,۶)\}\rightarrow n(A)=۴$$

پس $P(A)=\frac{۴}{۳۶}=\frac{۱}{۹}$ است.

۱۲ - گزینه ۴

$$S_{\text{جدید}}=\{(۱,۶),(۶,۱),(۵,۲),(۲,۵),(۴,۳),(۳,۴)\}\rightarrow n(S)=۶$$

در ۴ حالت از ۶ حالت فوق، حداقل یکی از اعداد ظاهر شده، مضرب ۳ است.

پس $P(A)=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}$ است.

۱۳ - گزینه ۴

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$$
$$=۰/۶۰+۰/۷۵-۰/۶۰\times ۰/۷۵=۰/۹۰$$

دقت کنید A ، B دو پیشامد مستقل هستند.

۱۴ - گزینه ۲

$$n(S)=\binom{۷}{۳}=۳۵$$

$$\text{هر سه ریاضی یا هر سه تجربی}\Rightarrow n(A)=\binom{۳}{۳}+\binom{۴}{۳}=۱+۴=۵$$

پس $P(A)=\frac{۵}{۳۵}=\frac{۱}{۷}$ است.

۱۵ - گزینه ۴ در پرتاب دو سکه احتمال حداقل یک رو برابر $\frac{۳}{۴}$ است. احتمال اینکه تاس بیشتر از ۴ باشد نیز $\frac{۲}{۶}$ است.

$$A_۱=\{\text{رر، پر، رپ ، پپ}\}$$
$$A_۲=\{۱,۲,۳,۴,\underline{۵},\underline{۶}\}$$

پس طبق قانون پیشامدهای مستقل داریم:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)=\frac{۳}{۴}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱}{۴}$$

۱۶ - گزینه ۲ می‌دانیم عدد رو شده در هر بار پرتاب یک تاس، مستقل از پرتاب‌های قبلی و بعدی است. پس احتمال مورد نظر برابر با $\frac{۳}{۶}$ یا $\frac{۱}{۲}$ است.

۱۷ - گزینه ۲ طبق فرمول احتمال شرطی داریم:

$$P(B|A)=\frac{n(B\cap A)}{n(A)}=\frac{n(\{۳,۵\})}{n(\{۹,۶,۷,۳,۵\})}=\frac{۲}{۵}$$

تعداد عضوهای مشترک، دوتا و تعداد اعضای A، پنج‌تا است.

۱۸ - گزینه ۴

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲}-\frac{۴}{۵}=\frac{۱}{۳۰}$$

حال از فرمول احتمال شرطی استفاده می‌کنیم:

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{۱}{۳۰}}{\frac{۱}{۳}}=\frac{۱}{۱۰}$$

۱۹ - گزینه ۲ پیشامد بهبود A را با A و پیشامد بهبود B را با B نمایش می‌دهیم. منظور سوال $P(A\cup B)$ است:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

با توجه به این‌که A,B دو پیشامد مستقل هستند، پس: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$

با جایگذاری در رابطه‌ی فوق داریم:

$$P(A\cup B)=\frac{۸}{۱۰}+\frac{۶}{۱۰}-\frac{۴۸}{۱۰۰}=\frac{۹۲}{۱۰۰}=\frac{۲۳}{۲۵}$$

۲۰ - گزینه ۱ ابتدا با استفاده از فرمول $P(A\cup B)$ ، مقدار $P(A\cap B)$ را به دست می‌آوریم:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow\frac{۳}{۵}=\frac{۲}{۵}+\frac{۱}{۳}-P(A\cap B)$$
$$\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۲}{۵}+\frac{۱}{۳}-\frac{۳}{۵}=\frac{۶+۵-۹}{۱۵}=\frac{۲}{۱۵}$$

حال $P(B-A)$ برابر است با:

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۳}-\frac{۲}{۱۵}=\frac{۳}{۱۵}=\frac{۱}{۵}$$

۲۱ - گزینه ۲

پیشامد مجموع ۸ را A درنظر می‌گیریم: $A=\{(۲,۶),(۶,۲),(۵,۳),(۳,۵),(۴,۴)\}$

پیشامد هر دو زوج را B درنظر می‌گیریم: $B=\{(۲,۲),(۲,۴),(۲,۶),(۴,۲),(۴,۴),(۴,۶),(۶,۲),(۶,۴),(۶,۶)\}$

$A\cap B=\{(۲,۶),(۶,۲),(۴,۴)\}$

منظور سؤال $P(A\cup B)$ می‌باشد:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۵}{۳۶}+\frac{۹}{۳۶}-\frac{۳}{۳۶}=\frac{۱۱}{۳۶}$$

۲۲ - گزینه ۲

$$n(S)=۷^۳\Rightarrow P(A)=\frac{۷\times ۶\times ۵}{۷^۳}=\frac{۳۰}{۴۹}$$

۲۳ - گزینه ۳

M : پیشامد مرد بودن

A : پیشامد گروه خونی A :دقت کنید این دو پیشامد مستقل هستند.

$$P(A\cup M)=P(A)+P(M)-P(A\cap M)$$
$$=P(A)+P(M)-P(A)\times P(M)=۰/۳+۰/۶+-۰/۳\times ۰/۶=۰/۹-۰/۱۸=۰/۷۲$$

۲۴ - گزینه ۴ تعداد کارمندان مرد برابر $۱۱۰+۸۵=۲۵$ نفر است و احتمال آن‌که تحصیلات دانشگاهی نداشته باشد برابر است با: $\frac{۸۵}{۱۱۰}=\frac{۱۷}{۲۲}$.

۲۵ - گزینه ۱ در مورد پیشامدهای مستقل X,Y می‌دانیم: $P(X|Y)=P(X)$

پس داریم:

$$P(B|A)=P(B)=\frac{۱}{۳}\ ,\ \ P(A'|B)=P(A')=\frac{۲}{۵}\Rightarrow P(A)=۱-\frac{۲}{۵}=\frac{۳}{۵}$$

بنابراین :

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-\underbrace{P(A)\times P(B)}_{P(A\cap B)}=\frac{۳}{۵}+\frac{۱}{۳}-\frac{۳}{۵}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۱۱}{۱۵}$$

۲۶ - گزینه ۳ اگر سه تساوی داده شده را با هم جمع کنیم، خواهیم داشت:

$$۲P(A)+۲P(B)+۲P(C)=\frac{۱۲}{۱۶}=\frac{۳}{۴}\xrightarrow{\div ۲}P(A)+P(B)+P(C)=\frac{۳}{۸}$$

از طرفی با توجه به این‌که سه پیشامد A,B,C دوبه‌دو ناسازگارند، داریم:

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{۳}{۸}$$

۲۷ - گزینه ۲ چون حرفی از مهره‌ی اول نزده، انگار آن را بیرون نیاورده‌ایم. پس در انتخاب مهره‌ی دوم همان کیسه‌ی اولیه (۳ سفید و ۵ سیاه) را داریم و احتمال سفید برابر است با: $\frac{۳}{۸}=$(سفید $P($

اگر از نتیجه‌ی آزمایش اول اطلاع نداشته باشیم، در واقع مشابه آن است که اصلاً آزمایش اول رخ نداده باشد. در این حالت آزمایش دوم به منزله‌ی آزمایش اول است.

۲۸ - گزینه ۱

$$P(\text{هرسه همرنگ})=\underbrace{\frac{۴}{۱۲}\times\frac{۳}{۱۱}\times\frac{۲}{۱۰}}_{\text{هر ۳ قرمز}}+\underbrace{\frac{۳}{۱۲}\times\frac{۲}{۱۱}\times\frac{۱}{۱۰}}_{\text{هر ۳ آبی}}+\underbrace{\frac{۵}{۱۲}\times\frac{۴}{۱۱}\times\frac{۳}{۱۰}}_{\text{هر ۳ سبز}}=\frac{۲۴+۶+۶۰}{۱۲\times ۱۱\times ۱۰}=\frac{۳}{۴۴}$$

۲۹ - گزینه ۲

$$۴P(A\cap B)=\frac{۲}{۳}\Rightarrow P(A\cap B)=\frac{۱}{۶};\quad P(A\cup B)=\frac{۲}{۳};\quad ۲P(A)=\frac{۲}{۳}\Rightarrow P(A)=\frac{۱}{۳}$$
$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۳}+P(B)-\frac{۱}{۶}\to P(B)=\frac{۱}{۲}$$
$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۳}$$

۳۰ - گزینه ۲ ابتدا مهره‌های قرمز را کنار می‌گذاریم، پس درون جعبه ۳ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی سبز باقی می‌ماند و احتمال مورد نظر برابر است با: $P(A)=\frac{۳}{۸}$

۳۱ - گزینه ۱

$$n(S)=۶^۲=۳۶$$

باید حالت‌هایی را محاسبه کنیم که مجموع اعداد رو شده برابر ۶ یا ۱۲ است:

$$A=\{(۶,۶),(۱,۵),(۵,۱),(۴,۲),(۲,۴),(۳,۳)\}\to n(A)=۶$$

پس $P(A)=\frac{۶}{۳۶}=\frac{۱}{۶}$ است.

۳۲ - گزینه ۱ می‌دانیم: $\boxed{(A\cup B)'=A'\cap B'}$

هر دو پیشامد رخ نمی‌دهد، یعنی $(A\cup B)$ پس داریم:

$$P(A'\cap B')=P((A\cup B)')=۱-P(A\cup B)=۱-(P(A)+P(B)-\cancel{P(A\cap B)}^{\circ})$$
$$=۱-(۰/۴۵+۰/۲۵)=۰/۳$$

۳۳ - گزینه ۳ احتمال اینکه فرزندی دارای RH خون منفی باشد $\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=۰/۱۶$ است.(هم پدر و هم مادر باید دارای RH خون منفی باشند)

باتوجه به صورت سوال یعنی فرزند اول دارای RH خون مثبت و فرزند دوم دارای RH خون منفی است یعنی

احتمال مطلوب $=(۱-۰/۱۶)(۰/۱۶)=۰/۱۳۴۴$

۳۴ - گزینه ۱

با توجه به اینکه در پیشامدهای ناسازگار اشتراک تهی است، گزینه‌ها را یک‌به‌یک بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱ : $P(A'\cap B)=P(B-A)=P(B)-P(\underbrace{A\cap B}_{\varnothing})=P(B)$

گزینه ۲ : $P(A'\cup B')=P((A\cap B)')=۱-P(\underbrace{A\cap B}_{\varnothing})=۱-۰=۱$

گزینه ۳ : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(\underbrace{A\cap B}_{\varnothing})=P(A)+P(B)$

گزینه ۴ : $P(A'\cap B)=P(B-A)=P(B)-P(\underbrace{A\cap B}_{\varnothing})=P(B)$

۳۵ - گزینه ۳

تعداد اعضای فضای نمونه و پیشامد موردنظر را پیدا می‌کنیم:

$$n(S)=۲^{۳}=۸\quad,\quad R,R,P\to n(A)=\frac{۳!}{۲!}=۳$$

پس $P(A)=\frac{۳}{۸}$ است.

۳۶ - گزینه ۴ در خانواده‌ی چهار فرزندی تعداد عضوهای فضای نمونه ای $n(S)=۲^{۴}=۱۶$ است.

۳۷ - گزینه ۴

دو پیشامد موردنظر با هم ناسازگار هستند، چون ممکن نیست یکی از تاس‌ها ۵ بیاید و مجموعشان هم ۵ باشد. (عدد تاس دوم عددی بزرگ‌تر از صفر است پس مجموعشان بیشتر از ۵ می‌شود.)

$$n(S)=۶^{۲}=۳۶$$

یکی از تاس‌ها ۵ باشد $A=\{(۱,۵)(۵,۱)(۲,۵)(۵,۲)(۳,۵)(۵,۳)(۴,۵)(۵,۴)(۵,۶)(۶,۵)\}\to n(A)=۱۰$

حال اعضای هرکدام از پیشامدها را مشخص می‌کنیم:

مجموع دو عدد روشده ۵ باشد $B=\{(۱,۴)(۴,۱)(۲,۳)(۳,۲)\}\to n(B)=۴$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۱۰}{۳۶}+\frac{۴}{۳۶}-۰=\frac{۱۴}{۳۶}=\frac{۷}{۱۸}$$

۳۸ - گزینه ۴

فضای نمونه‌ای آزمایش، برابر $n(S)=۶^{۳}=۲۱۶$ است و هر سه عدد روشده یکسان باشند ۶ حالت $(۱,۱,۱)(۲,۲,۲)\cdots(۶,۶,۶)$ است.

پس $P(A)=\frac{۶}{۲۱۶}=\frac{۱}{۳۶}$ است.

۳۹ - گزینه ۱

برای آنکه فرزندی دارای RH خون منفی باشد هم پدر و هم مادر باید دارای RH منفی باشند.

$$P(RH^{-})=\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰}=۰/۱۶\quad,\quad P(RH^{+})=۱-۰/۱۶=۰/۸۴$$

(RH^{-} اولی و RH^{-} دومی) یا (RH^{+} اولی و RH^{+} دومی)

احتمال مطلوب $=(۰/۸۴)(۰/۸۴)+(۰/۱۶)(۰/۱۶)=۰/۷۳۱۲$

۴۰ - گزینه ۱ جنسیت فرزند چهارم هیچ ربطی به جنسیت سه فرزند قبل ندارد پس احتمال پسر بودن فرزند چهارم $\frac{۱}{۲}$ است.

۴۱ - گزینه ۴ با توجه به این که دو وجه مکعب سیاه و چهار وجه دیگر آن سفید هستند، بنابراین:

$$\begin{cases}P\text{ (سفید آمدن هر پرتاب)}=\frac{۲}{۳}\\ P\text{ (سیاه آمدن هر پرتاب)}=\frac{۱}{۳}\end{cases}$$

دو حالت وجود دارد:

P (پرتاب اول سیاه و پرتاب دوم سفید و پرتاب سوم سیاه) $+P$ (پرتاب اول سفید و پرتاب دوم سیاه و پرتاب سوم سفید)

$$=(\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۳})+(\frac{۱}{۳}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۳})=\frac{۴}{۲۷}+\frac{۲}{۲۷}=\frac{۶}{۲۷}=\frac{۲}{۹}$$

۴۲ - گزینه ۲ اگر فرزند پسر را با b و فرزند دختر را با g نشان دهیم، داریم:

$$S_{\text{جدید}} = \{ggg, ggb, bbg, bgb, bgg, ggb, gbg\} \rightarrow n(S) = ۷$$

$$A = \{ggg, bgg, ggb, gbg\} \rightarrow n(A) = ۴$$

پس $P(A) = \frac{۴}{۷}$ است.

۴۳ - گزینه ۲ در این مسئله هدف، محاسبه‌ی $P(A - B)$ است.

$$\begin{cases} A = \text{مضرب ۳ باشد} = \{۱۲, ۲۱, ۲۴, ۴۲, ۴۵, ۵۴, ۱۵, ۵۱\} \\ B = \text{مضرب ۴ باشد} = \{۱۲, ۲۴, ۴۴, ۵۲\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \{۱۲, ۲۴\}$$

$$n(S) = ۴ \times ۴ = ۱۶$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{۸}{۱۶} - \frac{۲}{۱۶} = \frac{۶}{۱۶}$$

۴۴ - گزینه ۱ چون دو پیشامد مستقل‌اند، بنابراین $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ پس:

$$P(A|B) = P(A) = ۰/۳$$

با توجه به این که $P(A \cup B) = ۰/۵۸$ داریم:

$$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A \cup B) \Rightarrow \; ۰/۳ + P(B) - P(A)\,P(B) = ۰/۵۸$$

$$\Rightarrow \; ۰/۳ + P(B) - ۰/۳P(B) = ۰/۵۸ \Rightarrow \; ۰/۷\,P(B) = ۰/۲۸ \; \Rightarrow \; P(B) = ۰/۴$$

۴۵ - گزینه ۲ چون رنگ مهره‌ی دوم اهمیتی ندارد، پس فرض می‌کنیم مهره‌ی دوم انتخاب نشده است. پس مسئله را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\text{احتمال} = P\,(\text{اولی آبی و دومی آبی}) + P\,(\text{اولی قرمز و دومی قرمز}) = (\frac{۴}{۷} \times \frac{۳}{۶}) + (\frac{۳}{۷} \times \frac{۲}{۶}) = \frac{۲}{۷} + \frac{۱}{۷} = \frac{۳}{۷}$$

۴۶ - گزینه ۴ چون حاصل‌ضرب اعداد رو شده دو تاس، عددی زوج است، پس عددهای دو تاس نباید هر دو فرد باشد، بنابراین:

$$\text{تعداد کل حالات = فضای نمونه‌ای جدید} - \text{تعداد حالت‌های هر دو تاس فرد} \rightarrow n(S) = ۶ \times ۶ - ۳ \times ۳ = ۲۷$$

از طرفی حالت‌هایی که حاصل‌ضرب اعداد روشده‌ی دو تاس زوج و مجموع آن‌ها بر ۴ بخش‌پذیر است، به صورت زیر هستند:

$$A = \{(۲,۲)\,,\,(۴,۴)\,,\,(۶,۲)\,,\,(۲,۶)\,,\,(۶,۶)\} \;\Rightarrow n(A) = ۵$$

پس $P(A) = \frac{۵}{۲۷}$ است.

۴۷ - گزینه ۳ پیشامد A را پیشامد این که همه‌ی پرتاب‌ها یکسان نباشد، فرض می‌کنیم. تنها در دو حالت زیر همه‌ی پرتاب‌ها یکسان هستند:

(شیر، شیر، شیر، شیر، شیر) و (خط، خط، خط، خط، خط)

پس برای محاسبه‌ی «احتمال این که حاصل همه‌ی پرتاب‌ها یکسان نباشند» از متمم استفاده می‌کنیم:

$$P(A) = ۱ - P(A') \;\Rightarrow\; P(A) = ۱ - \frac{۲}{۲^۵} = \frac{۱۵}{۱۶}$$

۴۸ - گزینه ۳

$$n\,(S) = \binom{۷}{۳} = \frac{۷ \times ۶ \times ۵}{۶} = ۳۵$$

$$n\,(A) = \underbrace{\binom{۴}{۲}}_{\text{دو ریاضی}} \times \underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{یک ادبی}} = ۶ \times ۳ = ۱۸$$

پس $P\,(A) = \frac{۱۸}{۳۵}$ است.

۴۹ - گزینه ۱ فضای نمونه‌ای ۳۶ عضو دارد فضای مساعد به صورت زیر است.

$$A = \{(۱,۶)\,(۲,۵)\,(۳,۴)\,(۴,۳)\,(۵,۲)\,(۶,۱)\} \rightarrow n\,(A) = ۶$$

پس $P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$ است.

۵۰ - گزینه ۲ تعداد اعضای فضای نمونه‌ای ساختن یک کلمه‌ی ۶ حرفی بدون توجه به معنای آن با حروف کلمه‌ی $PANAMA$، عبارت است از:

$$n(S) = \frac{۶!}{۳!} = ۱۲۰$$

حال برای آن که حروف A، یک در میان باشند، داریم:

$$\left.\begin{matrix} PANAMA \rightarrow ۳! = ۶ \\ APANAM \rightarrow ۳! = ۶ \end{matrix}\right\} \rightarrow n\,(A) = ۱۲$$

(دقت کنید جابجایی حروف A چون عین هم هستند اهمیت ندارد.)

پس $P(A) = \frac{۱۲}{۱۲۰} = \frac{۱}{۱۰}$ است.

۵۱ - گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{(A \cup B)' = A' \cap B'}$

$P(A' \cap B') = P((A \cup B)') = ۱ - P(A \cup B) = ۱ - (P(A) + P(B) - \cancel{P(A \cap B)}^{\circ}) = ۱ - P(A) - P(B)$

پس گزینهٔ سوم نادرست است.

۵۲ - گزینه ۱ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ است. پس در رابطهٔ $P(A|B) = P(A) \cdot P(A \cap B)$ به جای $P(A), P(B), P(A \cap B)$ قرا می‌دهیم که نتیجه می‌شود: $P(A|B) = P(A)$

بنابراین گزینهٔ ۱ نادرست است.

۵۳ - گزینه ۳

$$S_{\text{جدید}} = \left\{ \begin{matrix} PDDP,\ PDPP,\ PPDP,\ PPPP \\ DPPD, DPDD, DDPD, DDDD \end{matrix} \right\} \Rightarrow n(S) = ۸$$

پس $P(A) = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴}$ **است.**

۵۴ - گزینه ۳

(خانه‌ی اول صفر قرار نمی‌گیرد) $n(S) = \boxed{۴} \times \boxed{۴} \times \boxed{۳} = ۴۸$ **تعداد اعضای فضای نمونه‌ای (کل اعداد سه رقمی)**

به خاطر وجود رقم صفر، تعداد حالات پیشامد مطلوب (عدد زوج سه رقمی بدون تکرار ارقام) برابر است با:

$$\left. \begin{matrix} \text{رقم یکان صفر باشد} : \boxed{۴} \times \boxed{۳} \times \boxed{۱} = ۱۲ \\ \text{رقم یکان دو یا چهار باشد} : \boxed{۳} \times \boxed{۳} \times \boxed{۲} = ۱۸ \end{matrix} \right\} \Rightarrow n(A) = ۱۲ + ۱۸ = ۳۰$$

پس $P(A) = \frac{۳۰}{۴۸} = \frac{۵}{۸}$ **است.**

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۹ - ۲	۱۷ - ۲	۲۵ - ۱	۳۳ - ۳	۴۱ - ۴	۴۹ - ۱
۲ - ۴	۱۰ - ۳	۱۸ - ۴	۲۶ - ۳	۳۴ - ۱	۴۲ - ۲	۵۰ - ۲
۳ - ۳	۱۱ - ۳	۱۹ - ۲	۲۷ - ۲	۳۵ - ۳	۴۳ - ۲	۵۱ - ۳
۴ - ۴	۱۲ - ۴	۲۰ - ۱	۲۸ - ۱	۳۶ - ۴	۴۴ - ۱	۵۲ - ۱
۵ - ۲	۱۳ - ۴	۲۱ - ۲	۲۹ - ۲	۳۷ - ۴	۴۵ - ۲	۵۳ - ۳
۶ - ۲	۱۴ - ۲	۲۲ - ۲	۳۰ - ۲	۳۸ - ۴	۴۶ - ۴	۵۴ - ۳
۷ - ۴	۱۵ - ۴	۲۳ - ۳	۳۱ - ۱	۳۹ - ۱	۴۷ - ۳	
۸ - ۲	۱۶ - ۲	۲۴ - ۴	۳۲ - ۱	۴۰ - ۱	۴۸ - ۳	