نام آزمون: احتمال

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی هاشمی

۱ - در پرتاب دو تاس با هم با کدام احتمال ارقام رو شده متوالی‌اند؟

۲ - آزمایش پرتاب یک تاس و یک سکه را در نظر بگیرید. تعداد پیشامدهای این آزمایش چند تا است؟

۳ - ۴۰ درصد ژن‌های تعیین کننده‌ی RH خون، منفی‌اند. با کدام احتمال یک نفر RH مثبت دارد؟

۴ - در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند. اگر به‌طور تصادفی ۴ موش از بین آنها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های مورد آزمایش، سفید است؟

۵ - احتمال اینکه از چهار فرزند یک خانواده دو فرزند پسر و دو فرزند دختر باشند کدام است؟

۶ - در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت قالی بافی دارند، اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟

۷ - در یک خانوادهٔ ۴ فرزندی با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

۸ - از بین ۵ مرد و ۴ زن، ۳ نفر را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال دقیقا یک مرد انتخاب می‌شود؟

۹ - در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به‌طور تصادفی پی‌درپی بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شمارهٔ فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

۱۰ - در جعبه‌ای ۶ مهره ی سفید و ۹ مهره ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای گذاری از آن بیرون می آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اوّلین مهره، دومین مهره‌ی خارج شده سفید است؟

۱۱ - از کیسه‌ای حاوی ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه، مهره‌ها را به طور متوالی و بدون جایگذاری بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال مهره‌ی دوم سفید و مهره‌ی ششم سیاه است؟

۱۲ - خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. اگر حداقل ۲ پسر داشته باشند، با کدام احتمال فرزند سوم آن‌ها دختر است؟

۱۳ - احتمال به هدف زدن یک تیر توسط تیرانداز ۰/۳ می‌باشد. او آنقدر شلیک می‌کند تا به هدف بزند. احتمال آن‌که بیش از ۳ شلیک لازم باشد چقدر است؟

۱۴ - ۴ نفر در یک کلاس حضور دارند. چه‌قدر احتمال دارد که هیچ دو نفری از آنها در یک روز از هفته متولد نشده باشند؟

۱۵ - احتمال این که شخصی دارای ناراحتی کلیه باشد، ۲۵٪ است و احتمال این که او ناراحتی قلبی داشته باشد، ۲۰٪ است. احتمال آن که دقیقاً یکی از دو ناراحتی را داشته باشد، کدام است؟

۱۶ - مطالعات ژنتیکی نشان داده است که ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده‌ی RH خون منفی هستند، احتمال این که فرزند اول و سوم RH خون منفی داشته باشند، چقدر است؟

۱۷ - از جعبه‌ای شامل ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی آبی، سه مهره متوالیاً و بدون جایگذاری برداشته می‌شود. اگر مهره‌ی اول سفید باشد، احتمال این که مهره‌ی سوم سفید باشد، کدام است؟

۱۸ - برای دو پیشامد مستقل B , A، اگر بدانیم $n(A) = ۴$, $n(B) = ۹$ و پیشامد این که حداقل یکی از دو پیشامد B, A روی دهد ۱۲ عضو دارد، فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟

۱۹ - در یک خانواده‌ی ۵ فرزندی، احتمال آن که تعداد فرزندان پسر و دختر حداقل دو تا اختلاف داشته باشند، چقدر است؟

۲۰ - درخانواده‌ای با شش فرزند با چه احتمالی آخرین فرزند، سومین پسر خانواده است؟

۲۱ - از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جاگذاری بیرون می‌آوریم، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟

۲۲ - بر روی هریک از چند کارت یکسان اعداد سه‌رقمی حاصل از جایگشت ترکیبات مجموعهٔ اعداد {۲, ۴, ۵, ۶, ۷} را نوشته، به تصادف یک کارت از بین آنها بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال دو رقم از اعداد این کارت‌ها فرد می‌باشند؟

۲۳ - در پرتاب سه تاس متمایز اگر اعداد رو شده متمایز باشند، احتمال این که اعداد متوالی باشند کدام است؟

۲۴ - علی ۲ تاس و حسن یک تاس پرتاب می‌کنند. احتمال آنکه حاصل ضرب اعداد ظاهر شده‌ی تاس‌های علی برابر عدد ظاهر شده‌ی تاس حسن باشد، چقدر است؟

۲۵ - هر یک از کشورهای D, C, B, A دارای ۵ شناگر می‌باشند؛ با چه احتمالی ۴ شناگری که برای مسابقات المپیک انتخاب می‌شوند دارای سه ملیت متفاوتند؟

۲۶ - تاسی را ۲ بار پرتاب می‌کنیم. اگر پیشامد A را «حالت‌هایی که مجموع اعداد ظاهر شده، کمتر از ۵ است» و پیشامد B را «حالت‌هایی که تاس اول عدد ۳ ظاهر شود» در نظر بگیریم. $P(B-A)$ کدام است؟

۲۷ - از بین ۵ سکه‌ی اصل و ۴ سکه‌ی تقلبی، ۴ سکه به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر در بین سکه‌های انتخابی، سکه تقلبی موجود باشد، چه قدر احتمال دارد تنها یک سکه‌ی تقلبی در بین سکه‌ها باشد؟

۲۸ - جعبه‌ای شامل ۳ مهره‌ی زرد، ۴ مهره‌ی سبز و ۶ مهره‌ی بنفش است. از این جعبه به طور متوالی و بدون جایگذاری ۲ مهره بر می‌داریم. احتمال اینکه مهره‌ی دوم سبز باشد، کدام است؟

۲۹ - A و B دو پیشامد مستقل از یکدیگر هستند. اگر $P(A) = \frac{۱}{۳}$ و $P(A \cap B) = \frac{۱}{۶}$ ، حاصل $P(A|B) + P(B|A)$ کدام است؟

۳۰ - خانواده‌ای دارای دو فرزند است. اگر بدانیم که حداقل یکی از این فرزندان پسر است، احتمال آن‌که این خانواده فرزند دختر داشته باشد، چقدر است؟

۳۱ - اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که $P(B|A) = \frac{۱}{۳}$، کدام گزینه درست است؟

۳۲ - در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی زرد وجود دارد. ۳ مهره به تصادف، پی‌درپی و بدون جای‌گذاری از ظرف خارج می‌کنیم. احتمال این که مهره‌های اول و آخر هم‌رنگ نباشند، کدام است؟

۳۳ - تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که مجموع اعداد رو شده عددی اول باشد، کدام است؟

۳۴ - اگر $P(A) =$ ۰٫۷، $P(B') =$ ۰٫۸ و $P(A' \cup B) =$ ۰٫۴ باشد، آن‌گاه $P(B|A')$ کدام است؟

۳۵ - در یک کلاس ۲۰ نفره دو برادر حضور دارند. می‌خواهیم از میان دانش‌آموزان این کلاس یک گروه ۳ نفره انتخاب کنیم. چه قدر احتمال دارد حداقل یکی از این دو برادر در گروه انتخابی باشد؟

۳۶ - در کیسه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره پی‌درپی و بدون جای‌گذاری و به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این‌که مهره‌های اول و سوم همرنگ باشند، کدام است؟

۳۷ - سه تاس همگن را می‌ریزیم. اگر هر سه تاس فرد آمده باشد، احتمال آن که حداقل دو تاس یکسان ظاهر شده باشد، کدام است؟

۳۸ - تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال فقط اعداد ظاهر شده در پرتاب‌های اول و دوم یکسان هستند؟

۳۹ - اگر دانش آموزی در دو تیم والیبال و فوتبال مدرسه‌اش باشد که هر دو تیم به فینال مسابقات رسیده باشند، چناچه احتمال فقط قهرمانی تیم فوتبال به اندازهٔ ۰٫۲ بیش‌تر از احتمال این باشد که تیم والیبال به شرط قهرمانی تیم فوتبال، قهرمان شود و بدانیم احتمال قهرمانی هر دو تیم با هم ۰٫۱ است. در این صورت احتمال قهرمانی تیم فوتبال چقدر است؟

۴۰ - احتمال آن‌که علی در درس ریاضی قبول شود $\frac{1}{2}$ و احتمال آن‌که علی یا محمد در درس ریاضی قبول شوند ۰٫۷ است. احتمال آن‌که محمد در درس ریاضی قبول شود، کدام است؟

۴۱ - در پرتاب ۲ تاس سالم به‌صورت همزمان، اگر مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۶ باشد، احتمال اینکه هر دو عدد زوج باشند کدام است؟

۴۲ - اگر $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{1}{3}$ و $P(A|B')=\frac{1}{4}$ باشند، حاصل $P(A\cap B)$ کدام است؟

۴۳ - احتمال این‌که شخصی گروه خونی O داشته باشد، ۶۵ درصد و احتمال این‌که اضافه وزن داشته باشد، ۶۰ درصد است. با کدام احتمال شخص گروه خونی O دارد ولی اضافه وزن ندارد؟

۴۴ - یک سکه و یک تاس را پرتاب می‌کنیم. احتمال آنکه سکه پشت و تاس زوج بیاید چقدر است؟

۴۵ - خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. احتمال آنکه جنسیت همهٔ فرزندان این خانواده یکسان باشد چقدر است؟

۴۶ - احتمال قبول نشدن علی، دو برابر احتمال قبول نشدن سینا در آزمون رانندگی است. اگر احتمال آن‌که حداقل یکی از آنها قبول شود $\frac{۷}{۸}$ باشد، احتمال قبولی علی کدام است؟

۴۷ - در پرتاب دو تاس، اگر اعداد ظاهرشده متوالی باشند، چقدر احتمال دارد مجموع آن‌ها عددی اول باشد؟

۴۸ - پشت و روی یک سکه اعداد ۸ و ۹ حک شده است. این سکه را همراه یک تاس پرتاب می‌کنیم. احتمال بخش‌پذیر بودن عدد سکه به عدد تاس به شرط آنکه مجموع اعداد روشدهٔ تاس و سکه ۱۱ یا ۱۲ باشد، کدام است؟

۴۹ - در پرتاب دو تاس، اگر بدانیم مجموع اعداد روشده بزرگ‌تر از ۷ است، احتمال آن‌که حاصل‌ضرب آنها، مضرب ۳ باشد، کدام است؟

۵۰ - در یک مسابقهٔ فوتبال، احتمال اینکه یک بازیکن مصدوم نشود و تا پایان مسابقه بازی کند برابر ۰٫۷ است و احتمال اینکه بازیکن مصدوم شود ۰٫۱ است. اگر بدانیم یک بازیکن مصدوم نشده است، با چه احتمالی تا انتهای بازی در زمین بوده است؟

۵۱ - با ارقام ۱، ۲، ... و ۹ یک عدد سه‌رقمی بدون تکرار ارقام می‌سازیم به‌طوری‌که رقم یکان از دهگان و رقم دهگان هم از صدگان کوچک‌تر است. احتمال آنکه ارقام عدد ساخته‌شده متوالی باشند، کدام است؟

۵۲ - در پرتاب دو تاس، A پیشامد ظاهر شدن عدد ۶ در تاس دوم و B پیشامد ظاهر شدن مجموع x برای دو تاس است. اگر بدانیم A و B دو پیشامد مستقل می‌باشند، x کدام است؟

۵۳ – در جعبه‌ای ۵ مهره‌ی سبز، ۴ مهره‌ی بنفش و ۱ مهره‌ی زرد وجود دارد. به تصادف از این جعبه ۳ مهره بر می‌داریم. احتمال آنکه از هر رنگ دقیقاً یک مهره انتخاب کرده باشیم، چقدر است؟

۵۴ – جعبه‌ای شامل ۵ لامپ سالم و ۲ لامپ معیوب است. به طور متوالی و بدون جایگذاری این لامپ‌ها را از جعبه برداشته و کنار می‌گذاریم تا دومین لامپ معیوب پیدا شود. با کدام احتمال دومین لامپ معیوب، در آزمایش سوم پیدا می‌شود؟

۵۵ – اگر $P(A \cap B) = ۰/۲$ و $P(B') = ۰/۴$، حاصل $P(A' \mid B)$ چقدر است؟

۵۶ – احتمال داشتن مهارت A برابر ۰/۶۵ و احتمال داشتن مهارت B برابر ۰/۵۵ است. در صورتی که احتمال داشتن حداقل یکی از دو مهارت A و B برابر ۰/۷ باشد، احتمال این که شخصی هر دو مهارت را داشته باشد، کدام است؟

۵۷ – در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سبز و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. از این جعبه، به‌طور متوالی و بدون جایگذاری ۳ مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال مهره‌ی اول سبز است و مهره‌ی دوم قرمز نیست؟

۵۸ – احتمال اینکه خانواده‌ای با ۵ فرزند، دقیقا ۳ دختر داشته باشد، چقدر است؟

۵۹ - در جعبه‌ای ۳ کارت سفید، ۴ کارت سبز و ۲ کارت بنفش موجود است. اگر از این جعبه به طور متوالی و با جایگذاری ۲ کارت برداریم. احتمال آنکه کارت‌ها هم‌رنگ باشند کدام است؟

۶۰ - در جعبه‌ای ۵ مهره‌ی سبز و ۳ مهره‌ی زرد موجود است. دو مهره به صورت متوالی و بدون جایگذاری از این جعبه بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال، دومین مهره‌ی خارج شده سبز است؟

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ تعداد کل حالات $n(S) = ۶^۲ = ۳۶$ است.

$A = \{(۱,۲), (۲,۱), (۲,۳), (۳,۲), (۳,۴), (۴,۳), (۴,۵)(۵,۴), (۵,۶), (۶,۵)\} \Rightarrow n(A) = ۱۰$

پس $P(A) = \frac{۱۰}{۳۶} = \frac{۵}{۱۸}$ است.

۲ - گزینه ۳ می‌دانیم تعداد پیشامدها برابر تعداد کل زیرمجموعه‌های فضای نمونه است. با توجه به این که در پرتاب تاس و سکه تعداد اعضای فضای نمونه برابر $۱۲ = ۶ \times ۲$ است، پس تعداد پیشامدها برابر است با: $۲^{۱۲}$

توجه کنید بنابراصل ضرب، تعداد پیشامدهای (زیرمجموعه‌های) یک فضای نمونه n عضوی، برابر ۲^n است.

۳ - گزینه ۴

برای منفی شدن RH خون باید ۲ تا ژن منفی داشته باشیم: $P(RH^-) = ۰٫۴ \times ۰٫۴ = ۰٫۱۶$

پس احتمال مثبت شدن RH خون برابر است با: $P(RH^+) = ۱ - ۰٫۱۶ = ۰٫۸۴$

۴ - گزینه ۳

فضای نمونه‌ای انتخاب ۴ موش از ۸ موش است:

$$n(S) = \binom{۸}{۴} = \frac{۸!}{۴!۴!} = ۷۰$$

یکی سفید و سه تا سیاه $\Rightarrow n(A) = \binom{۳}{۱} \times \binom{۵}{۳} = ۳ \times ۱۰ = ۳۰$

پس $P(A) = \frac{۳۰}{۷۰} = \frac{۳}{۷}$ است.

۵ - گزینه ۳

فضای نمونه‌ای:

$$n(S) = ۲^۴ = ۱۶$$

جایگشت‌های حالت دو دختر و دو پسر را حساب می‌کنیم:

$$PPDD \Rightarrow n(A) = \frac{۴!}{۲!۲!} = ۶$$

پس $P(A) = \frac{۶}{۱۶} = \frac{۳}{۸}$ است.

۶ - گزینه ۴

A : تحصیلات ابتدایی داشتن و B : مهارت قالی‌بافی داشتن

دقت کنید که دو پیشامد A و B مستقل هستند.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = \frac{۶۰}{۱۰۰} + \frac{۲۵}{۱۰۰} - (\frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۵}{۱۰۰})$$

$$= \frac{۳}{۵} + \frac{۱}{۴} - \frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۴}{۲۰} = \frac{۷}{۱۰} = ۰٫۷$$

۷ - گزینه ۳

فضای نمونه‌ای برابر است با حالت‌های مختلف دختر یا پسر بودن ۴ فرزند:

$$n(S) = ۲^۴ = ۱۶$$

جایگشت‌ها دو حالت (دو دختر و دو پسر) و (سه دختر و یک پسر) را حساب می‌کنیم:

$PPDD$ یا $DDDP \Rightarrow n(A) = \frac{۴!}{۲!۲!} + \frac{۴!}{۳!} = ۶ + ۴ = ۱۰$

پس $P(A) = \frac{۱۰}{۱۶} = \frac{۵}{۸}$ است.

۸ - گزینه ۲ باید احتمال این که یک مرد از ۵ مرد و ۲ زن از ۴ زن انتخاب شود را محاسبه کنیم:

$$n(S) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷}{۶} = ۸۴$$

$$n(A) = \binom{۵}{۱} \times \binom{۴}{۲} = ۵ \times ۶ = ۳۰$$

پس $P(A) = \frac{۳۰}{۸۴} = \frac{۵}{۱۴}$ است.

۹ - گزینه ۱

روش اول: برای تحقق پیشامد موردنظر باید مهره اول فرد، دومی زوج و ... (به‌صورت یک‌درمیان فرد و زوج) بیایند:

$P(\text{اولی فرد})\times P(\text{دومی زوج})\times P(\text{سومی فرد})\times P(\text{چهارمی زوج})\times P(\text{پنجمی فرد}) = \frac{۳}{۵}\times\frac{۲}{۴}\times\frac{۲}{۳}\times\frac{۱}{۲}\times ۱ = \frac{۱۲}{۱۲۰} = ۰/۱$

روش دوم:

$n(S) = ۵!$

ف ز ف ز ف $\rightarrow n(A) = \underbrace{۳!}_{\text{جابه‌جایی مهره‌های فرد}}\ \overbrace{۲!}^{\text{جابه‌جایی مهره‌های زوج}}$

پس $P(A) = \frac{۳!۲!}{۵!} = \frac{۱}{۱۰}$ است.

۱۰ - گزینه ۳ روش اول:

P (اولی سیاه و دومی سفید) یا P (اولی سفید و دومی سفید)

$\text{احتمال مطلوب} = (\frac{۶}{۱۵}\times\frac{۵}{۱۴}) + (\frac{۹}{۱۵}\times\frac{۶}{۱۴}) = \frac{۳۰+۵۴}{۱۵\times۱۴} = \frac{۸۴}{۱۵\times۱۴} = \frac{۶}{۱۵} = \frac{۲}{۵}$

روش دوم: چون نمی‌دانیم مهره‌ی اول خارج شده چه‌رنگی است فرض می‌کنیم اصلا مهره‌ای خارج نشده است پس احتمال سفید بودن می‌شود $\frac{۲}{۵} = \frac{۶}{۱۵}$.

۱۱ - گزینه ۲ چون در مورد سایر مهره‌ها صحبتی نشده است، پس فرض می‌کنیم آن‌ها را بیرون نیاورده‌ایم. بنابراین کافی است احتمال این که اولی سفید و دومی سیاه باشد را به دست بیاوریم:

$P(\text{اولی سفید و دومی سیاه}) = \frac{۴}{۹}\times\frac{۵}{۸} = \frac{۲۰}{۷۲} = \frac{۵}{۱۸}$

۱۲ - گزینه ۳ فضای نمونه‌ای برای خانواده‌ی سه فرزندی با شرط حداقل ۲ پسر، ۴ عضوی است:

$S_{\text{جدید}} = \{$ پپد،پدپ، دپپ، پپپ $\}$

در یک حالت، فرزند سوم دختر است.

پس $P(A) = \frac{۱}{۴}$ است.

۱۳ - گزینه ۲ برای آنکه بیشتراز ۳ بار شلیک کند باید شلیک‌های اول و دوم و سوم او به هدف اصابت نکرده باشد چون احتمال به هدف زدن ۰/۳ است پس احتمال به هدف نزدن برابر ۰/۷ است بنابراین داریم:

$\text{احتمال مطلوب} = ۰/۷\times۰/۷\times۰/۷ = ۰/۳۴۳$

۱۴ - گزینه ۴

فضای نمونه ای برابر $n(S) = ۷^۴$ است. پس $P(A) = \frac{۷\times۶\times۵\times۴}{۷^۴} = \frac{۱۲۰}{۳۴۳}$ است.

۱۵ - گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{\begin{array}{l} P(A-B) = P(A) - P(A\cap B) \\ P(B-A) = P(B) - P(A\cap B)\end{array}}$

ناراحتی قلبی: B و ناراحتی کلیه: A

پیشامد آنکه دقیقاً یکی از دو ناراحتی را داشته باشد یعنی ناراحتی کلیه باشد و ناراحتی قلبی نداشته باشد یا ناراحتی قلبی داشته باشد و ناراحتی کلیه نداشته باشد یعنی $(A-B)\cup(B-A)$

$$P((A-B)\cup(B-A)) = P(A-B) + P(B-A) - P(\overbrace{(A-B)\cap(B-A)}^{\varnothing})$$
$$= P(A) - P(A\cap B) + P(B) - P(A\cap B) = P(A) + P(B) - ۲P(A\cap B)$$

$$\xlongequal{A,B\ \text{مستقل}} P(A) + P(B) - ۲P(A)\times P(B) = \frac{۲۵}{۱۰۰} + \frac{۲۰}{۱۰۰} - ۲(\frac{۲۵}{۱۰۰})(\frac{۲۰}{۱۰۰}) = \frac{۴۵}{۱۰۰} - \frac{۱۰}{۱۰۰} = \frac{۳۵}{۱۰۰} = ۰/۳۵$$

۱۶ - گزینه ۳ برای این که فرزندی RH خون منفی داشته باشد هم پدر و هم مادر باید ژن منفی داشته باشند. بنابراین احتمال این که فرزند با RH خون منفی داشته باشیم $۰/۱۶ = ۰/۴\times۰/۴$ و احتمال داشتن فرزند با RH خون مثبت $۰/۸۴ = ۰/۱۶ - ۱$ است. حال احتمال این که فرزند اول و سوم RH منفی داشته باشند برابر است با:

$۰/۱۶\times۰/۱۶ = ۰/۰۲۵۶$

دقت کنید چون نوع RH فرزندان دیگر مهم نیست در محاسبات وارد نکردیم.

۱۷ - گزینه ۱ می‌دانیم مهره اول سفید است پس از ۵ مهره‌ی سفید، ۴ مهره باقی می‌ماند. از مهره‌ی دومی حرفی زده نشده است، پس کنار می‌گذاریم. بنابراین احتمال موردنظر برابر $P(A) = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$ است.

۱۸ - گزینه ۲ پیشامد این که حداقل یکی از دو پیشامد A ، B رخ دهد همان $A\cup B$ است.

$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

$\Rightarrow\ ۱۲ = ۴ + ۹ - n(A\cap B)\ \Rightarrow\ n(A\cap B) = ۱$

احتمال

اگر دو پیشامد A ، B مستقل باشند، آنگاه:

$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

$\Rightarrow\ \dfrac{n(A\cap B)}{n(S)}=\dfrac{n(A)}{n(S)}\times\dfrac{n(B)}{n(S)}\ \Rightarrow\ \dfrac{۱}{n(S)}=\dfrac{۴}{n(S)}\times\dfrac{۹}{n(S)}$

$\Rightarrow\ n\,(S)=۴\times ۹=۳۶$

۱۹ - گزینه ۲

$n(S)=۲^۵=۳۲$

حالاتی که تعداد فرزندان پسر و دختر در این خانواده حداقل دو تا اختلاف داشته باشند، عبارت است از:

{هیچ پسر و ۵ دختر} یا {۵ پسر و هیچ دختر} یا {۱ پسر و ۴ دختر} یا {۴ پسر و ۱ دختر}

$n(A)=\dfrac{۵!}{۴!}+\dfrac{۵!}{۴!}+۱+۱=۱۲$

پس $P(A)=\dfrac{۱۲}{۳۲}=\dfrac{۳}{۸}$ است.

۲۰ - گزینه ۳ صورت مسأله یعنی اینکه احتمال آن‌که از ۵ فرزند اول ۲ تا پسر و ۳ تا دختر بوده و فرزند ششم، پسر باشد را حساب کنید.

$$P(A)=\dfrac{\overset{\text{جابجائی } PPDDD}{\overset{\uparrow}{\dfrac{۵!}{۲!۳!}}}}{۲^۵}\times\underset{\text{احتمال پسر بودن فرزند ششم}}{\underset{\downarrow}{\dfrac{۱}{۲}}}=\dfrac{۱۰}{۳۲}\times\dfrac{۱}{۲}=\dfrac{۵}{۳۲}$$

۲۱ - گزینه ۳ برای آنکه هر دو کارت همرنگ باشند، باید هر دو سفید یا هر دو سبز باشند، پس داریم:

$$P=(\underbrace{\dfrac{۳}{۷}}_{\text{اولی سفید}}\times\underbrace{\dfrac{۲}{۶}}_{\text{دومی سفید}})+(\underbrace{\dfrac{۴}{۷}}_{\text{اولی سبز}}\times\underbrace{\dfrac{۳}{۶}}_{\text{دومی سبز}})=\dfrac{۶}{۴۲}+\dfrac{۱۲}{۴۲}=\dfrac{۱۸}{۴۲}=\dfrac{۳}{۷}$$

۲۲ - گزینه ۳ A پیشامد حالات مطلوب است.

ابتدا ۳ رقم از ۵ رقم را انتخاب، سپس به $۳!$ حالت با آنها عدد سه‌رقمی می‌سازیم.

$$n(S)=\binom{۵}{۳}\times ۳!$$

$$n(A)=\underbrace{\binom{۲}{۲}}_{\text{انتخاب دو رقم فرد}}\times\underbrace{\binom{۳}{۱}}_{\text{انتخاب یک رقم زوج}}\times\underbrace{۳!}_{\text{جابه‌جایی سه رقم انتخابی}}$$

پس $P(A)=\dfrac{\binom{۲}{۲}\times\binom{۳}{۱}\times ۳!}{\binom{۵}{۳}\times ۳!}=۰/۳$ است.

۲۳ - گزینه ۱ چون گفته شده اعداد رو شده متمایز هستند پس فضای نمونه جدید می‌شود: $n(S)=۶\times ۵\times ۴=۱۲۰$

حال، گفته شده که سه عدد رو شده متوالی باشند یعنی حالت‌های زیر اتفاق بیفتد.

$$\left.\begin{array}{l}۱,۲,۳\xrightarrow{\text{جابجایی}}۳!=۶\\ ۲,۳,۴\xrightarrow{\text{جابجایی}}۳!=۶\\ ۳,۴,۵\xrightarrow{\text{جابجایی}}۳!=۶\\ ۴,۵,۶\xrightarrow{\text{جابجایی}}۳!=۶\end{array}\right\}\rightarrow n(A)=۲۴$$

پس $P(A)=\dfrac{۲۴}{۱۲۰}=\dfrac{۱}{۵}=۰/۲$ است.

۲۴ - گزینه ۱

فضای نمونه‌ای دارای $n(S)=۶^۳$ عضو است.

حال اعضای پیشامد مطلوب را می‌نویسیم :

حسن	علی
۱	(۱,۱)
۲	(۱,۲)(۲,۱)
۳	(۱,۳)(۳,۱)
۴	(۱,۴)(۴,۱)(۲,۲)
۵	(۱,۵)(۵,۱)
۶	(۱,۶)(۶,۱)(۳,۲)(۲,۳)

$\Longrightarrow\ n(A)=۱۴$

پس $P(A)=\dfrac{۱۴}{۶^۳}=\dfrac{۷}{۱۰۸}$ است.

۲۵ - گزینه ۲

در کل ۲۰ شناگر وجود دارند.

$$n(S)=\binom{۲۰}{۴}=\frac{۲۰!}{۴!\,۱۶!}=۴۸۴۵$$

ابتدا سه کشور را انتخاب می‌کنیم و از این سه کشور انتخاب شده، از یکی دو شناگر و از دو کشور دیگر از هر کدام یک شناگر انتخاب می‌کنیم که خود این کار ۳ حالت دارد. (برای مثال شما سه کشور A و B و C را انتخاب می‌کنید. می‌توانید از A دو نفر و از B و C از هرکدام یک نفر انتخاب کنید یا از B دو نفر و از A و C از هرکدام یک نفر را انتخاب کنید یا از C دونفر واز B و C از هرکدام یک نفر را انتخاب کنید)

$$n(A)=\binom{۴}{۳}\binom{۵}{۲}\binom{۵}{۱}\binom{۵}{۱}\times ۳=۳۰۰۰$$

پس $P(A)=\frac{۳۰۰۰}{۴۸۴۵}=\frac{۲۰۰}{۳۲۳}$ است.

۲۶ - گزینه ۳

$$A=\{(۱,۱),(۱,۲),(۲,۱),(۱,۳),(۳,۱),(۲,۲)\}$$

$$B=\{(۳,۱),(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶)\}$$

$$\Rightarrow B-A=\{(۳,۲),(۳,۳),(۳,۴),(۳,۵),(۳,۶)\}\Rightarrow n(B-A)=۵$$

پس $P(B-A)=\frac{۵}{۶^۲}=\frac{۵}{۳۶}$ است.

۲۷ - گزینه ۱

$$\text{فضای نمونه‌ای جدید}=\underbrace{\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۳}}_{\text{یک تقلبی و سه اصل}}+\underbrace{\binom{۴}{۲}\binom{۵}{۲}}_{\text{دو تقلبی و دو اصل}}+\underbrace{\binom{۴}{۳}\binom{۵}{۱}}_{\text{سه تقلبی و یک اصل}}+\underbrace{\binom{۴}{۴}}_{\text{چهار تقلبی}}=۴۰+۶۰+۲۰+۱=۱۲۱$$

$$\text{تنها یک سکه‌ی تقلبی}=\binom{۴}{۱}\binom{۵}{۳}=۴۰$$

پس $P(A)=\frac{۴۰}{۱۲۱}$ است.

البته دقت کنید فضای نمونه‌ای جدید را می‌توان از رابطه‌ی $\binom{۵}{۴}-\binom{۹}{۴}$ نیز به دست آورد. (کل حالات منهای حالاتی که هر ۴ سکه اصل هستند.)

۲۸ - گزینه ۴ روش اول:

$$P(\text{مهره‌ی دوم سبز})=P(\text{مهره‌ی اول سبز})\times P(\text{مهره‌ی دوم سبز})+P(\text{مهره‌ی اول غیر سبز})\times P(\text{مهره‌ی دوم سبز})$$

$$=\left(\frac{۴}{۱۳}\times\frac{۳}{۱۲}\right)+\left(\frac{۹}{۱۳}\times\frac{۴}{۱۲}\right)=\frac{۴۸}{۱۲\times ۱۳}=\frac{۴}{۱۳}$$

روش دوم: چون حرفی از رنگ مهره‌ی اول برداشته شده، نشده است پس فرض می‌کنیم آن را اصلاً از جعبه خارج نکرده‌ایم. یعنی: $P(\text{سبز})=\frac{۴}{۱۳}$ است.

۲۹ - گزینه ۲ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند: $P(A|B)=P(A), P(B|A)=P(B), P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$ است.

$$P(A\cap B)=\frac{۱}{۶}\to P(A)\times P(B)=\frac{۱}{۶}\to\frac{۱}{۳}\times P(B)=\frac{۱}{۶}\to P(B)=\frac{۱}{۲}$$

پس: $P(A|B)+P(B|A)=P(A)+P(B)=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۶}$

۳۰ - گزینه ۴

$$\text{فضای نمونه‌ای جدید}=\{PD,DP,PP\}\to n(S)=۳$$

$$\text{داشتن فرزند دختر}=\{PD,DP\}\to n(A)=۲$$

پس $P(A)=\frac{۲}{۳}$ است.

۳۱ - گزینه ۲ در گزینهٔ «۲» داریم:

$$P((A-B)|A)=\frac{P((A-B)\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A-B)}{P(A)}=\frac{P(A)-P(A\cap B)}{P(A)}=۱-\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$$\xrightarrow{P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}}=۱-P(B|A)=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$$

تشریح گزینه‌های دیگر:

$$۱)\ P((A-B)|B)=\frac{P((A-B)\cap B)}{P(B)}=\frac{P(\varnothing)}{P(B)}=\frac{۰}{P(B)}=۰$$

$$۳)\ P(A|(B-A))=\frac{P(A\cap(B-A))}{P(B-A)}=\frac{P(\varnothing)}{P(B-A)}=\frac{۰}{P(B-A)}=۰$$

$$۴)P(A|(A-B)) = \frac{P(A\cap(A-B))}{P(A-B)} = \frac{P(A-B)}{P(A-B)} = ۱$$

۳۲ - گزینه ۴ ابتدا احتمال هم‌رنگ بودن مهره‌های اول و آخر را محاسبه می‌کنیم و چون حرفی از رنگ مهره‌ی دوم زده نشده است آن را در محاسبات وارد نمی‌کنیم.

$$P(\text{همرنگ بودن}) = \underbrace{\frac{۳}{۹}\times\frac{۲}{۸}}_{\text{سفید و سفید}} + \underbrace{\frac{۴}{۹}\times\frac{۳}{۸}}_{\text{سیاه و سیاه}} + \underbrace{\frac{۲}{۹}\times\frac{۱}{۸}}_{\text{زرد و زرد}} = \frac{۲۰}{۷۲} = \frac{۵}{۱۸}$$

$$\rightarrow P\ (\text{همرنگ نبودن}) = ۱ - \frac{۵}{۱۸} = \frac{۱۳}{۱۸}$$

۳۳ - گزینه ۳ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = ۶^۲ = ۳۶$ است.

$$\left.\begin{array}{l} ۲ \rightarrow (۱,۱) \\ ۳ \rightarrow (۱,۲)(۲,۱) \\ ۵ \rightarrow (۱,۴)(۴,۱)(۲,۳)(۳,۲) \\ ۷ \rightarrow (۱,۶)(۶,۱)(۲,۵)(۵,۲)(۳,۴)(۴,۳) \\ ۱۱ \rightarrow (۵,۶)(۶,۵) \end{array}\right\} \rightarrow n(A) = ۱۵$$

پس $P(A) = \frac{۱۵}{۳۶}$ است.

۳۴ - گزینه ۴

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B)$$

$$\rightarrow ۰/۴ = ۱ - ۰/۷ + ۱ - ۰/۸ - P(A'\cap B) \rightarrow P(A'\cap B) = ۰/۱$$

$$P(B|A') = \frac{P(B\cap A')}{P(A')} = \frac{۰/۱}{۱-۰/۷} = \frac{۰/۱}{۰/۳} = \frac{۱}{۳}$$

۳۵ - گزینه ۲ این مسأله را به روش متمم حل می‌کنیم یعنی ابتدا احتمال اینکه هیچ کدام از این دو برادر در گروه نباشند را حساب کرده و سپس آن را از یک کم می‌کنیم.

$$P(\text{حداقل یکی از دو برادر در گروه باشد}) = ۱ - P(\text{هیچ کدام از دو برادر در گروه نباشند}) = ۱ - \frac{\binom{۱۸}{۳}}{\binom{۲۰}{۳}}$$

توجه کنید که ابتدا این دو برادر را کنار می‌گذاریم و سپس از بین ۱۸ نفر باقی‌مانده ۳ نفر را انتخاب می‌کنیم.

$$\rightarrow P(\text{حداقل یکی از دو برادر در گروه باشد}) = ۱ - \frac{\frac{۱۸\times۱۷\times۱۶}{۶}}{\frac{۲۰\times۱۹\times۱۸}{۶}} = ۱ - \frac{۱۷\times۱۶}{۲۰\times۱۹} = ۱ - \frac{۱۷\times۴}{۵\times۱۹}$$

$$= ۱ - \frac{۶۸}{۹۵} = \frac{۲۷}{۹۵}$$

توجه کنید که $\binom{n}{۳} = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$ است.

۳۶ - گزینه ۲ چون رنگ مهره‌ی دوم اهمیتی ندارد، پس فرض می‌کنیم مهره‌ی دوم خارج نشده است و مسأله را به این صورت حل می‌کنیم.

$$\text{احتمال مطلوب} = P(\text{اولی آبی و دومی آبی}) + P(\text{اولی قرمز و دومی قرمز}) = (\frac{۴}{۷}\times\frac{۳}{۶}) + (\frac{۳}{۷}\times\frac{۲}{۶})$$

$$= \frac{۱۲}{۴۲} + \frac{۶}{۴۲} = \frac{۱۸}{۴۲} = \frac{۳}{۷}$$

۳۷ - گزینه ۱ فضای نمونه‌ی جدید برابر $۲۷ = ۳^۳ = ۳\times۳\times۳$ است.

$$P(\text{حداقل دو تاس یکسان باشد به شرط آنکه عدد تاس‌ها فرد باشد}) = ۱ - P(\text{عدد هر سه تاس متمایز باشد به شرط آنکه عدد تاس‌ها فرد باشد})$$

$$= ۱ - \frac{۳\times۲\times۱}{۲۷} = ۱ - \frac{۲}{۹} = \frac{۷}{۹}$$

۳۸ - گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = ۶^۳$ است.

$$\text{تعداد اعضای پیشامد مورد نظر} = ۶ \times \underbrace{۱}_{\text{مشابه تاس اول}} \times \overbrace{۵}^{\text{عددی غیر از تاس اول}} \rightarrow n(A) = ۶\times۵$$

پس $P(A) = \frac{۵\times۶}{۶^۳} = \frac{۵}{۳۶}$ است.

۳۹ - گزینه ۳

$P(A) =$ احتمال قهرمانی تیم والیبال

$P(B) =$ احتمال قهرمانی تیم فوتبال

$P(B-A) =$ احتمال فقط قهرمانی تیم فوتبال

$P(A|B)$ احتمال قهرمانی تیم والیبال به شرط قهرمانی تیم فوتبال

$P(A\cap B) =$ احتمال قهرمانی هر دو تیم

$$P(B-A) = P(A|B) + ۰/۲ \Rightarrow P(B) - P(B\cap A) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} + ۰/۲$$

$$\xrightarrow{P(B)=x} x - ۰/۱ = \frac{۰/۱}{x} + ۰/۲ \xrightarrow{\times x} x^{۲} - ۰/۱x = ۰/۱ + ۰/۲x$$

$$x^{۲} - ۰/۳x - ۰/۱ = ۰ \Rightarrow (x-۰/۵)(x+۰/۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(B) = x = ۰/۵ \\ P(B) = x = -۰/۲ \end{cases}$$

۴۰ - گزینه ۳ قبول شدن علی در درس ریاضی را پیشامد A و قبول شدن محمد در درس ریاضی را پیشامد B در نظر می‌گیریم، احتمال قبولی علی یا محمد $P(A\cup B) = ۰/۷$ است، بنابراین:

$$P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)$$

قبولی علی در درس ریاضی مستقل از قبولی محمد است، پس:

$$P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B) \Rightarrow ۰/۷ = ۰/۵ + P(B) - (۰/۵)\times P(B)$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}P(B) = ۰/۲ \Rightarrow P(B) = ۰/۴$$

۴۱ - گزینه ۱ برای حل سوال باید توجه داشت که ما با احتمال شرطی مواجه هستیم. می‌توان تمام حالت‌های مورد نظر را نوشت.

$$S = \{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۱),(۲,۲),(۲,۳),(۳,۱),(۳,۲),(۴,۱)\}$$

حال حالت‌های مطلوب که هر دو زوج باشند فقط یک حالت است.

$$P(\text{هر دو عدد زوج} \,|\, \text{مجموع کمتر از ۶}) = \frac{n(\text{هر دو عدد زوج} \cap \text{مجموع کمتر از ۶})}{n(\text{مجموع کمتر از ۶})} = \frac{۱}{۱۰}$$

۴۲ - گزینه ۲ ابتدا رابطهٔ احتمال شرطی را می‌نویسیم

$$P(A|B') = \frac{P(A\cap B')}{P(B')} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{P(A\cap B')}{۱-\frac{۱}{۳}}$$

ضمناً می‌توان به‌جای $P(A\cap B')$ از معادل آن $P(A) - P(A\cap B)$ استفاده کرد:

$$\frac{۱}{۴} = \frac{P(A) - P(A\cap B)}{\frac{۲}{۳}} \rightarrow \frac{۱}{۲} - P(A\cap B) = \frac{۱}{۶}$$

$$P(A\cap B) = \frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

۴۳ - گزینه ۴ گروه خونی و اضافه وزن نسبت به هم مستقل می‌باشند.

$$P(\text{گروه خونی } O) = P(A) = \frac{۶۵}{۱۰۰}$$

$$P(\text{اضافه وزن}) = P(B) = \frac{۶۰}{۱۰۰}$$

$$P(B') = ۱ - P(B) = ۱ - \frac{۶۰}{۱۰۰} = \frac{۴۰}{۱۰۰}$$

$$P(A\cap B') = P(A)\cdot P(B') = \frac{۶۵}{۱۰۰}\times\frac{۴۰}{۱۰۰} = \frac{۲۶}{۱۰۰}$$

۴۴ - گزینه ۱ راه حل اول:

نکته: دو پیشامد A و B را مستقل می‌نامیم هرگاه وقوع هریک، بر وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر، برای دو پیشامد مستقل A و B داریم:

$$P(A\cap B) = P(A)P(B)$$

A را پیشامد «پشت آمدن سکه» و B را پیشامد «زوج آمدن عدد تاس» در نظر می‌گیریم. چون این دو پیشامد مستقل‌اند، داریم:

$$P(A\cap B) = P(A)P(B) = \frac{۱}{۲}\times\frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۴}$$

راه‌حل دوم: تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) = ۲\times ۶ = ۱۲$$

پیشامد «پشت آمدن سکه و زوج آمدن تاس» عبارت است از:

$$A = \{(\text{پ},۲),(\text{پ},۴),(\text{پ},۶)\}$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۳}{۱۲}=\frac{۱}{۴}$$

۴۵ - گزینه ۳ توجه داشته باشید که تولد هر فرزند مستقل از فرزند دیگر است و اگر هر پیشامد A و B مستقل باشند داریم:

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

برای یکی بودن جنسیت فرزندان هر چهار فرزند یا باید دختر باشند یا پسر، لذا می‌توان نوشت:

$$P(\overset{\text{یکی بودن جنسیت}}{\overset{\uparrow}{C}})=\underbrace{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}_{\text{هر ۴ فرزند پسر}}+\underbrace{\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}}_{\text{هر ۴ فرزند دختر}}=\frac{۱}{۱۶}+\frac{۱}{۱۶}=\frac{۱}{۸}$$

۴۶ - گزینه ۱

$$P(A)=\text{احتمال قبول شدن علی}\quad,\quad P(B)=\text{احتمال قبول شدن سینا}$$

$$\text{احتمال قبول نشدن علی}=۲\times\text{احتمال قبول نشدن سینا}\rightarrow ۱-P(A)=۲(۱-P(B))$$

$$\rightarrow ۱-P(A)-۲+۲P(B)=۰\rightarrow P(A)=۲P(B)-۱\quad(۱)$$

$$P(A\cup B)=\text{احتمال قبولی حداقل یکی از آنها}$$

$$\rightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{۷}{۸}\xrightarrow{\text{دو پیشامد مستقل}}P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

$$\rightarrow P(A)+P(B)-P(A)\cdot P(B)=\frac{۷}{۸}\quad(۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)}۲P(B)-۱+P(B)-(۲P(B)-۱)P(B)=\frac{۷}{۸}$$

$$\rightarrow ۳P(B)-۱-۲(P(B))^۲+P(B)=\frac{۷}{۸}\rightarrow ۲(P(B))^۲-۴P(B)+\frac{۱۵}{۸}=۰$$

$$\rightarrow ۱۶(P(B))^۲-۳۲P(B)+۱۵=۰\rightarrow(۴P(B)-۳)(۴P(B)-۵)=۰$$

$$\rightarrow P(B)=\frac{۳}{۴}\rightarrow P(A)=۲\times\frac{۳}{۴}-۱\rightarrow\boxed{P(A)=\frac{۱}{۲}}$$

$$\rightarrow P(B)=\frac{۵}{۴}>۱\ \text{غیر قابل قبول}$$

۴۷ - گزینه ۳

$$S_{\text{جدید}}=\{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۴,۵),(۵,۴),(۵,۶),(۶,۵)\}\rightarrow n(S)=۱۰$$

$$\text{مجموع ۲ عدد، اول باشد}:\ A=\{(۱,۲),(۲,۱),(۲,۳),(۳,۲),(۳,۴),(۴,۳),(۵,۶),(۶,۵)\}\rightarrow n(A)=۸$$

پس $P(A)=\frac{۸}{۱۰}=\frac{۴}{۵}$ است.

۴۸ - گزینه ۴

$$\text{پیشامد مجموع ۱۱ یا ۱۲ بودن عدد تاس و سکه}=A=\{(۸,۳),(۸,۴),(۹,۲),(۹,۳)\}$$

$$\text{پیشامد بخش‌پذیر بودن عدد سکه به عدد تاس}=B=\{(۸,۱),(۸,۲),(۸,۴),(۹,۱),(۹,۳)\}$$

$$\Rightarrow A\cap B=\{(۸,۴),(۹,۳)\}$$

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{n(B\cap A)}{n(A)}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}$$

۴۹ - گزینه ۲

پیشامد مجموع اعداد روشده بزرگ‌تر از ۷ $= A = \{(۲,۶), (۳,۵), (۴,۴), (۵,۳), (۶,۲), (۳,۶), (۴,۵), (۵,۴), (۶,۳), (۴,۶), (۵,۵), (۶,۴), (۵,۶), (۶,۵), (۶,۶)\}$

پیشامد حاصل‌ضرب اعداد تاس مضرب ۳ باشد. $= B = \{(۱,۳), (۳,۱), (۱,۶), (۶,۱), (۲,۳), (۳,۲), (۳,۳), (۲,۶), (۶,۲), (۳,۴), (۴,۳), (۳,۵), (۵,۳), (۳,۶), (۶,۳), (۶,۴), (۴,۶), (۶,۵), (۵,۶), (۶,۶)\}$

$B \cap A = \{(۲,۶), (۳,۵), (۵,۳), (۶,۲), (۳,۶), (۶,۳), (۴,۶), (۶,۴), (۵,۶), (۶,۵), (۶,۶)\}$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} = \frac{۱۱}{۱۵}$$

۵۰ - گزینه ۴

احتمال مصدوم نشدن $= P(A)$ ، احتمال بازی تا پایان مسابقه $= P(B)$

احتمال مصدوم شدن $= P(A') = ۰٫۱ \rightarrow P(A) = ۱ - ۰٫۱ = ۰٫۹$

$P(A \cap B) = ۰٫۷$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{۰٫۷}{۰٫۹} = \frac{۷}{۹}$$

۵۱ - گزینه ۲ تعداد اعداد ۳رقمی که با ارقام ۱, ۲, $\cdots$, ۹ می‌توان ساخت به‌طوری‌که یکان $<$ دهگان $<$ صدگان باشد عبارت است از $\binom{۹}{۳}$، چون ۳ رقم از ۹ رقم را انتخاب می‌کنیم و در یک حالت کنارهم می‌چینیم.

$$n(S) = \binom{۹}{۳} = \frac{۹!}{۶! \times ۳!} = \frac{۹ \times ۸ \times ۷ \times \cancel{۶!}}{\cancel{۶!} \times ۳ \times ۲ \times ۱} = ۸۴$$

اعدادی که ارقام انتخاب‌شده متوالی باشند. $A = \{۹۸۷, ۸۷۶, ۷۶۵, ۶۵۴, ۵۴۳, ۴۳۲, ۳۲۱\} \rightarrow n(A) = ۷$

$$\rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷}{۸۴} = \frac{۱}{۱۲}$$

۵۲ - گزینه ۳ ابتدا $P(A)$ را به‌دست می‌آوریم. می دانیم $n(S) = ۶ \times ۶ = ۳۶$ و $A = \{(۱,۶), (۲,۶), \cdots, (۶,۶)\}$ است.

$$n(A) = ۶ \Rightarrow P(A) = \frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$$

چون دو پیشامد A و B مستقل‌اند، باید $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$.

طبق جدول زیر اگر مجموع دو تاس برابر ۷ شود، $P(B) = \frac{۱}{۶}$ و $P(A \cap B) = \frac{۱}{۳۶}$ می‌شود که در رابطهٔ بالا صدق می‌کند. چون تنها حالت اشتراک A و B، $(۱,۶)$ هستند.

مجموع دو تاس	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
تعداد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

۵۳ - گزینه ۱ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = \binom{۱۰}{۳} = \frac{۱۰ \times ۹ \times ۸}{۶} = ۱۲۰$ است.

$$n(A) = \binom{۵}{۱} \times \binom{۴}{۱} \times \binom{۱}{۱} = ۵ \times ۴ \times ۱ = ۲۰$$

پس $P(A) = \frac{۲۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۶}$ است و توجه کنید که $\binom{n}{۳} = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$ است.

۵۴ - گزینه ۱ احتمال آنکه دومین لامپ معیوب در آزمایش سوم پیدا شود بدین صورت است:

P (لامپ سوم معیوب و لامپ دوم معیوب و لامپ اول سالم) یا P (لامپ سوم معیوب و لامپ دوم سالم و لامپ اول معیوب)

$$= (\frac{۲}{۷} \times \frac{۵}{۶} \times \frac{۱}{۵}) + (\frac{۵}{۷} \times \frac{۲}{۶} \times \frac{۱}{۵}) = \frac{۲۰}{۲۱۰} = \frac{۲}{۲۱}$$

۵۵ - گزینه ۴ می‌دانیم: $\boxed{P(B \cap A') = P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)}$

$$P(A' \mid B) = \frac{P(B \cap A')}{P(B)} = \frac{P(B - A)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{۰٫۶ - ۰٫۲}{۰٫۶} = \frac{۰٫۴}{۰٫۶} = \frac{۲}{۳}$$

۵۶ - گزینه ۴

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow ۰٫۷ = ۰٫۶۵ + ۰٫۵۵ - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cap B) = ۰٫۵$$

۵۷ - گزینه ۴

$$P(\text{مهره‌ی اول سبز است و مهره‌ی دوم قرمز نیست}) = \frac{۴}{۹} \times \frac{\overbrace{۶}^{\text{۳ سبز و ۳سفید}}}{\underbrace{۸}_{\text{۳ سبز و ۳سفید و ۲ قرمز}}} = \frac{۲۴}{۷۲} = \frac{۱}{۳}$$

۵۸ - گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = ۲^۵ = ۳۲$ است.

$$DDDPP \to n(A) = \frac{۵!}{۳!۲!} = ۱۰$$

پس $P(A) = \frac{۱۰}{۳۲} = \frac{۵}{۱۶}$ است.

۵۹ - گزینه ۳ منظور از متوالی و با جایگذاری این است که یک کارت را برداشته و پس از دیدن، دوباره آن را به جعبه برمی گردانیم.

$$\text{احتمال آنکه کارت‌ها همرنگ باشند} = \underbrace{\left(\frac{۳}{۹} \times \frac{۳}{۹}\right)}_{\text{هر دو سفید}} + \underbrace{\left(\frac{۴}{۹} \times \frac{۴}{۹}\right)}_{\text{هر دو سبز}} + \underbrace{\left(\frac{۲}{۹} \times \frac{۲}{۹}\right)}_{\text{هر دو بنفش}} = \frac{۹}{۸۱} + \frac{۱۶}{۸۱} + \frac{۴}{۸۱} = \frac{۲۹}{۸۱}$$

۶۰ - گزینه ۲ چون رنگ مهره‌ی اول برداشته شده را نمی‌دانیم فرض می‌کنیم که اصلا مهره‌ای خارج نشده است پس: $P(\text{دومی سبز}) = \frac{۵}{۸}$ است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۱۰ - ۳	۱۹ - ۲	۲۸ - ۴	۳۷ - ۱	۴۶ - ۱	۵۵ - ۴
۲ - ۳	۱۱ - ۲	۲۰ - ۳	۲۹ - ۲	۳۸ - ۲	۴۷ - ۳	۵۶ - ۴
۳ - ۴	۱۲ - ۳	۲۱ - ۳	۳۰ - ۴	۳۹ - ۳	۴۸ - ۴	۵۷ - ۴
۴ - ۳	۱۳ - ۲	۲۲ - ۳	۳۱ - ۲	۴۰ - ۳	۴۹ - ۲	۵۸ - ۲
۵ - ۳	۱۴ - ۴	۲۳ - ۱	۳۲ - ۴	۴۱ - ۱	۵۰ - ۴	۵۹ - ۳
۶ - ۴	۱۵ - ۳	۲۴ - ۱	۳۳ - ۳	۴۲ - ۲	۵۱ - ۲	۶۰ - ۲
۷ - ۳	۱۶ - ۳	۲۵ - ۲	۳۴ - ۴	۴۳ - ۴	۵۲ - ۳	
۸ - ۲	۱۷ - ۱	۲۶ - ۳	۳۵ - ۲	۴۴ - ۱	۵۳ - ۱	
۹ - ۱	۱۸ - ۲	۲۷ - ۱	۳۶ - ۲	۴۵ - ۳	۵۴ - ۱	