نام آزمون: آمار توصیفی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی هاشمی

۱ – در ۴۰۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۵، به سه برابر هر یک از داده‌ها ۲ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

① $\frac{۴۵}{۴۷}$ ② $\frac{۴۶}{۴۷}$ ③ $\frac{۴۸}{۴۷}$ ④ $\frac{۳}{۲}$

۲ – در کدام مورد سرشماری انجام نشده است؟

① نمونه برابر جامعه باشد.

② نمونه زیرمجموعه‌ای از جامعه باشد.

③ تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرند.

④ اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه باشد.

۳ – کدام متغیرها به ترتیب کمّی پیوسته و کیفی اسمی هستند؟

① میزان آلودگی هوا – نوع آلاینده‌ی هوا

② میزان آلودگی هوا – مراحل رشد

③ مراحل تحصیل– گروه خون افراد

④ نوع آلاینده‌ی هوا – رنگ چشم

۴ – در ۳۶ داده‌ی آماری با نمودار جعبه‌ای، میانگین داده‌ها در دو طرف جعبه به ترتیب ۱۲ و ۱۷ و میانگین داده‌های رو و درون جعبه ۱۴ است. میانگین کل داده‌ها کدام است؟

① ۱۴٫۵ ② ۱۴٫۲۵ ③ ۱۴٫۷۵ ④ ۱۵

۵- در جدول زیر، زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی وسط در نمودار دایره‌ای ۷۲° می‌باشد. زاویه‌ی متناظر دسته با مرکز ۲۱٫۵ کدام است؟

حدود دسته	۱۱ − ۱۴	۱۴ − ۱۷	۱۷ − ۲۰	۲۰ − ۲۳	۲۳ − ۲۶
فراوانی تجمعی	۵	۱۴	a	۳۱	۴۰

۱) ۹۰° ۲) ۱۰۸° ۳) ۶۰° ۴) ۸۱°

۶- در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده‌ی زیر، مساحت زیر منحنی چندبر فراوانی کدام است؟

حدود دسته	۱۰ − ۱۴	۱۴ − ۱۸	۱۸ − ۲۲	۲۲ − ۲۶	۲۶ − ۳۰
فراوانی تجمعی	۸	۲۰	۲۷	۳۵	۴۰

۱) ۱۳۴ ۲) ۱۴۴ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۶۰

۷- در جدول زیر انحراف از میانگین تعدادی داده‌ی آماری دسته‌بندی شده، مشخص شده است. فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم چقدر است؟

انحراف از میانگین$(x_i - \bar{x})$	−۵	−۳	−۲	۱	۴	۶
فراوانی مطلق	۴	۵	۳	a	۲	۵

۱) ۲ ۲) ۳
۳) ۶ ۴) ۹

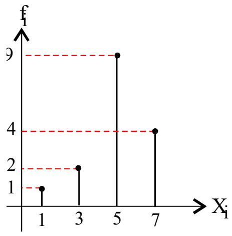
۸- در نمودار جعبه‌ای ۲۴ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه با هم و با میانگین داده‌های داخل جعبه برابر است. اگر واریانس داده‌های دو طرف جعبه به ترتیب ۲ و ۴ و واریانس کل داده‌ها ۵ باشد. واریانس داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۹

۹ – ۲۰ داده‌ی آماری در ۵ دسته، دسته‌بندی شده‌اند. اگر فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم برابر ۱۱ باشد و ۲۵ درصد داده‌ها در دسته‌ی چهارم قرار داشته باشند، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی آخر چند درجه است؟

① ۴۸° ② ۳۶° ③ ۷۲° ④ ۹۶°

۱۰ – واریانس داده‌های آماری با نمودار میله‌ای مقابل کدام است؟



① ۱٫۲۵ ② ۱٫۷۵
③ ۲٫۲۵ ④ ۲٫۵

۱۱ – طول مکالمات تلفنی یک اداره، چه نوع متغیری است؟

① کمی پیوسته ② کمی گسسته ③ کیفی اسمی ④ کیفی ترتیبی

۱۲ – در یک جدول فراوانی داده‌ها با ۷ دسته با طول یکسان، کران پایین دسته‌ی اول ۶ و کران پایین دسته‌ی ششم ۳۶ است. مرکز دسته‌ی سوم کدام است؟

① ۱۸٫۵ ② ۲۰ ③ ۲۱ ④ ۲۱٫۵

۱۳ – در جدول فراوانی تجمعی زیر، زاویه‌ی مرکزی مربوط به دسته وسط در نمودار دایره‌ای ۷۵° است. فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم کدام است؟

حدود دسته	۱۰ − ۱۳	۱۳ − ۱۶	۱۶ − ۱۹	۱۹ − ۲۲	۲۲ − ۲۵
فراوانی تجمعی	۱۳	۲۹	a	۵۸	۷۲

(۱) ۱۳ (۲) ۱۵ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۱۴ – اگر واریانس داده‌های مثبت $x_۱, x_۲, \cdots, x_۵$ برابر ۱۴ و $\sum_{i=۱}^{۵} x_i^۲ = ۳۹۰$ باشد، آنگاه میانگین داده‌های $۲x_۱ - ۳, ۲x_۲ - ۳, \cdots, ۲x_۵ - ۳$، چقدر است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۳ (۴) ۱۹

۱۵ – می‌خواهیم میزان مطالعه‌ی تعدادی از دانش‌آموزان یک مدرسه را در روزهای هفته مورد مطالعه قرار بدهیم، در این فعالیت آماری، متغیر تصادفی چگونه است؟

(۱) کمی پیوسته (۲) کمی گسسته (۳) کیفی اسمی (۴) کیفی ترتیبی

۱۶ – واریانس ۱۱ داده‌ی آماری صفر است. اگر داده‌های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن‌ها اضافه شود، میانگین داده‌ها تغییر نمی‌کند، انحراف معیار ۱۴ داده‌ی حاصل کدام است؟

(۱) ۰/۷۵ (۲) ۱/۲۵ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۷ – در داده‌های ۲۵، ۱۹، ۱۸، ۱۷، ۲۲، ۲۱، ۱۵، ۱۸، ۲۰، ۲۳، ۲۴، واریانس داده‌های بزرگ‌تر از مد و کوچک‌تر از چارک سوم کدام است؟

① ۱٫۱۱ ② ۲٫۲۵ ③ ۲٫۵ ④ ۱٫۲۵

۱۸ – نوع متغیر «گروه خونی افراد یک جامعه» با کدام‌یک از متغیرهای تصادفی زیر یکسان است؟

① مراحل تحصیلی دانش‌آموزان ② میزان آلودگی هوا ③ تعداد دانش‌آموزان دختر ④ غذای مورد علاقه دانش‌آموزان

۱۹ – جدول زیر، زاویه‌ی مرکزی ۹۰ داده‌ی آماری در نمودار دایره‌ای است. فراوانی دسته‌ی سوم کدام است؟

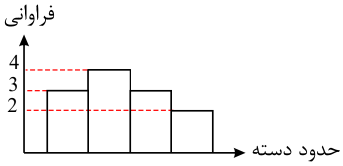
داده	A	B	C	D	E
زاویه مرکزی (درجه)	۷۲	۴۵	α	۸۰	۹۵

① ۹ ② ۱۲ ③ ۱۷ ④ ۱۵

۲۰ – نتایج حاصل از بررسی نمونه چه نام دارد؟

① داده ② اطلاعات ③ آزمایش ④ مدل‌سازی

۲۱ – نمودار مستطیلی یک سری داده‌ی آماری دسته‌بندی شده به طول دسته‌ی یکسان و برابر ۲ به صورت مقابل است. اگر میانگین داده‌ها برابر ۵ باشد، مرکز دسته‌ی اول کدام است؟



① $\frac{۷}{۳}$ ② $\frac{۸}{۳}$ ③ ۳ ④ ۴

۲۲ - اگر اعداد نمودار ساقه و برگ مقابل را به صورت نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، در این صورت دامنه‌ی تغییرات داده‌های داخل جعبه چقدر است؟

(کلید نمودار: ۱۲ = ۲ | ۱)

ساقه	برگ
۱	۲,۲,۳
۲	۳,۴,۴
۳	۰,۱,۱

(۱) ۱۹
(۲) ۱۷
(۳) ۱۸
(۴) ۱۶

۲۳ - ۲۰ داده‌ی آماری با میانگین $\bar{x}$ و واریانس ۶ داریم. چند داده‌ی مساوی با میانگین، باید به آن‌ها اضافه کنیم تا واریانس کل داده‌ها ۴ شود؟

(۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۶
(۴) ۸

۲۴ - در نمودار ساقه و برگ داده‌های دو رقمی زیر، میانگین داده‌های کم‌تر از چارک دوم و بزرگ‌تر از مد کدام است؟

ساقه	برگ					
۲	۰	۱	۱	۱	۷	۸
۳	۲	۴	۶	۸	۸	۹
۴	۱	۵	۵	۶	۶	

(۱) ۲۹٫۷۵
(۲) ۳۰٫۲۵
(۳) ۳۰٫۵
(۴) ۳۱

۲۵ - در طبقه بندی مقابل، درصد فراوانی نسبی دسته‌ی سوم کدام است؟

گروه	A	B	C	D	E
زاویه در نمودار دایره‌ای	۳۷°	۸۵°	x	۱۰۰°	۸۴°

(۱) ۸
(۲) ۱۵
(۳) ۳۰
(۴) ۵۴

۲۶ – در دسته بندی مقابل، میانگین کدام است؟

حدود دسته	۱۶۱ − ۱۶۷	۱۶۷ − ۱۷۳	۱۷۳ − ۱۷۹	۱۷۹ − ۱۸۵
فراوانی تجمعی	۷	۱۶	۲۷	۴۰

(۱) ۱۷۳٫۵ (۲) ۱۷۴٫۵ (۳) ۱۷۵٫۵ (۴) ۱۷۷٫۵

۲۷ – در داده‌های آماری با واریانس ۱۶ و میانگین ۸، به دو برابر تمام داده‌ها ۴ واحد اضافه می‌کنیم. ضریب تغییرات داده‌های جدید چقدر است؟

(۱) ۰٫۵ (۲) ۰٫۴ (۳) ۰٫۳ (۴) ۰٫۶

۲۸ – در دسته‌بندی مقابل، زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی وسط در نمودار دایره‌ای کدام است؟

مرکز دسته	۳	۵	۷	۹	۱۱
درصد فراوانی نسبی	۱۱٫۵	۱۷	x	۲۸٫۵	۲۰٫۵

(۱) ۹۰° (۲) ۸۱°
(۳) ۷۲° (۴) ۸۴°

۲۹ – داده‌های آماری جدول زیر را نصف کرده، سپس ۲ واحد از آن‌ها کم می‌کنیم. میانگین داده‌های جدید کدام است؟

ساقه	برگ
۲	۱ ۱ ۵
۳	۲ ۳ ۴ ۷ ۸
۴	۱ ۶

(۱) ۱۵٫۴ (۲) ۱۴٫۴
(۳) ۱۴٫۲ (۴) ۱۵٫۲

۳۰ - در جدول فراوانی داده‌های پیوسته و دسته بندی شده، دو نقطه‌ی (۳۲, ۶۳) و (۳۷, ۷۱) متوالیا از نمودار فراوانی تجمعی است. کدام نقطه در رسم نمودار چند بر فراوانی به کار می‌رود؟

(۱) (۳۲, ۷۱)　(۲) (۳۴٫۵, ۸)　(۳) (۳۴٫۵, ۶۳)　(۴) (۳۷, ۸)

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱

وقتی داده‌های آماری را سه برابر می‌کنیم، انحراف معیار و میانگین هم سه برابر می‌شوند و وقتی به آن‌ها دو واحد اضافه می‌کنیم، انحراف معیار تغییر نمی‌کند ولی به میانگین، دو واحد اضافه می‌شود.

$$\begin{array}{l} CV_{\text{قدیم}} = \dfrac{\sigma}{\bar{x}} \\ CV_{\text{جدید}} = \dfrac{۳\sigma}{۳\bar{x}+۲} \end{array} \rightarrow \frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}} = \frac{\frac{۳\sigma}{۳\bar{x}+۲}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}} = \frac{۳\bar{x}}{۳\bar{x}+۲} = \frac{۴۵}{۴۵+۲} = \frac{۴۵}{۴۷}$$

۲ - گزینه ۲ در سرشماری، تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار می گیرند.

۳ - گزینه ۱

۴ - گزینه ۲ در هر طرف جعبه $\frac{۱}{۴}$ داده‌ها و در درون و روی جعبه نصف داده‌ها قرار دارند یعنی در هر طرف جعبه، ۹ داده قرار دارد و رو و درون جعبع، ۱۸ داده قرار دارد.

$$\text{میانگین ۹ داده} = ۱۲ \rightarrow \text{جمع ۹ داده} = ۹ \times ۱۲ = ۱۰۸$$

$$\text{میانگین ۹ داده} = ۱۷ \rightarrow \text{جمع ۹ داده} = ۹ \times ۱۷ = ۱۵۳$$

$$\text{میانگین ۱۸ داده} = ۱۴ \rightarrow \text{جمع ۱۸ داده} = ۱۸ \times ۱۴ = ۲۵۲$$

$$\text{میانگین کل داده‌ها} = \frac{۱۰۸ + ۱۵۳ + ۲۵۲}{۳۶} = ۱۴/۲۵$$

۵ - گزینه ۴

اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی iام و $(i+۱)$ام، فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+۱)$ام را می‌دهد، پس فراوانی مطلق دسته‌ی وسط برابر $a - ۱۴$ است و فراوانی تجمعی آخرین طبقه در جدول برابر تعداد کل داده‌ها (N) یعنی ۴۰ است.

$$d_۳ = \frac{F_۳}{N} \times ۳۶۰ \rightarrow ۷۲ = \frac{a-۱۴}{۴۰} \times ۳۶۰ \rightarrow a - ۱۴ = ۸ \rightarrow a = ۲۲$$

بنابراین فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم برابر $۹ = ۲۲ - ۳۱$ است و دسته‌ای که مرکزش برابر ۲۱/۵ است، دسته‌ی چهارم است.

$$d_۴ = \frac{F_۴}{N} \times ۳۶۰ = \frac{۹}{۴۰} \times ۳۶۰ = ۸۱^\circ$$

۶ - گزینه ۴ چون مساحت زیر چندبر فراوانی با مساحت هیستوگرام یا نمودار مستطیلی برابر است، با توجه به برابری طول دسته‌ها باید طول دسته را در فراوانی مطلق دسته‌ها ضرب کنیم، با توجه به موجود بودن فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر که با تعداد کل داده‌ها برابر است داریم:

$$S = ۴ \times (F_۱ + F_۲ + F_۳ + F_۴ + F_۵) = ۴ \times ۴۰ = ۱۶۰$$

۷ - گزینه ۲

می‌دانیم مجموع انحرافات از میانگین برابر صفر می‌باشد.

$$\sum_{i=۱}^{۸} F_i(x_i - \bar{x}) = ۰ \Rightarrow (-۵ \times ۴) + ((-۳) \times ۵) + ((-۲) \times ۳) + a + (۴ \times ۲) + (۶ \times ۵) = ۰$$

$$\Rightarrow -۲۰ - ۱۵ - ۶ + a + ۸ + ۳۰ = ۰ \Rightarrow a = ۳$$

۸ - گزینه ۳ چارک اول، میانگین داده‌های ششم و هفتم و چارک سوم، میانگین داده‌های هجدهم و نوزدهم است بنابراین در هر طرف جعبه ۶ داده و ۱۲ داده در داخل جعبه قرار دارند.

اگر میانگین داده‌های دو طرف جعبه و داخل جعبه، α باشد در این صورت میانگین کل داده‌ها نیز α خواهد بود.

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲ \rightarrow \begin{cases} \sigma_۱^۲ = \frac{۱}{۶}\sum_{i=۱}^{۶}(x_i - \alpha)^۲ = ۲ \rightarrow \sum_{i=۱}^{۶}(x_i - \alpha)^۲ = ۱۲ \\ \sigma_۲^۲ = \frac{۱}{۱۲}\sum_{i=۷}^{۱۸}(x_i - \alpha)^۲ = a \rightarrow \sum_{i=۷}^{۱۸}(x_i - \alpha)^۲ = ۱۲a \\ \sigma_۳^۲ = \frac{۱}{۶}\sum_{i=۱۹}^{۲۴}(x_i - \alpha)^۲ = ۴ \rightarrow \sum_{i=۱۹}^{۲۴}(x_i - \alpha)^۲ = ۲۴ \end{cases}$$

$$\sigma_{\text{کل}}^۲ = \frac{۱}{۲۴}(۱۲ + ۱۲a + ۲۴) = \frac{۳۶ + ۱۲a}{۲۴} = ۵ \Rightarrow \frac{۱۲(۳+a)}{۲۴} = ۵ \rightarrow \frac{۳+a}{۲} = ۵ \rightarrow ۳ + a = ۱۰ \rightarrow a = ۷$$

۹ - گزینه ۳ ۲۵ درصد داده‌ها در دسته‌ی چهارم قرار دارند، لذا:

$$\text{فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم} = ۰/۲۵ \times ۲۰ = ۵$$

فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم برابر ۱۱ است، لذا فراوانی تجمعی دسته‌ی چهارم برابر ۱۶ و در نتیجه فراوانی مطلق دسته‌ی آخر برابر $۴ = ۱۶ - ۲۰$ است. پس:

$$d_i = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i \rightarrow d_۵ = \frac{۳۶۰}{۲۰} \times ۴ = ۷۲^\circ$$

۱۰ - گزینه ۴ از نمودار می‌توانیم به جدول زیر برسیم:

مرکز دسته	۱	۳	۵	۷
فراوانی	۱	۲	۹	۴

$$\bar{x}=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}F_ix_i=\frac{1}{16}((1\times1)+(2\times3)+(9\times5)+(4\times7))=\frac{80}{16}=5$$

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}F_i(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{16}(1(1-5)^2+2(3-5)^2+9(5-5)^2+4(7-5)^2)$$

$$=\frac{1}{16}(16+8+16)=\frac{40}{16}=2/5$$

۱۱ - گزینه ۱ چون متغیر مورد بررسی مدت زمان می‌باشد، پس قابل اندازه‌گیری است و همچنین به دلیل پیوستگی متغیر زمان، متغیر مورد نظر از نوع کمی پیوسته است.

۱۲ - گزینه ۳ کران پایین دسته‌ی ششم و کران بالای دسته‌ی پنجم برابر ۳۶ است. بنابراین برای پنج دسته‌ی اول می‌توان نتیجه گرفت:

$$R=Max-Min=36-6=30\rightarrow C=\frac{R}{n}=\frac{30}{5}=6$$

حدود دسته‌ی اول: $[6,12)\Rightarrow$ مرکز دسته‌ی اول: $x_1=\frac{12+6}{2}=9$

مرکز دسته‌ی سوم $=x_1+2C\Rightarrow x_3=9+2\times6=21$

۱۳ - گزینه ۳ اختلاف فراوانی تجمعی دو دسته‌ی iام و $(i+1)$ام، فراوانی مطلق دسته‌ی $(i+1)$ام را می‌دهد، پس فراوانی مطلق دسته‌ی وسط برابر $a-29$ است و فراوانی تجمعی آخرین طبقه در جدول برابر تعداد کل داده‌ها (N) یعنی ۷۲ است.

زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی وسط $=d_3=\frac{F_3}{N}\times360$

$$\Rightarrow\frac{a-29}{72}\times360=75\Rightarrow\frac{a-29}{72}=\frac{5}{24}\Rightarrow a-29=15\Rightarrow a=44$$

در نتیجه فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم برابر است با:

$$F_4=58-a=58-44=14$$

۱۴ - گزینه ۳

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-(\bar{x})^2\Rightarrow14=\frac{390}{5}-(\bar{x})^2\Rightarrow\bar{x}=8$$

اما در داده‌های جدید، داده‌های قدیم دو برابر شده و از همگی ۳ واحد کم شده است، پس میانگین هم دو برابر شده و سه واحد از آن کم می‌شود، یعنی: $2(8)-3=13$.

۱۵ - گزینه ۱ موضوعی که مورد مطالعه قرار می‌گیرد را متغیر تصادفی می‌گویند. در این فعالیت آماری موضوع مورد مطالعه میزان مطالعه‌ی دانش‌آموزان است که متغیر کمی پیوسته می‌باشد.
توجه کنید که تعداد دانش‌آموزان و روزهای هفته هیچ‌کدام ربطی به موضوع مورد مطالعه ندارند و متغیر تصادفی محسوب نمی‌شوند.

۱۶ - گزینه ۴ چون واریانس ۱۱ داده‌ی آماری برابر صفر است، پس همه‌ی داده‌ها با هم برابرند و اگر یازده داده را a در نظر بگیریم، میانگین آنها نیز a است.

$$\underbrace{a,a,\cdots,a}_{\text{۱۱ داده}},24,16,26\Rightarrow\bar{x}=\frac{11a+66}{14}=a\Rightarrow14a=11a+66\rightarrow3a=66\rightarrow a=22$$

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{11}(\sum_{i=1}^{11}(x_i-\bar{x})^2+(24-22)^2+(16-22)^2+(26-22)^2)$$

$$=\frac{1}{14}(0+4+36+16)=\frac{56}{14}=4\Rightarrow\sigma=2$$

۱۷ - گزینه ۴ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم.

$15,17,18,18,19,20,21,22,23,24,25\rightarrow$ مد $=18$ و چارک سوم $=23$

$$\bar{x}=\frac{19+20+21+22}{4}=20/5$$

بنابراین باید واریانس داده‌های ۲۲ و ۲۱ و ۲۰ و ۱۹ را بدست آوریم.

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2\Rightarrow\sigma^2=\frac{1}{4}(19-20/5)^2+(20-20/5)^2+(21-20/5)^2+(22-20/5)^2)$$

$$\Rightarrow\sigma^2=\frac{1}{4}(2/25+0/25+0/25+2/25)=\frac{5}{4}=1/25$$

۱۸ - گزینه ۴ «گروه خونی افراد یک جامعه» متغیر کیفی اسمی است، کافیست گزینه‌ها را بررسی کنیم:

گزینه «۱»: مراحل تحصیلی دانش‌آموزان: متغیر کیفی ترتیبی

گزینه «۲»: میزان آلودگی هوا: متغیر کمی پیوسته

گزینه «۳»: تعداد دانش‌آموزان دختر: متغیر کمی گسسته

گزینه «۴»: غذای مورد علاقه دانش‌آموزان، متغیر کیفی اسمی

۱۹ - گزینه ۳ مجموع زوایای مرکزی در نمودار دایره‌ای برابر ۳۶۰° است، پس:

$$۷۲ + ۴۵ + \alpha + ۸۰ + ۹۵ = ۳۶۰ \quad \Rightarrow \quad \alpha = ۶۸^\circ$$

از طرفی:

$$\text{زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی سوم} = \frac{F_۳}{N} \times ۳۶۰ \quad \Rightarrow \quad ۶۸ = \frac{F_۳}{۹۰} \times ۳۶۰ \quad \Rightarrow \quad F_۳ = ۱۷$$

۲۰ - گزینه ۱ نتایج حاصل از اندازه‌گیری یا بررسی نمونه را داده می‌نامند.

۲۱ - گزینه ۱ اگر مرکز دسته‌ی اول برابر a باشد، با توجه به طول دسته‌ی داده شده، مرکز دسته‌های دیگر برابر است با:

$$\text{مرکز دسته} : a \,,\, a+۲ \,,\, a+۴ \,,\, a+۶$$

بنابراین با توجه به شکل و این که میانگین برابر ۵ است:

$$\bar{x} = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N} F_i x_i \Rightarrow ۵ = \frac{a(۳) + ۴(a+۲) + ۳(a+۴) + ۲(a+۶)}{۳+۴+۳+۲}$$

$$\Rightarrow ۶۰ = ۳a + ۴a + ۸ + ۳a + ۱۲ + ۲a + ۱۲ \Rightarrow ۶۰ = ۱۲a + ۳۲ \Rightarrow ۲۸ = ۱۲a \Rightarrow a = \frac{۲۸}{۱۲} = \frac{۷}{۳}$$

۲۲ - گزینه ۲

$$۱۲ \,,\, ۱۲ \,,\, \boxed{۱۳ \,,\, ۲۳ ,\, \overset{\text{میانه}}{\boxed{۲۴}} \,,\, ۲۴ \,,\, ۳۰} \,,\, ۳۱ \,,\, ۳۱$$

$$\text{چارک اول } Q_۱ : ۱۲/۵ \qquad\qquad \text{چارک سوم } Q_۳ = ۳۰/۵$$

با توجه به اعداد داخل جعبه داریم:

$$\text{دامنه‌ی تغییرات داده‌های داخل جعبه} = \text{بزرگ‌ترین داده} - \text{کوچک‌ترین داده} = ۳۰ - ۱۳ = ۱۷$$

۲۳ - گزینه ۲

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}(x_i - \bar{x})^۲ \Rightarrow ۶ = \frac{۱}{۲۰}\sum_{i=۱}^{۲۰}(x_i - \bar{x})^۲ \to \sum_{i=۱}^{۲۰}(x_i - \bar{x})^۲ = ۱۲۰$$

توجه کنید که وقتی تعدادی داده‌ی مساوی با میانگین $(\bar{x})$ اضافه می‌کنیم، میانگین و $\sum (x_i - \bar{x})^۲$ بدون تغییر می‌ماند.

$$\sigma^۲_{\text{جدید}} = \frac{۱}{۲۰+x}\sum_{i=۱}^{۲۰+x}(x_i - \bar{x})^۲ \Rightarrow ۴ = \frac{۱}{۲۰+x}(۱۲۰) \Rightarrow ۸۰ + ۴x = ۱۲۰ \to x = ۱۰$$

۲۴ - گزینه ۲ تعداد داده ها ۱۷ است، بنابراین نهمین داده یعنی ۳۶ همان چارک دوم یا میانه است.

همچنین مد برابر ۲۱ است. بنابراین داده‌های بزرگ‌تر از مد و کم‌تر از میانه عبارت‌اند از:

۲۷ ، ۲۸ ، ۳۲ ، ۳۴

میانگین این داده‌ها برابر است با: $\bar{x} = \dfrac{۲۷ + ۲۸ + ۳۲ + ۳۴}{۴} = ۳۰/۲۵$

۲۵ - گزینه ۲

مجموع زوایا در نمودار دایره‌ای ۳۶۰° می‌باشد.

$$\text{جمع زاویه‌ها} = ۳۶۰^\circ \Rightarrow x = ۳۶۰ - ۳۰۶ = ۵۴^\circ$$

$$d_i = \frac{۳۶۰}{N} \times F_i \to ۵۴ = ۳۶۰ f_i \to f_i = \frac{۵۴}{۳۶۰} : \text{فراوانی نسبی}$$

$$\text{درصد فراوانی نسبی} = \text{فراوانی نسبی} \times ۱۰۰ = \frac{۵۴}{۳۶۰} \times ۱۰۰ = ۱۵$$

۲۶ - گزینه ۲ مراکز دسته ها و فراوانی مطلق دسته ها را بدست می آوریم:

مرکز دسته	۱۶۴	۱۷۰	۱۷۶	۱۸۲
فراوانی مطلق	۷	۹	۱۱	۱۳

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۷۶ واحد کم می‌کنیم.

$$\bar{x} - ۱۷۶ = \frac{۱}{۴۰}((۷ \times (-۲۱)) + (۹ \times (-۶)) + (۱۱ \times ۰) + (۱۳ \times ۶))$$

$$\bar{x} - ۱۷۶ = \frac{۱}{۴۰}(-۸۴ - ۵۴ + ۷۸) \to \bar{x} = ۱۷۶ - ۱/۵ \to \bar{x} = ۱۷۴/۵$$

۲۷ - گزینه ۲

وقتی داده‌های آماری را دو برابر می‌کنیم، انحراف معیار و میانگین هم دو برابر می‌شوند و وقتی ۴ واحد به آن‌ها اضافه می‌کنیم، انحراف معیار تغییر نمی‌کند و به میانگین ۴ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۴}{۸} \to CV_{\text{جدید}} = \frac{۲(۴)}{۲(۸) + ۴} = \frac{۸}{۲۰} = ۰/۴$$

۲۸ - گزینه ۲ مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر ۱۰۰ است:

$$۱۱/۵ + ۱۷ + x + ۲۸/۵ + ۲۰/۵ = ۱۰۰ \Rightarrow ۷۷/۵ + x = ۱۰۰ \Rightarrow x = ۲۲/۵$$

پس داریم:

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته‌ی وسط} = \frac{F_۳}{N} \times ۱۰۰ \rightarrow ۲۲/۵ = \frac{F_۳}{N} \times ۱۰۰ \rightarrow \frac{F_۳}{N} = \frac{۲۲/۵}{۱۰۰}$$

$$d_۳ = \frac{F_۳}{N} \times ۳۶۰ = \frac{۲۲/۵}{۱۰۰} \times ۳۶۰ = ۸۱^\circ$$

۲۹ ـ گزینه ۲

$$\bar{x} = \frac{۲۱ + ۲۱ + ۲۵ + ۳۲ + ۳۳ + ۳۴ + ۳۷ + ۳۸ + ۴۱ + ۴۶}{۱۰} = \frac{۳۲۸}{۱۰} = ۳۲/۸$$

حال، کافی است که میانگین را نصف کرده و سپس دو واحد از آن کم کنیم.

$$\frac{۳۲/۸}{۲} - ۲ = ۱۶/۴ - ۲ = ۱۴/۴$$

۳۰ ـ گزینه ۲

در رسم نمودار چند بر فراوانی، مرکز دسته به عنوان مولفه‌ی اول و فراوانی مطلق دسته به عنوان مولفه‌ی دوم در نظر گرفته می‌شود:

$$\text{مرکز دسته} = \frac{۳۲ + ۳۷}{۲} = ۳۴/۵ \quad \text{و} \quad \text{فراوانی مطلق} = ۷۱ - ۶۳ = ۸$$

پس نقطه‌ی $(۳۴/۵, ۸)$ در رسم نمودار چند بر فراوانی به کار می‌رود.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۶	۴	۱۱	۱	۱۶	۴	۲۱	۱	۲۶	۲
۲	۲	۷	۲	۱۲	۳	۱۷	۴	۲۲	۲	۲۷	۲
۳	۱	۸	۳	۱۳	۳	۱۸	۴	۲۳	۲	۲۸	۲
۴	۲	۹	۳	۱۴	۳	۱۹	۳	۲۴	۲	۲۹	۲
۵	۴	۱۰	۴	۱۵	۱	۲۰	۱	۲۵	۲	۳۰	۲