



علی هاشمی

نام آزمون: احتمال

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- در ظرفی ۶ مهره با شماره‌های ۱ تا ۶ داریم. مهره‌ها را یکی پس از دیگری به تصادف و بدون جایگذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هیچ دو مهره‌ی زوج متوالی خارج نمی‌شوند؟

۲- تمام اعداد سه رقمی (با ارقام متمایز) را که می‌توان با رقم‌های ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ ساخت، روی کارت‌های مشابه نوشته و در یک کیسه قرار می‌دهیم. سپس یکی از این کارت‌ها را به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن که عدد روی کارت عددی زوج و بزرگ‌تر از ۳۰۰ باشد، چه قدر است؟

۳- حروف کلمه *ATAXIA* را بریده به‌طور تصادفی کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال هر سه حرف *A* کنار هم قرار می‌گیرند؟

۴- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد روشده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟

۵- هریک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است. به تصادف سه کارت از آنها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه‌رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟



۶- ۳۰ درصد مردم روزنامه‌ی A و ۴۰ درصد روزنامه‌ی B مطالعه و هیچ فردی هر دو روزنامه را مطالعه نمی‌کند. احتمال این که روزنامه‌ی A رویدادی را پوشش دهد $\frac{2}{3}$ و احتمال این که روزنامه‌ی B پوشش دهد $\frac{3}{4}$ است. احتمال این که فردی از این رویداد اطلاع نیابد، کدام است؟

۷- یک خانواده دارای دو فرزند است که هر فرزند به طور مستقل با احتمال $\frac{1}{3}$ پسر و با احتمال $\frac{2}{3}$ دختر است. اگر بدانیم این خانواده حداکثر یک فرزند پسر دارد، احتمال آن که هر دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

۸- ۷ نفر که دو برادر در بین آن‌ها حضور دارند مفروضند. از بین آن‌ها ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم و در یک ردیف کنار هم می‌نشانیم. با چه احتمالی دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف نشسته‌اند؟

۹- تاسی را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که در هیچ دو پرتاب متوالی، اعداد زوج ظاهر نشود، چه قدر است؟

۱۰- خانواده‌ای پنج فرزند دارد. می‌دانیم فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال اینکه خانواده دو پسر دیگر داشته باشد، کدام است؟



۱۱ - در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید، ۴ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی قرمز موجود است. سه مهره به تصادف پی‌درپی و بدون جایگذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌ی اول سفید و دو مهره‌ی دیگر هم‌رنگ نیستند؟

۱۲ - خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. می‌دانیم فقط ۲ فرزند این خانواده پسر است. احتمال این که فرزند اول خانواده پسر باشد، چقدر است؟

۱۳ - در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

۱۴ - در ظرفی ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی قرمز قرار دارد. ۴ مرتبه مهره‌ای از ظرف خارج کرده و پس از مشاهده به ظرف برمی‌گردانیم. با چه احتمالی تعداد مهره‌های سفید و قرمز خارج شده از ظرف با هم برابر است؟

۱۵ - در یک اتوبوس ۵ مرد و ۴ زن وجود دارد. این اتوبوس شروع به حرکت می‌کند. اگر ۱ نفر در ایستگاه اول، ۱ نفر در ایستگاه دوم و مابقی در آخرین ایستگاه پیاده شوند، احتمال آن که همه‌ی مردها در یک ایستگاه پیاده شده باشند، کدام است؟

۱۶ - در یک تیم والیبال ۶ نفره، احتمال آن که ماه تولد همگی یکسان باشد، چقدر است؟



۱۷- تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج بیاید، سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر فرد بیاید، دوباره تاس پرتاب می‌کنیم. این عمل را آن قدر ادامه می‌دهیم تا مجاز به پرتاب سکه شویم. با کدام احتمال حداکثر بعد از پرتاب سوم تاس، سکه رو می‌آید؟

۱۸- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

۱۹- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شوند. به تصادف متوالیاً سه موش از بین آنها انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟

۲۰- در آزمایشگاهی ۷ موش نگهداری می‌شوند که بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است. اگر ۲ موش از بین آنان تصادفی انتخاب شوند، با کدام احتمال، لااقل بر روی یکی از آن دو، آزمون انجام شده است؟

۲۱- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. می‌دانیم که دو فرزند اول آنها پسر است. احتمال آنکه دو فرزند دیگر این خانواده دختر باشد، کدام است؟



۲۲- در آزمایشگاهی ۵ موش سالم و ۳ موش دیابتی نگهداری می‌شوند، اگر دو موش از محفظه گریخته باشند، با کدام احتمال فقط یکی از موش‌های فراری دیابتی است؟

۲۳- تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر بدانیم عدد تاس در مرتبه‌ی اول بیش‌تر از عدد تاس در مرتبه‌ی دوم نباشد، احتمال این که حاصل ضرب اعداد روبروده، عددی فرد باشد کدام است؟

۲۴- اگر $A = \{2, 3, 4, 6\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ با فضای نمونه‌ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ باشند، $P(A' \cup B')$ کدام است؟

۲۵- در یک جامعه ۲۰۰ نفری گروه خونی افراد در جدول زیر است. اگر تنها یک فرد از بین آنها انتخاب شود با کدام احتمال گروه خونی وی O یا AB است؟

گروه خونی	A	B	AB	O
فراوانی	۴۵	۶۵	۵۴	۳۶

۲۶- در پرتاب دو تاس و یک سکه با هم فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟



۲۷- در کیسه‌ای ۳ مهره سیاه، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف با هم خارج می‌کنیم. احتمال این که حداقل دو مهره انتخابی هم‌رنگ نباشد، کدام است؟

۲۸- در پرتاب دو تاس سالم با هم، اگر A پیشامد آن که عدد رو شده‌ی تاس اول ۴ باشد و B پیشامد آن که اعداد رو شده‌ی دو تاس متمایز باشند، $P(A - B)$ کدام است؟

۲۹- در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم فرزند اول آنها دختر است، با کدام احتمال لاقبل یکی از فرزندان پسر است؟

	زن	مرد
تحصیلات	دانشگاهی	۱۵
	کمتر از دانشگاهی	۹۰

۳۰- کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. احتمال‌های آن که «کارمند زنی، تحصیلات دانشگاهی داشته باشد» و «کارمندی زن و تحصیلات دانشگاهی داشته باشد» به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

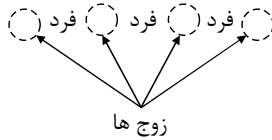


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6!$ است.

برای اینکه هیچ دو مهره‌ی زوج متوالی خارج نشوند، باید آن‌ها را در فضاهای خالی مقابل قرار دهیم:



$$n(A) = \binom{4}{3} \times 3! \times 3! \text{ و سپس زوج‌ها و فردها را جابه‌جا می‌کنیم: } \binom{4}{3} \times 3! \times 3!$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{\binom{4}{3} \times 3! \times 3!}{6!} = \frac{1}{5} \text{ است.}$$

۲ - گزینه ۱ ابتدا تعداد تمام اعداد سه رقمی را که می‌توان با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ ساخت را بدست می‌آوریم:

$$n(S) = \boxed{5} \times \boxed{5} \times \boxed{4} = 100 \text{ (خانه‌ی اول صفر قرار نمی‌گیرد)}$$

حال تعداد اعداد زوج بزرگتر از ۳۰۰ را بدست می‌آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} \text{(خانه‌ی اول ۳ یا ۴ یا ۵ قرار می‌گیرد)} \rightarrow \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{1} = 12 \\ \text{(خانه‌ی اول ۳ یا ۴ یا ۵ قرار می‌گیرد)} \rightarrow \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{1} = 12 \\ \text{(خانه‌ی اول ۳ یا ۴ قرار می‌گیرد)} \rightarrow \boxed{2} \times \boxed{4} \times \boxed{1} = 8 \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 32$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{32}{100} \text{ است.}$$

۳ - گزینه ۲ جایگشت k حرف که n حرف تکراری دارد، از رابطه $\frac{k!}{n!}$ به دست می‌آید:

$$n(S) = \frac{6!}{3!} = 120 \text{ (جابه‌جایی حروف ATAXTA)}$$

$$\boxed{AAA} \text{ TXI} \Rightarrow n(A) = 4! = 24 \text{ (جابه‌جایی ۳ حرف A باهم اهمیت ندارد)}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} \text{ است.}$$

۴ - گزینه ۲ در هر پرتاب احتمال آنکه هر دو تاس زوج باشند، برابر با $\frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4}$ است و لذا احتمال آنکه هر دو تاس زوج نباشند، $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ است. اگر A_i پیشامد این باشد که در

پرتاب i ام نتیجه حاصل شده باشد، یعنی در $(i-1)$ پرتاب قبلی هر دو تاس زوج نبوده و در پرتاب i ام هر دو تاس زوج ظاهر شده است، پس $P(A_i) = \left(\frac{3}{4}\right)^{i-1} \left(\frac{1}{4}\right)$. بنابراین احتمال آنکه

حداکثر در ۳ پرتاب نتیجه حاصل شود، برابر است با:

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$$

یا به زبان ساده‌تر:

$$\frac{1}{4} \text{ : پرتاب اول هر دو زوج باشند.}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \text{ : پرتاب اول هر دو زوج نباشند و پرتاب دوم هر دو زوج باشند.}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \text{ : پرتاب اول و پرتاب دوم هر دو زوج نباشند و پرتاب سوم هر دو زوج باشند.}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64} \text{ است.}$$

۵ - گزینه ۲

فضای نمونه‌ای برابر است با اعداد سه رقمی بدون تکرار ارقام که می‌توان با ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ نوشت:

$$\boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 60 \rightarrow n(S) = 60$$

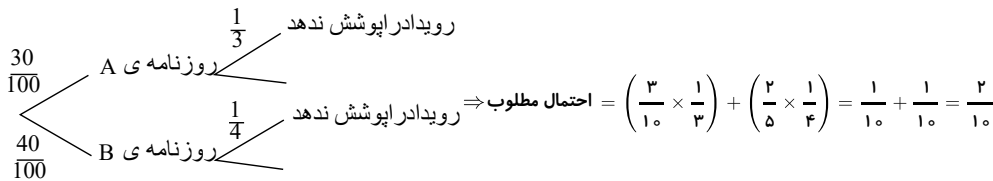
برای آنکه عدد روشده، مضرب ۳ باشد، باید مجموع ارقامش باید بر ۳ بخش پذیر باشد که شامل دسته‌بندی‌های زیر باشد.

$$\left. \begin{array}{l} 1, 2, 3 \rightarrow 3! = 6 \\ 1, 3, 5 \rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 4 \rightarrow 3! = 6 \\ 3, 4, 5 \rightarrow 3! = 6 \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 4 \times 6 = 24$$



پس $P(A) = \frac{24}{60} = 0.4$ است.

۶ - گزینه ۳ با فرض اینکه فرد، روزنامه بخواند داریم:



از طرفی $\frac{70}{100}$ مردم، روزنامه می خوانند و $\frac{30}{100}$ مردم روزنامه نمی خوانند، پس احتمال اینکه فردی از رویداد رخ داده ای اطلاع نیابد برابر $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ است.
 ۷ - گزینه ۳

هر دو دختر یا اولی دختر و دومی پسر یا اولی پسر و دومی دختر: حداکثر یک پسر

$\rightarrow \left(\frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{8}{9}$
 $\rightarrow \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$ اولی دختر و دومی دختر: هر دو فرزند دختر

پس $P(A) = \frac{4}{9} = \frac{1}{2}$ است.

۸ - گزینه ۴ برای محاسبه ی فضای نمونه ای ابتدا ۵ نفر را از بین ۷ نفر انتخاب کرده و سپس جایجایی این ۵ نفر را حساب می کنیم.

$n(S) = \binom{7}{5} \times 5! = 21 \times 120$

برای اینکه دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف باشند باید دو برادر حتماً در افراد انتخاب شده باشند. برای این منظور باید ۳ نفر را از بین ۵ نفر باقی مانده انتخاب کنیم و سپس جایجایی این سه نفر را حساب کنیم و در ضمن جایجایی دو برادر با یکدیگر را نیز فراموش نکنیم.

$n(A) = \binom{5}{3} \times 3! \times 2! = 120$

پس $P(A) = \frac{120}{21 \times 120} = \frac{1}{21}$ است.

۹ - گزینه ۴ فضای نمونه ی آزمایش $n(S) = 6^3 = 216$ است. تعداد حالت های مساعد مسأله به این صورت است:

(الف) هر سه پرتاب، فرد باشند $\leftarrow 3 \times 3 \times 3 = 27$

(ب) دو پرتاب، فرد و دیگری زوج باشد $\leftarrow 3 \times (3 \times 3 \times 3) = 81$

(ج) پرتاب های اول و سوم، زوج و پرتاب دوم، فرد باشد $\leftarrow 3 \times 3 \times 3 = 27$

پس $P(A) = \frac{27 + 81 + 27}{216} = \frac{135}{216} = \frac{5}{8}$ است.

۱۰ - گزینه ۳ صورت سوال یعنی، احتمال اینکه در یک خانواده ی ۴ فرزندی، دو فرزند پسر باشند را به دست آورید.

$n(S) = 2^4 = 16$ و $PPDD \rightarrow n(A) = \frac{4!}{2!2!} = 6$

پس $P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$ است.

۱۱ - گزینه ۳ احتمال آنکه مهره ی اول سفید باشد برابر $\frac{3}{4} = \frac{1}{12}$ است پس اکنون در جعبه، ۲ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ۴ مهره قرمز موجود است. حال باید احتمال آنکه دو مهره ی

انتخابی در مهره های باقی مانده غیرهم رنگ باشند را پیدا کنیم.

(هر دو مهره قرمز یا هر دو مهره سیاه یا هر دو مهره سفید) $1 - P$ (دو مهره غیرهم رنگ)

$= 1 - \left(\frac{2}{11} \times \frac{1}{10} + \frac{4}{11} \times \frac{3}{10} + \frac{5}{11} \times \frac{4}{10}\right) = 1 - \frac{17}{55} = \frac{38}{55}$

بنابراین داریم:

P (اولی سفید و دو مهره دیگر غیرهم رنگ) $= \frac{1}{4} \times \frac{38}{55} = \frac{19}{110}$

۱۲ - گزینه ۲

$PPDD \Rightarrow n(S) = \frac{4!}{2!2!} = 6$ فقط دو فرزند پسر

$\underbrace{PPDD}_{\text{جایجایی}} \Rightarrow n(A) = \frac{3!}{2!} = 3$ فرزند اول پسر باشد

پس $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ می باشد.



۱۳ - گزینه ۳ فضای نمونه همان انتخاب ۳ مهره از ۹ مهره است:

$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

برای هم‌رنگ نبودن دو مهره یکی از حالت‌های زیر باید اتفاق بیفتد:

$$\left. \begin{array}{l} \text{یکی سفید و یکی سیاه} \binom{3}{1} \binom{2}{1} = 3 \times 2 = 6 \\ \text{یکی سفید و یکی قرمز} \binom{3}{1} \binom{5}{1} = 3 \times 5 = 15 \\ \text{یکی سیاه و یکی قرمز} \binom{2}{1} \binom{5}{1} = 2 \times 5 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 6 + 15 + 10 = 31$$

پس $P(A) = \frac{31}{45}$ است.

۱۴ - گزینه ۲ یعنی ۲ مهره سفید و ۲ مهره قرمز خارج شوند $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$ و چون مهره‌ها را با جایگزینی خارج می‌کنیم جابجایی آنها نیز مهم است یعنی $\frac{4!}{2!2!}$ پس

احتمال مطلوب است برابر است با:

$$\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \times 9 \times 4!}{5^4 \times 4} = \frac{216}{625}$$

۱۵ - گزینه ۳

$$n(S) = \binom{9}{1} \times \binom{8}{1} = 9 \times 8 = 72$$

طبق صورت مسأله باید در ایستگاه اول و ایستگاه دوم حتماً زن پیاده شود (چون قرار است همه مردها در یک ایستگاه پیاده شوند).

$$n(A) = \binom{4}{1} \binom{3}{1} = 4 \times 3 = 12$$

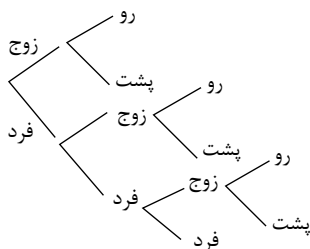
پس $P(A) = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$ است.

۱۶ - گزینه ۳ متولد شدن افراد در ماه‌های سال پیشامدهای مستقل از هم هستند. نفر اول در یکی از ماه‌های سال به دنیا آمده است، احتمال آن که هر یک از ۵ نفر بعدی در آن ماه از سال به دنیا

آمده باشد برابر $\frac{1}{12}$ است، بنابراین احتمال موردنظر برابر است با:

$$P = \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \left(\frac{1}{12}\right)^5 = \frac{1}{12^5}$$

۱۷ - گزینه ۱ برای حل این سوال از نمودار درختی استفاده می‌کنیم.



$$P(\text{سکه رو}) \cdot P(\text{تاس زوج}) + P(\text{تاس فرد}) \cdot P(\text{سکه رو}) + P(\text{تاس زوج}) \cdot P(\text{سکه فرد}) + P(\text{تاس فرد}) \cdot P(\text{سکه فرد}) = P(\text{احتمال مطلوب})$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{7}{16}$$

۱۸ - گزینه ۳

۸، ۴ و ۱۲ مضاربی از ۴ هستند که می‌توانند از حاصل جمع اعداد روبرو شده دو تاس به دست آیند:

$$n(S) = 6^2 = 36$$

پیشامد مذکور را با اعضایش مشخص می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 4 \Rightarrow (1, 3), (3, 1), (2, 2) \\ 8 \Rightarrow (2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4) \\ 12 \Rightarrow (6, 6) \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 9$$

پس $P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ است.

۱۹ - گزینه ۴ دو حالت داریم:

(۱) موش اول سفید و موش دوم سفید و موش سوم سیاه

$$\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$



۲) موش اول سفید و موش دوم سیاه و موش سوم سیاه

$$\frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{56}$$

پس $P = \frac{5}{28} + \frac{5}{56} = \frac{15}{56}$ است.

روش دوم: چون در تست به رنگ موش دوم اشاره نشده است فرض می‌کنیم موشی که به رنگ آن اشاره نشده است را انتخاب نکرده‌ایم و تنها می‌خواهیم دو موش را پشت سرهم (متوالیاً) انتخاب کنیم یعنی موش دوم تأثیری در حل مسأله ندارد.

$$P(\text{اولی سفید و دومی سیاه}) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$$

۲۰ - گزینه ۳ بر روی ۳ موش آزمون مهارت انجام شده است و بر روی ۴ موش آزمون مهارت انجام نشده است.

$$n(S) = \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2} = 21$$

لااقل بر روی یکی از آن دو آزمون انجام شده است یعنی: بر روی هر دو آزمون انجام شده است یا بر روی یکی آزمون انجام شده و بر روی دیگری آزمون انجام نشده است.

$$n(A) = \binom{3}{2} + \binom{3}{1} \binom{4}{1} = 3 + 12 = 15$$

پس $P(A) = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$ است.

۲۱ - گزینه ۲ با توجه به شرط داده شده، فضای نمونه محدود شده را می‌نویسیم و پیشامد A را در این فضای نمونه مشخص می‌کنیم:

$$S_{\text{جدید}} = \{PPPD, PPDP, PPDD, PPPP\} \Rightarrow n(S) = 4, \quad A = \{PPDD\} \Rightarrow n(A) = 1$$

پس $P(A) = \frac{1}{4}$ است.

۲۲ - گزینه ۴

فضای نمونه‌ای انتخاب ۲ موش از بین ۸ موش است:

$$n(S) = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

پیشامد اینکه فقط یکی از موش‌های فراری دیابتی باشد، یعنی یکی از موش‌های سالم و یکی هم از دیابتی‌ها انتخاب کنیم:

$$n(A) = \underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{یک دیابتی}} \times \underbrace{\binom{5}{1}}_{\text{یک سالم}} = 3 \times 5 = 15$$

پس $P(A) = \frac{15}{28}$ است.

۲۳ - گزینه ۱ تعداد کل حالت‌ها در دو بار پرتاب تاس برابر $6 \times 6 = 36$ است. ۶ حالت از این حالت‌ها در دو پرتاب یکسان هستند، پس ۳۰ حالت باقی می‌ماند. در نصف این ۳۰ حالت عدد پرتاب دوم بیش‌تر از عدد پرتاب اول است، پس تعداد حالت‌هایی که عدد پرتاب اول بیش‌تر از عدد پرتاب دوم نباشد برابر است با:

$$n(S) = 15 + 6 = 21$$

حال تعداد حالت‌هایی که حاصل ضرب اعداد رو شده، عددی فرد باشد را می‌یابیم (توجه کنید که باید هر دو عدد رو شده فرد باشد). این حالت‌ها به صورت زیر هستند:

$$A = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 3), (3, 5), (5, 5)\} \Rightarrow n(A) = 6$$

پس $P(A) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ است.

۲۴ - گزینه ۳ می‌دانیم: $(A \cap B)' = A' \cup B'$

$$P(A' \cup B') = P((A \cap B)') = 1 - P(A \cap B) = 1 - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$$

دقت کنید $A \cap B = \{3, 4, 6\}$ می‌باشد.

۲۵ - گزینه ۴

$$P(O \cup AB) = P(O) + P(AB) - P(\underbrace{O \cap AB}_{\emptyset}) = \frac{36}{200} + \frac{54}{200} - 0 = \frac{90}{200} = 0,45$$

۲۶ - گزینه ۴

فضای نمونه‌ای در پرتاب n سکه و m تاس از رابطه $2^n \times 6^m$ به دست می‌آید.

$$n(S) = 6^2 \times 2 = 36 \times 2 = 72$$

۲۷ - گزینه ۳ اگر A پیشامد آن باشد که حداقل دو مهره هم‌رنگ نباشد، آنگاه A' پیشامد آن است که هر ۳ مهره‌ی انتخابی هم‌رنگ است، پس داریم:

هر ۳ سیاه یا هر ۳ قرمز یا هر ۳ آبی = هر ۳ مهره هم‌رنگ

$$n(A') = \binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{3}{3} = 1 + 4 + 1 = 6$$



$$P(A') = \frac{6}{\binom{3+4+3}{3}} = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{6}{120} = \frac{1}{20} \rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$$

۲۸ - گزینه ۲

$$A = \{(4, 1), (4, 2), \dots, (4, 6)\}$$

$$B' = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$$

$$A - B = A \cap B' = \{(4, 4)\} \Rightarrow n(A - B) = 1$$

$$\Rightarrow P(A - B) = \frac{n(A - B)}{n(S)} \Rightarrow P(A - B) = \frac{1}{36}$$

۲۹ - گزینه ۴

می‌دانیم یکی از فرزندان دختر است پس می‌توان فضای نمونه‌ای جدیدی ساخت:

$$S_{\text{جدید}} = \{DPD, DPP, DDP, DDD\} \Rightarrow n(S) = 4$$

$$A = \{DPD, DPP, DDP\} \Rightarrow n(A) = 3$$

پس $P(A) = \frac{3}{4}$ است.

۳۰ - گزینه ۱ احتمال اینکه کارمند زنی، تحصیلات دانشگاهی داشته باشد یعنی:

(کارمند زن باشد | تحصیلات دانشگاهی داشته باشد) P

طبق فرمول احتمال شرطی:

$$P = \frac{n(\text{زن باشد و تحصیلات دانشگاهی داشته باشد})}{n(\text{کارمند زن باشد})}$$

طبق جدول:

$$P = \frac{10}{10 + 10} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

همچنین احتمال این که کارمندی، زن و تحصیلات دانشگاهی داشته باشد، برابر است با:

$$P' = \frac{n(\text{زن و تحصیلات دانشگاهی داشته باشد})}{n(\text{کارمندان اداره})} = \frac{10}{190} = \frac{1}{19}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۶ - ۳	۱۱ - ۳	۱۶ - ۳	۲۱ - ۲	۲۶ - ۴
۲ - ۱	۷ - ۳	۱۲ - ۲	۱۷ - ۱	۲۲ - ۴	۲۷ - ۳
۳ - ۲	۸ - ۴	۱۳ - ۳	۱۸ - ۳	۲۳ - ۱	۲۸ - ۲
۴ - ۲	۹ - ۴	۱۴ - ۲	۱۹ - ۴	۲۴ - ۳	۲۹ - ۴
۵ - ۲	۱۰ - ۳	۱۵ - ۳	۲۰ - ۳	۲۵ - ۴	۳۰ - ۱