



علی هاشمی

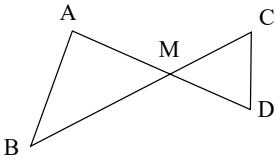
نمونه سوال: تشابه مثلث ها

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = \frac{\pi}{2}$ ) اگر  $AC = 2AB$ ، ارتفاع  $AH$  رسم شده است. مساحت مثلث  $ABC$  چند برابر مساحت مثلث  $ABH$  است؟

۲- در مثلث  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) ارتفاع  $AH$  مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می کند. مساحت مثلث اصلی  $۶٫۷۶$  برابر مساحت مثلث کوچکتر است. نسبت فواصل  $H$  از دو ضلع قائم کدام است؟



۳- در شکل مقابل  $AB \parallel CD$  و  $\frac{AM}{AD} = \frac{3}{5}$  می باشد. نسبت مساحت های دو مثلث در شکل کدام است؟

۴- طول اضلاع یک مثلث ۱۱ و ۵ و ۷ سانتی متر و طول کوچک ترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی،  $۲۲٫۵$  سانتی متر است. محیط مثلث دوم کدام است؟

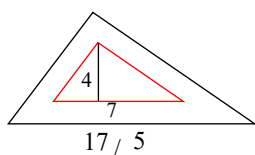
۵- مثلثی به اضلاع ۶ و ۹ واحد در دایره ای به شعاع ۶ واحد محاط شده است. طول ارتفاع ضلع سوم آن کدام است؟



۶- نسبت مساحت‌های دو پنج ضلعی منتظم برابر با  $\frac{4}{9}$  است. اگر اندازه‌ی ضلع یکی از آن‌ها ۶ باشد، اندازه‌ی ضلع دیگر برابر کدام است؟

۷- اگر نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه  $k^2$  باشد، آن‌گاه نسبت محیط‌های آن‌ها کدام است؟

۸- مثلثی به اضلاع ۳ و ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع ۵ و  $x$  و  $y$  متشابه است. اگر  $x, y > 5$  باشند،  $x + y$  کدام است؟

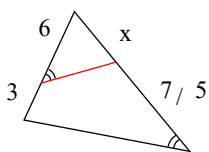


۹- اضلاع مثلث کوچک‌تر موازی اضلاع مثلث بزرگ‌تر است. مساحت مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

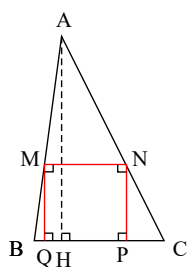
۱۰- اندازه‌ی محیط‌های دو مثلث متشابه به ترتیب ۱۵ و ۸ واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگ‌تر ۲۵ واحد مربع باشد، مساحت مثلث کوچک‌تر کدام است؟



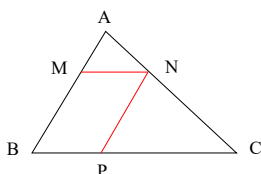
۱۱ - در شکل مقابل دو زاویه برابرند. مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟



۱۲ - در مثلث  $ABC$ ، مربعی به ضلع ۳ محاط شده است. اگر  $BC = ۴٫۸$ ، اندازه‌ی ارتفاع  $AH$  کدام است؟



۱۳ - در یک مثلث قائم الزاویه، اضلاع قائم به نسبت ۲ به ۳ هستند. اگر از پای ارتفاع وارد بر وتر به وسط اضلاع قائم، دو پاره خط  $HM$  و  $HN$  را رسم کنیم، نسبت آن‌ها چقدر است؟

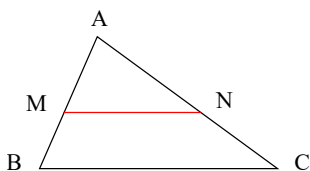


۱۴ - در شکل رو به رو  $\frac{MN}{BC} = \frac{۲}{۷}$  است. مساحت متوازی الاضلاع چه کسری از شکل است؟



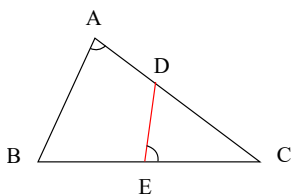
۱۵- مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۶ با مثلث دیگر به اضلاع  $y$ ،  $x$  و ۱ متشابه است.  $x + y$  کدام نمی تواند باشد؟

۱۶- اگر در مثلث  $ABC$  داشته باشیم  $\hat{A} = 2\hat{B}$ ، اندازه ی نیمساز رأس  $A$  کدام است؟ ( $AB = c$ ،  $AC = b$ ،  $BC = a$ )



۱۷- در شکل مقابل، مساحت ذوزنقه ۶۴ درصد کل شکل می باشد. نسبت  $\frac{AM}{MB}$  کدام است؟

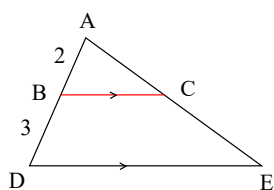
۱۸- مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۶ با مثلث دیگری به اضلاع ۲،  $x$  و  $y$  متشابه است. حداقل مقدار  $x + y$  کدام است؟



۱۹- در شکل مقابل،  $\hat{A} = \hat{E}$ ، کدام گزینه با  $\frac{DE}{BA}$  برابر است؟

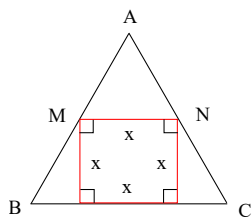


۲۰- در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها  $\frac{16}{25}$  است. اگر یکی از ارتفاع‌های مثلث کوچک‌تر ۲ باشد، طول ارتفاع متناظر آن در مثلث بزرگ‌تر کدام است؟



۲۱- در شکل مقابل، مساحت ذوزنقه چه کسری از مساحت مثلث بزرگ‌تر است؟

۲۲- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، اضلاع قائم  $AB = 2$  و  $AC = \sqrt{5}$  است. از وسط ضلع متوسط (نقطه  $M$ )، عمود  $MH$  را بر وتر وارد می‌کنیم. اندازه  $CH$  کدام است؟

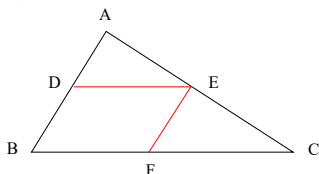


۲۳- در داخل مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع  $\sqrt{3}$ ، یک مربع محاط شده است. ضلع این مربع کدام است؟

۲۴- مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ با مثلثی که یک ضلع آن ۱ می‌باشد، متشابه است. محیط مثلث دوم عدد نمی‌تواند باشد؟

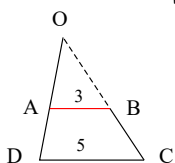


۲۵- در شکل مقابل، مساحت مثلث  $ADE$ ، ۱۶ درصد کل شکل است. مساحت مثلث  $EFC$  چه کسری از کل شکل است؟ (  $BDEF$  متوازی الاضلاع است.)

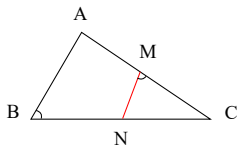


۲۶- در مثلث قائم الزاویه‌ای که نسبت اضلاع قائم آن  $\frac{2}{3}$  است، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو قسمت تقسیم می‌کند. مساحت مثلث اولیه چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث است؟

۲۷- در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ، نقطه‌ی  $O$  محل تلاقی امتداد ساق‌هاست. نسبت مساحت مثلث  $OAB$  به مساحت دوزنقه‌ی  $ABCD$  کدام است؟

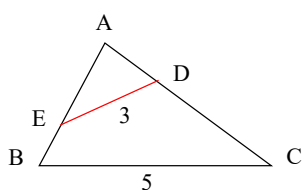


۲۸- در مثلث  $ABC$ ، از وسط ضلع  $AC$  پاره‌خط  $MN$  طوری رسم می‌شود که  $\hat{CMN} = \hat{B}$  است. طول  $MN$  کدام است؟  
 ( $AB = c, AC = b, BC = a$ )





۲۹- مثلثی به اضلاع ۲، ۳ و ۴ با مثلث دیگر به اضلاع  $a$ ، ۵ و  $b$  متشابه است. بیشترین مقدار  $a + b$  کدام است؟

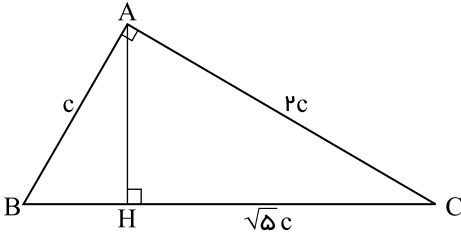


۳۰- در چهارضلعی  $BCDE$ ، زاویه‌های مقابل، مکمل هستند. مساحت چهارضلعی چند برابر کوچک‌ترین مثلث است؟



## پاسخنامه تشریحی

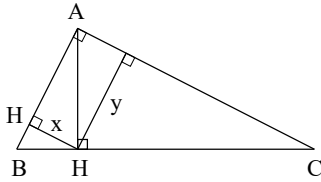
۱ - گزینه ۳ بنابر قضیه ی فیثاغورس نتیجه می شود  $BC = \sqrt{5}c$ ، داریم:



$$\Delta ABH \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \left(\frac{BC}{AB}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}c}{c}\right)^2 = 5$$

۲ - گزینه ۱

مساحت مثلث ABC را  $S_1$  و مساحت مثلث ABH را  $S'$  و مساحت مثلث ACH را  $S''$  می نامیم.



$$\frac{S}{S'} = 6,76 \rightarrow \frac{S' + S''}{S'} = 6,76 \xrightarrow{\text{تفکیک}} 1 + \frac{S''}{S'} = 6,76 \rightarrow \frac{S''}{S'} = 5,76$$

چون دو مثلث ABH و ACH متشابه هستند. بنابراین نسبت مساحت های آنها برابر مجذور نسبت تشابه است. لذا داریم:

$$\frac{S''}{S'} = 5,76 = k^2 \rightarrow k = 2,4$$

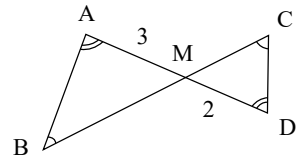
طراح سوال نسبت ارتفاع های دو مثلث متشابه را خواسته است که همان برابر نسبت تشابه است.

$$\frac{y}{x} = 2,4 = \frac{24}{10} = \frac{12}{5} \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{5}{12}$$

۳ - گزینه ۳ تذکر: وقتی دو مثلث متشابه اند نسبت مساحت آن ها مجذور نسبت تشابه آن هاست.

$$AB \parallel CD \Rightarrow \Delta ABM \sim \Delta MCD \Rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{AM}{MD} = \frac{BM}{MC} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{S_{MCD}}{S_{AMB}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$



۴ - گزینه ۴ در دو مثلث متشابه نسبت محیط ها برابر نسبت اضلاع نظیر است.

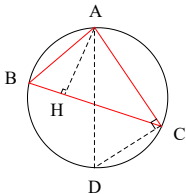
$$\text{محیط مثلث اول} = 7 + 5 + 11 = 23$$

$$\frac{\text{محیط مثلث اول}}{\text{محیط مثلث دوم}} = \frac{a}{a'} \Rightarrow \frac{23}{22,5} = \frac{5}{a'}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث دوم} = 103,5$$

۵ - گزینه ۲

در شکل مقابل  $AB = 6$ ،  $AC = 9$  و قطر  $AD = 12$  واحد است. دو مثلث ADC، ABH متشابه اند. زیرا دارای دو زاویه مساوی هستند.



$$\frac{AB}{AD} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AD \cdot AH = AB \cdot AC$$

$$12AH = 6 \times 9 \rightarrow AH = 4,5$$

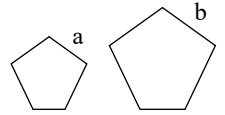
۶ - گزینه ۲ هر دو پنج ضلعی منتظم متشابه اند و نسبت مساحت آن ها مجذور نسبت تشابه آن هاست، بنابراین:





$$\frac{4}{9} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{2}{3} = \text{(نسبت تشابه)}$$

$$\frac{6}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow b = 9 \quad \text{یا} \quad \frac{a}{6} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 4$$



بستگی به اینکه اگر عدد ۶ اندازه‌ی ضلع کوچک تر باشد، ضلع پنج ضلعی بزرگ تر ۹ است یا اگر عدد ۶ ضلع بزرگ تر باشد، ضلع پنج ضلعی کوچک تر ۴ است.

۷ - گزینه ۲

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{2P}{2P'}\right)^2 = k^2 \Rightarrow \frac{2P}{2P'} = k$$

نسبت مساحت دو شکل متشابه مجذور نسبت تشابه آن‌هاست.

۸ - گزینه ۲

$$\frac{3}{5} = \frac{5}{x} = \frac{y}{7} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{25}{3} \\ y = \frac{25}{3} \end{cases} \Rightarrow x + y = \frac{25 + 25}{3} = 20$$

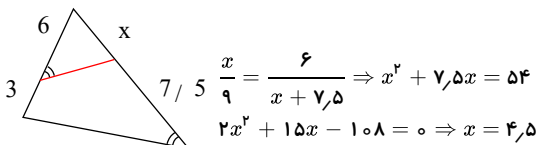
۹ - گزینه ۳ اضلاع دو مثلث نظیر به نظیر موازیند پس دو مثلث متشابه‌اند، بنابراین:

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{7}{17.5}\right)^2 \Rightarrow \frac{4 \times 7}{S'} = \left(\frac{7}{17.5}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{175}{2} = 87.5$$

۱۰ - گزینه ۱

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{15}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{25}{S'} = \left(\frac{15}{8}\right)^2 \Rightarrow S' = \frac{64}{9} = 7\frac{1}{9}$$

۱۱ - گزینه ۲ دو مثلث مفروض متشابه هستند. زیرا دو زاویه مساوی با هم دارند.

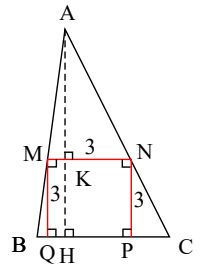


نسبت تشابه دو مثلث برابر  $\frac{1}{4}$  است پس نسبت مساحت‌ها  $\frac{1}{16}$  می‌باشد. مساحت چهارضلعی  $\frac{3}{4}$  مساحت مثلث بزرگتر یا ۳ برابر مساحت مثلث کوچکتر است.

۱۲ - گزینه ۲ نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاع‌ها، نیمسازها و میانه‌های متناظر، برابر نسبت تشابه است.

$$AH = h \Rightarrow AK = AH - KH = h - 3$$

$$\text{مربع } MNPQ \Rightarrow MN \parallel PQ \Rightarrow MN \parallel BC$$

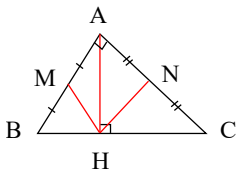


بنابراین دو مثلث  $AMN$  و  $ABC$  متشابه‌اند و نسبت ارتفاع‌های آن‌ها با نسبت تشابه برابر است:

$$\frac{AK}{AH} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{h-3}{h} = \frac{3}{4.8} \xrightarrow{\text{تفصیل در صورت}} \frac{h-(h-3)}{h} = \frac{4.8-3}{4.8} \Rightarrow \frac{3}{h} = \frac{1.8}{4.8} \Rightarrow \frac{3}{h} = \frac{3}{8} \Rightarrow h = 8$$

۱۳ - گزینه ۳

دو مثلث  $AHC$  و  $AHB$  متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها  $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$  است. پس نسبت میانه‌های  $HM$  و  $HN$  نیز  $\frac{2}{3}$  است.



۱۴ - گزینه ۲

سه مثلث موجود در شکل متشابه‌اند بنابراین داریم:

$$\frac{MN}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AM}{AB} = \frac{2}{3} \\ \frac{CN}{AC} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_{AMN} = \frac{4}{9} S_{ABC} \\ S_{CNP} = \frac{4}{9} S_{ABC} \end{cases}$$

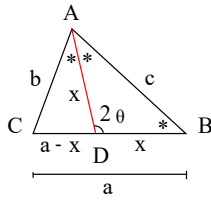
$$\Rightarrow S_{MNPB} = \left(1 - \frac{4}{9} - \frac{4}{9}\right) S_{ABC} = \frac{1}{9} S_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{MNPB}}{S_{ABC}} = \frac{1}{9} \approx 11.1\%$$



۱۵ - گزینه ۳ محیط مثلث اول  $3 + 4 + 6 = 13$  است، نسبت تشابه هم  $\frac{1}{6}$  یا  $\frac{1}{4}$  یا  $\frac{1}{3}$  است. پس محیط دومی  $\frac{13}{6}$  یا  $\frac{13}{4}$  یا  $\frac{13}{3}$  است و  $x + y$  برابر  $\frac{10}{3}$  یا  $\frac{9}{4}$  یا  $\frac{7}{6}$  می شود.

۱۶ - گزینه ۲

اگر نیمساز زاویه  $A$  را رسم کنیم تا  $BC$  را در  $D$  قطع کند، آنگاه مطابق شکل دو مثلث  $ABC$  و  $ADB$  متشابهند داریم:



$$\underbrace{\frac{x}{c}}_{\text{مقابل } \angle C} = \underbrace{\frac{a-x}{b}}_{\text{مقابل } \angle B} = \underbrace{\frac{b}{a}}_{\text{قطع سوم}} \Rightarrow x = \frac{bc}{a}$$

راه حل دوم: با توجه به رابطه‌ی نیمساز در مثلث داریم:

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \Rightarrow x^2 = cb - x(a-x) \Rightarrow ax = bc \Rightarrow x = \frac{bc}{a}$$

۱۷ - گزینه ۴

دو مثلث  $AMN$  و  $ABC$  متشابه‌اند زیرا  $MN \parallel BC$  می باشد. اگر  $k$  نسبت تشابه آنها باشد، داریم:

$$\frac{S_{MNCB}}{S_{ABC}} = \frac{64}{100} \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{36}{100} \Rightarrow k^2 = \frac{36}{100} \Rightarrow k = \frac{AM}{AB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{3}{2}$$

۱۸ - گزینه ۲ برای حداقل  $x + y$ ، باید ضلع به طول ۲، بزرگ ترین ضلع مثلث دوم و نظیر ضلع به طول ۶ مثلث اول باشد.

۳، ۴، ۶

$x, y, 2$

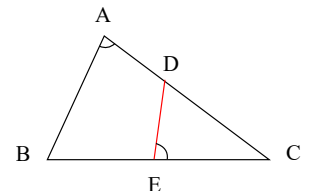
$$\frac{2}{6} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{x+y}{3+4} = \frac{1}{3} \Rightarrow x+y = \frac{7}{3}$$

البته از رابطه‌ی  $\frac{1}{3} = \frac{x}{3} = \frac{y}{4}$  می توان  $x$  و  $y$  را جداگانه نیز محاسبه کرد:

$$\begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{x}{3} \\ \frac{1}{3} = \frac{y}{4} \end{cases} \Rightarrow x = 1, y = \frac{4}{3} \Rightarrow x + y = 1 + \frac{4}{3} = \frac{7}{3}$$

نکته: اگر  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ ، آن گاه  $\frac{a}{b} = \frac{c+e}{d+f}$ .

۱۹ - گزینه ۲ در دو مثلث  $ABC$  و  $CDE$  داریم:



$$\hat{A} = \hat{E}, \hat{C} = \hat{C}$$

بنابراین دو مثلث  $ABC$  و  $CDE$  بنا به حالت دو زاویه متشابه‌اند. حال تناسب اضلاع آنها را می نویسیم:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CD}{BC} = \frac{EC}{AC}$$

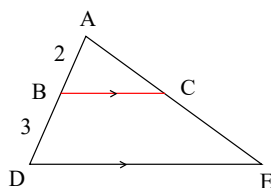
۲۰ - گزینه ۴ می دانیم نسبت مساحت‌ها، توان دوم نسبت تشابه است، بنابراین:

$$k^2 = \frac{s}{s'} = \frac{16}{25} \Rightarrow k = \frac{4}{5}$$

$$k = \frac{h}{h'} \xrightarrow{h=2} \frac{4}{5} = \frac{2}{h'} \Rightarrow h' = \frac{5}{2} = 2,5$$

۲۱ - گزینه ۱  $ABC$  و  $ADE$  با نسبت ۲ به ۵ متشابه‌اند. پس:  $\frac{S_{ABC}}{S_{ADE}} = \frac{4}{25}$  داریم:

$$S_{ADE} = S_{ABC} + S_{BCED} \Rightarrow S_{BCED} = (1 - \frac{4}{25})S_{ADE} = \frac{21}{25}S_{ADE}$$

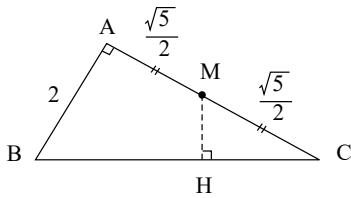


$$BC = \sqrt{2^2 + (\sqrt{5})^2} = 3$$

۲۲ - گزینه ۱

با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

حال در هر دو مثلث  $ABC$  و  $MCH$ ، داریم:



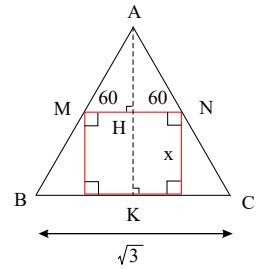
$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \text{ABC و MCH بنا به حالت (زز) متشابه‌اند.}$$

حال تناسب اضلاع متناظر را می‌نویسیم:

$$\frac{CM}{BC} = \frac{CH}{AC} = \frac{MH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{CH}{\sqrt{5}} \Rightarrow CH = \frac{5}{6}$$

۲۳ - گزینه ۲ راه حل اول: در دو مثلث متشابه نسبت ارتفاع‌های متناظر، با نسبت تشابه برابر است با:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta AMN}{\Delta ABC} \\ \frac{AH}{AK} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{AK-x}{AK} = \frac{x}{\sqrt{3}}, AK = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \\ 1 - \frac{x}{\frac{3}{2}} = \frac{x}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{3}{2 + \sqrt{3}} \Rightarrow x = 3(2 - \sqrt{3}) \end{aligned}$$



راه حل دوم:

$$\begin{cases} \text{ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع (ABC)} \\ AK = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \\ \text{ارتفاع در مثلث متساوی الاضلاع (AMN)} \\ AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times MN = \frac{\sqrt{3}}{2} x \end{cases}$$

$$\xrightarrow{AK=AH+HK} \frac{3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} x + x \Rightarrow x = 3(2 - \sqrt{3})$$

۲۴ - گزینه ۴ محیط مثلث اول  $9 = 2 + 3 + 4$  و نسبت تشابه  $\frac{1}{4}$  یا  $\frac{1}{3}$  یا  $\frac{1}{2}$  است. پس محیط دومی  $\frac{9}{2}$  یا  $3$  یا  $\frac{9}{4}$  است و هرگز نمی‌تواند باشد.

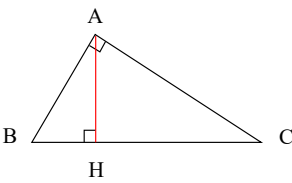
۲۵ - گزینه ۲

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{16}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{4}{10} \xrightarrow{DE \parallel BC} \frac{AE}{AC} = \frac{4}{10} \xrightarrow{\text{تفضیل از صورت}} \frac{CE}{AC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{ABC}} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} = 0,36$$

۲۶ - گزینه ۳ نکته: در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها برابر توان نسبت تشابه است.

مثلث‌های  $ABC$ ،  $ABH$  و  $ACH$  بنا به حالت دو زاویه متشابه‌اند.



$$\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$$

پس از نکته‌ی فوق داریم:

$$\begin{aligned} \frac{S_{ABH}}{S_{ACH}} &= \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow S_{ACH} = \frac{9}{4} S_{ABH} \\ \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} &= \frac{S_{ABH} + S_{ACH}}{S_{ABH}} = \frac{S_{ABH} + \frac{9}{4} S_{ABH}}{S_{ABH}} = \frac{4 + 9}{4} = \frac{13}{4} = 3,25 \end{aligned}$$

۲۷ - گزینه ۲

چون  $AB$  موازی  $CD$  است نتیجه می‌گیریم:

$$\Delta OAB \sim \Delta OCD \Rightarrow \frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta OCD}} = \left(\frac{AB}{DC}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\frac{S_{\Delta OAB}}{S_{\Delta OCD} - S_{\Delta OAB}} = \frac{9}{25 - 9} \Rightarrow \frac{S_{\Delta OAB}}{S_{ABCD}} = \frac{9}{16}$$

در این تساوی، تفضیل در مخرج انجام می‌دهیم:

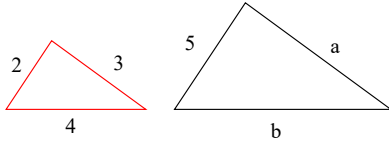
۲۸ - گزینه ۲ دو مثلث  $CMN$  و  $ABC$  به حالت دو زاویه‌ی برابر متشابه‌اند:

$$\frac{MN}{AB} = \frac{CN}{AC} = \frac{CM}{BC} \xrightarrow{CM = \frac{AC}{2} = \frac{b}{2}} \frac{MN}{c} = \frac{\frac{b}{2}}{a} \Rightarrow MN = \frac{bc}{2a}$$



۲۹ - گزینه ۲ برای اینکه  $a + b$  حداکثر شود، ۵ را متناظر با ضلع ۲ می‌گیریم. پس داریم:

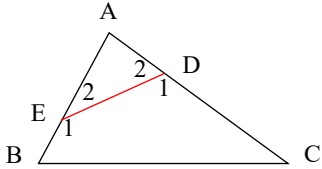
$$k = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{2}, \quad b = \frac{5}{2} \times 4 = \frac{20}{2}$$



و بنابراین:

$$a + b = \frac{35}{2} = 17,5$$

۳۰ - گزینه ۳ از اینکه زوایای مقابل چهارضلعی مکمل‌اند، نتیجه می‌گیریم دو مثلث متشابه‌اند. ببینید:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{D}_1 + \hat{B} = 180^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_r = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}_r$$

می‌دانیم

به صورت مشابه نتیجه می‌شود که  $\hat{C} = \hat{E}_r$  پس دو مثلث متشابه‌اند.

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow k = \frac{DE}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = k^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{S_{BCDE}}{S_{ABC}} = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{S_{BCDE}}{S_{ADE}} = \frac{16}{9}$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۲	۱۱ - ۲	۱۶ - ۲	۲۱ - ۱	۲۶ - ۳
۲ - ۱	۷ - ۲	۱۲ - ۲	۱۷ - ۴	۲۲ - ۱	۲۷ - ۲
۳ - ۳	۸ - ۲	۱۳ - ۳	۱۸ - ۲	۲۳ - ۲	۲۸ - ۲
۴ - ۴	۹ - ۳	۱۴ - ۲	۱۹ - ۲	۲۴ - ۴	۲۹ - ۲
۵ - ۲	۱۰ - ۱	۱۵ - ۳	۲۰ - ۴	۲۵ - ۲	۳۰ - ۳