



علی هاشمی

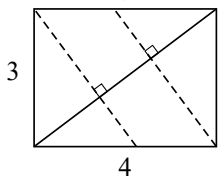
نمونه سوال: قضیه تالس

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

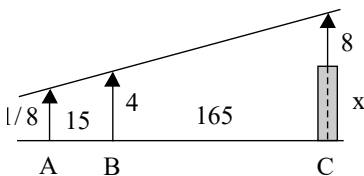
۱- در مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائم ۶ و ۸ واحد، فاصله نقطه تلاقی میانها از بزرگ‌ترین ضلع این مثلث کدام است؟

۲- در مستطیلی به طول اضلاع ۳ و ۴ واحد، از هر دو رأس متقابل، عمودی بر قطر دیگر این مستطیل رسم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع حاصل، کدام است؟



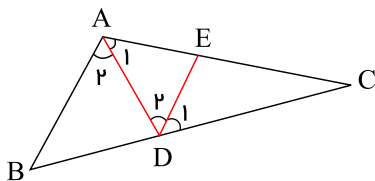
۳- در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۶ و ۹ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه‌ی  $M$  متقاطع‌اند. فاصله‌ی  $M$  از قاعده‌ی بزرگ‌تر، چه قدر است؟

۴- در شکل مقابل دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱٫۸ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است. بلندی برج چند متر است؟

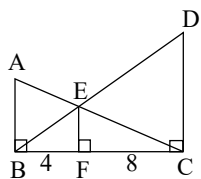




۵- در شکل مقابل  $5AB = 3AC = 60$  و  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است.  $DE \parallel AB$ ، اندازه  $EC$  کدام است؟

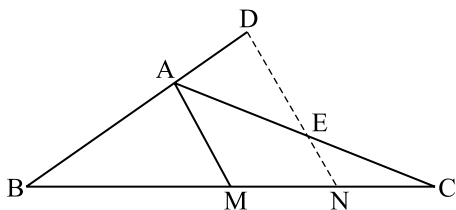


۶- در شکل زیر نسبت  $CD$  به  $AB$  کدام است؟



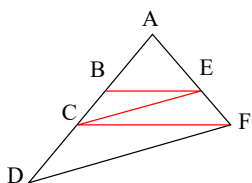
۷- در ذوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون ذوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

۸- در مثلث  $ABC$  ( $AB = \frac{2}{3}AC$ )، پاره‌خط  $ND$  موازی میانه  $AM$  است. نسبت  $\frac{AD}{AE}$  کدام است؟

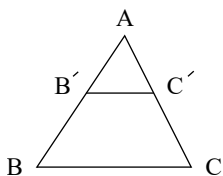




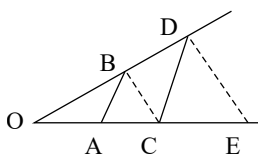
۹- در شکل مقابل  $BE \parallel CF$  و  $CE \parallel DF$  است. اگر  $AB = 5$  و  $BC = 3$ ، آنگاه اندازه‌ی  $CD$  کدام است؟



۱۰- در مثلث  $ABC$  به اضلاع  $AB = 6$  و  $AC = 4$  و  $BC = 4$  نقاط  $D$  و  $E$  و  $F$  را به ترتیب بر  $AB$  و  $BC$  و  $AC$  انتخاب کرده‌ایم. اگر چهارضلعی  $ADEF$  لوزی باشد، طول  $AD$  کدام است؟



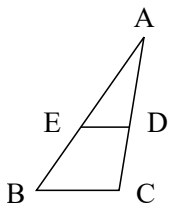
۱۱- در شکل زیر  $BC \parallel B'C'$  و  $AB = 10\text{cm}$  و  $AB' = 3\text{cm}$ ،  $AC'$  چند برابر  $CC'$  است؟



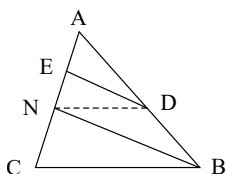
۱۲- در شکل زیر  $AB \parallel CD$  و  $BC \parallel DE$  و  $OA = 4$  و  $AC = 6$  است. اندازه‌ی  $CE$  کدام است؟



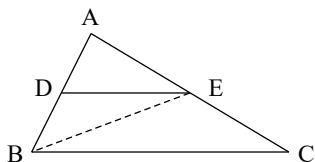
۱۳- در شکل مقابل  $\angle B = \angle E$  و  $AE = 8$  و  $ED = 6$  و  $BC = 9$  است. طول  $BE$  کدام است؟



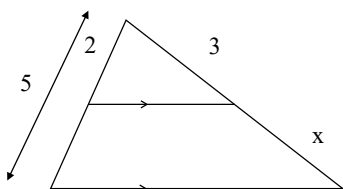
۱۴- در شکل مقابل  $DE \parallel BN$  و  $DN \parallel BC$  و  $AE = 4$  و  $EN = 6$ ، اندازه  $AC$  کدام است؟

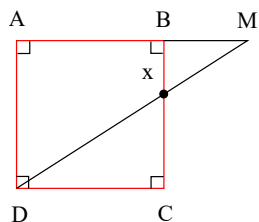


۱۵- در مثلث  $ABC$ ، پاره خط  $DE$  موازی ضلع  $BC$  و  $AD = \frac{4}{5}BD$  است. مساحت مثلث  $EBC$  چند برابر مساحت مثلث  $EBD$  است؟

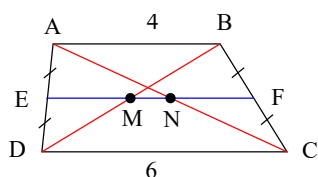


۱۶- با توجه به شکل مقابل  $x$  کدام است؟



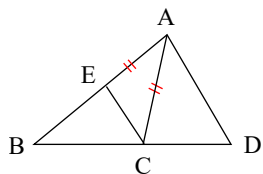


۱۷- در مربعی به ضلع ۲ واحد، یکی از اضلاع را به اندازه‌ی  $BM = 1$  امتداد داده‌ایم،  $x$  برابر است با:

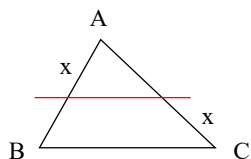


۱۸- در ذوزنقه‌ی  $ABCD$  خطی موازی دو قاعده از وسط دو ساق گذشته است. اندازه‌ی  $MN$  برابر است با:

۱۹- در شکل مقابل  $CE \parallel AD$ ,  $AE = AC$  است. اگر  $AB = 11$ ,  $AC = 5$  و  $BC = 9$  باشد، اندازه‌ی  $DC$  کدام است؟

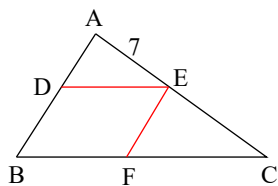


۲۰- در شکل مقابل، پاره خطی موازی  $BC$  رسم شده است و  $AB = \frac{2}{5}AC$  است. اندازه‌ی  $x$  چند برابر  $AB$  است؟

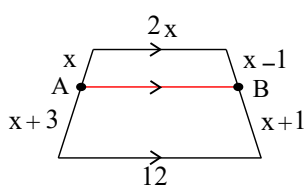
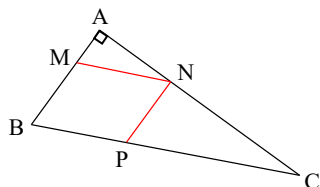




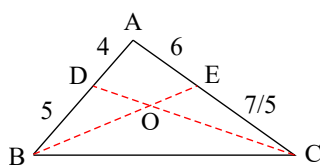
۲۱- در شکل روبه‌رو چهارضلعی  $BDEF$  متوازی‌الاضلاع است. اگر نسبت مساحت  $\triangle EFC$  به مساحت  $BDEF$  برابر  $\frac{2}{5}$  و  $AE = 7$  باشد، اختلاف اندازه‌های دو پاره‌خط  $AE$  و  $EC$  چقدر است؟



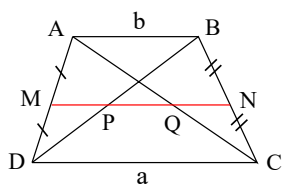
۲۲- در مثلث  $ABC$ ، اگر  $AB = \frac{1}{2}BC$  و چهارضلعی  $MNPB$  لوزی باشد، ضلع  $BC$  چند برابر طول ضلع لوزی است؟



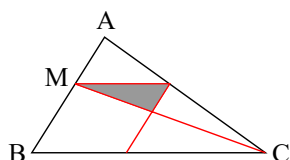
۲۳- در ذوزنقه‌ی روبه‌رو، طول پاره‌خط  $AB$  کدام است؟



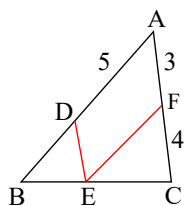
۲۴- در شکل مقابل، نسبت مساحت مثلث  $OBD$  به مساحت مثلث  $OCE$  کدام است؟



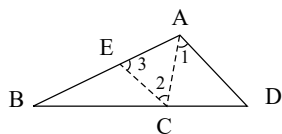
۲۵- در ذورنقه‌ی مقابل، نسبت  $\frac{MN}{PQ}$  چقدر است؟



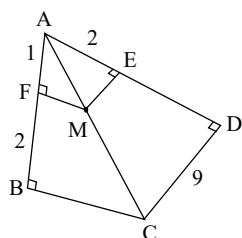
۲۶- در شکل زیر  $\frac{MA}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مثلث سایه زده چند درصد مساحت متوازی‌الاضلاع است؟



۲۷- در شکل مقابل  $EF \parallel AB$ ،  $DE \parallel AC$ ، اندازه‌ی  $BD$  کدام است؟

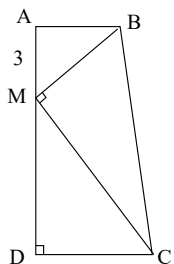


۲۸- در شکل مقابل سه زاویه‌ی ۱، ۲ و ۳ برابرند. اگر  $AC = 6$ ،  $AB = 15$ ، نسبت  $\frac{DB}{DC}$  برابر کدام است؟



۲۹- باتوجه به شکل و اندازه‌های داده شده، طول  $ME$  کدام است؟

۳۰- در دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی  $ABCD$ ، کوچک‌ترین قاعده ۴، بزرگ‌ترین ساق ۱۳ و نقطه‌ی  $M$  روی  $AD$  طوری قرار گرفته که  $AM = 3$  و



$\hat{BMC} = 90^\circ$  است. طول قاعده‌ی دیگر دوزنقه کدام است؟





## پاسخنامه تشریحی

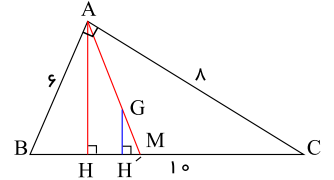
۱ - گزینه ۲ طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 \rightarrow BC = 10$$

حال اگر  $G$  مرکز ثقل مثلث باشد و از  $G$  عمود  $GH'$  را بر  $BC$  وارد کنیم، آنگاه داریم:

$$\left. \begin{aligned} S_{ABC} &= \frac{6 \times 8}{2} \\ S_{ABC} &= \frac{AH \times 10}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AH = \frac{6 \times 8}{10} = 4,8$$

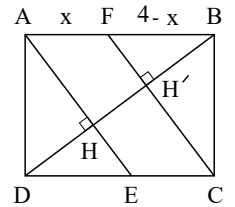
$$\frac{GM}{AM} = \frac{GH'}{AH} = \frac{1}{3} \Rightarrow GH' = \frac{1}{3}AH = \frac{1}{3} \times 4,8 = 1,6$$



۲ - گزینه ۱ مطابق شکل داریم:

$$\triangle ABD : AB^2 + AD^2 = BD^2 \rightarrow 4^2 + 3^2 = BD^2 \rightarrow BD = 5$$

$$\triangle ABD : AD^2 = DH \times BD \rightarrow 9 = DH \times 5 \rightarrow \begin{cases} DH = \frac{9}{5} \\ BH' = \frac{9}{5} \end{cases}$$



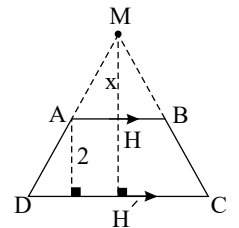
$$\rightarrow HH' = BD - DH - BH' = 5 - \frac{9}{5} - \frac{9}{5} = \frac{7}{5}$$

$$\triangle ABH : FH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BF}{AB} = \frac{BH'}{BH} \rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{\frac{9}{5}}{\frac{9}{5}} = \frac{9}{16} \rightarrow 16 - 4x = 9 \rightarrow x = \frac{7}{4}$$

$$S_{AFCE} = AD \times AF = 3 \times x = 3 \times \frac{7}{4} = \frac{21}{4} = 5,25$$

۳ - گزینه ۲ در مثلث  $MCD$  با توجه به این مطلب که  $AB$  و  $CD$  موازی هستند، طبق قضیه تالس داریم:

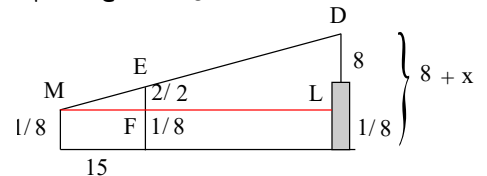
$$\frac{AB}{CD} = \frac{MH}{MH'} \rightarrow \frac{6}{9} = \frac{x}{x+2} \rightarrow 9x = 6x + 12 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$$



بنابراین فاصله  $M$  از قاعده  $AB$  بزرگتر برابر  $6 = 4 + 2$  است.

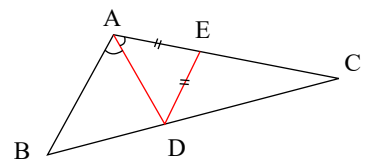
۴ - گزینه ۲ از نقطه  $M$  موازی خطی موازی سطح افق رسم کرده، با توجه به شکل و قضیه تالس داریم:

$$EF \parallel DL \Rightarrow \frac{EF}{DL} = \frac{MF}{ML} \Rightarrow \frac{2,2}{8+x-1,8} = \frac{15}{18} = \frac{1}{12} \Rightarrow x = 20,2$$



۵ - گزینه ۲ بنابر قضیه خطوط موازی و مورب نتیجه می گیریم  $\hat{D}_1 = \hat{A}_1$  چون  $AD$  نیمساز است پس  $\hat{D}_2 = \hat{A}_2$  بنابراین  $DE = AE$  داریم:

$$5AB = 3AC = 60 \Rightarrow \begin{cases} AC = 20 \\ AB = 12 \end{cases}$$



قضیه تالس

$$DE \parallel AB \rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{EC}{AC}$$



$$\frac{DE}{12} = \frac{EC}{20} \xrightarrow{DE=AE} \frac{AE}{12} = \frac{EC}{20}$$

ترکیب در صورت

$$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{12}{20} \longrightarrow \frac{AC}{EC} = \frac{32}{20} \Rightarrow \frac{20}{EC} = \frac{32}{20} \Rightarrow EC = 12,5$$

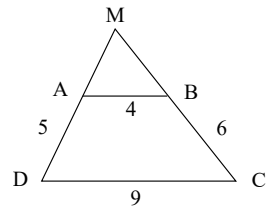
۶ - گزینه ۴  $AB$ ,  $EF$  و  $DC$ , هر سه بر  $BC$  عمودند پس با هم موازیند. حال:

$$\triangle ABC : EF \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{FC}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{8}{12} \quad (1)$$

$$\triangle BCD : EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{DC} \Rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{4}{12} \quad (2)$$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{DC}{AB} = 2 \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2} \text{ : داریم (۲) و (۱) از تقسیم طرفین رابطه}$$

۷ - گزینه ۴ بنا بر فرض تست شکل زیر را خواهیم داشت.



$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC} = \frac{MB}{MC} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{MA}{MD} = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{MA}{5} = \frac{4}{9} \Rightarrow MA = 4$$

$$\frac{MB}{MC} = \frac{4}{9} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{MB}{6} = \frac{4}{9} \Rightarrow MB = \frac{24}{9} = 4,8$$

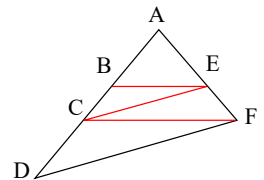
$$\triangle MAB \text{ محیط} = MA + MB + AB = 4 + 4 + 4,8 = 12,8$$

۸ - گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} AM \parallel DN \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MN} \\ AM \parallel EN \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} \end{array} \right\} \xrightarrow{BM=MC} \frac{AB}{AD} \times \frac{AE}{AC} = \frac{BM}{MN} \times \frac{MN}{MC} = 1 \Rightarrow AB \times AE = AD \times AC \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}} \frac{AD}{AE} = \frac{2}{3}$$

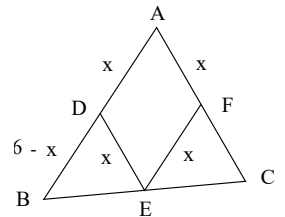
۹ - گزینه ۲ اگر  $CD$  را برابر  $x$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} BE \parallel CF \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow AC^2 = AB \times AD \Rightarrow 8^2 = 5AD \Rightarrow AD = \frac{64}{5} \\ CE \parallel DF \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AD} \end{array} \right. \Rightarrow CD = AD - AC = \frac{64}{5} - 8 = \frac{24}{5} = 4,8$$



۱۰ - گزینه ۴ با فرض اینکه طول ضلع لوزی  $x$  باشد:  $AD = x$  و در لوزی  $ADFE$  اضلاع  $ED \parallel AF$  پس داریم:

$$ED \parallel AC \Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{ED}{AC} = \frac{6-x}{6} = \frac{x}{4} = 24 - 4x = 6x \Rightarrow x = AD = \frac{12}{5}$$



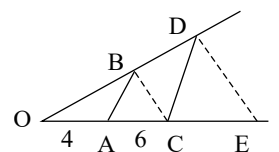
۱۱ - گزینه ۳

$$BC' \parallel BC \Rightarrow \frac{AB'}{BB'} = \frac{AC'}{CC'} \Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{AC'}{CC'} \Rightarrow AC' = \frac{3}{y} CC'$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} \\ BC \parallel DE \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{OC}{OE} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OC}{OE} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{10}{OE} \Rightarrow OE = 25$$

$$CE = 25 - OC = 25 - 10 = 15$$

۱۲ - گزینه ۲



۱۳ - گزینه ۱

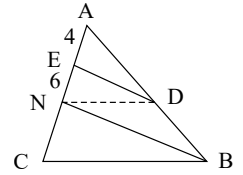
$$\angle B = \angle E \Rightarrow ED \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{ED}{BC} \Rightarrow \frac{8}{AB} = \frac{6}{9} \Rightarrow AB = 12 \Rightarrow EB = AB - AE = 4$$



۱۴ - گزینه ۴

$$ED \parallel NB \Rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AD}{AB} \quad (1)$$

$$ND \parallel BC \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad (2)$$



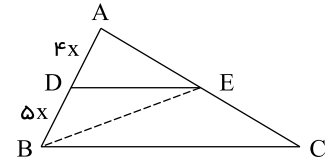
از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم  $\frac{AE}{AN} = \frac{AN}{AC}$ ، پس:

$$\frac{۴}{۱۰} = \frac{۱۰}{AC} \Rightarrow AC = ۲۵$$

۱۵ - گزینه ۲ می‌دانیم در دو مثلث با ارتفاع‌های یکسان نسبت مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌هاست. مطابق شکل داریم:

$$\frac{S_{EBC}}{S_{AEB}} = \frac{EC}{AE} = \frac{BD}{AD} = \frac{۵}{۴}$$

$$\frac{S_{EBD}}{S_{AEB}} = \frac{BD}{AB} = \frac{۵}{۹}$$



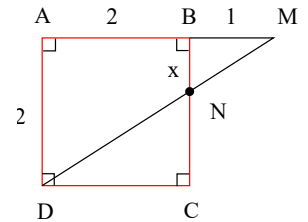
دو رابطه فوق را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\frac{S_{EBC}}{S_{AEB}}}{\frac{S_{EBD}}{S_{AEB}}} = \frac{۵}{۹} \Rightarrow \frac{S_{EBC}}{S_{EBD}} = \frac{۹}{۴} = ۲,۲۵$$

$$\frac{۲}{۵} = \frac{۳}{۳+x} \Rightarrow ۶ + ۲x = ۱۵ \Rightarrow x = \frac{۹}{۲}$$

۱۶ - گزینه ۳ با توجه به موازی بودن اضلاع، از قضیه تالس داریم:

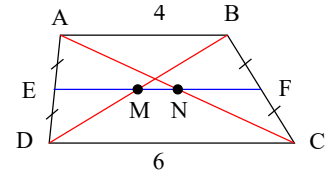
۱۷ - گزینه ۱ طبق نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس در مثلث AMD:



$$\frac{MB}{AM} = \frac{BN}{AD} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

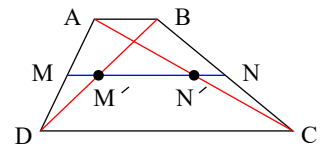
۱۸ - گزینه ۱ قضیه‌ی تالس را یک‌بار در مثلث ABC و یک‌بار در مثلث BDC می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \triangle ABC: \frac{NF}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow NF = \frac{AB}{2} = 2 \\ \triangle BDC: \frac{MF}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{DC}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow MN = MF - NF = 3 - 2 = 1$$



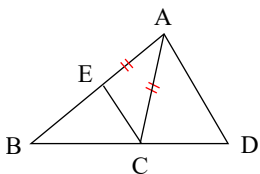
روش دوم: نکته: بطور کلی اگر وسط‌های ۲ ساق دوزنقه را به هم وصل کنیم، خط میانگین دوزنقه به دست می‌آید و داریم:

$$\begin{cases} MN = \frac{AB + DC}{2} \\ M'N' = \frac{|AB - DC|}{2} \end{cases}$$



بنابراین:  $MN = \frac{۶ - ۴}{۲} = ۱$

۱۹ - گزینه ۳ باتوجه به شکل داریم:



$CE \parallel AD, AE = ۵, BE = ۱۱ - ۵ = ۶$

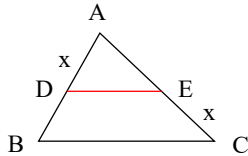
$$\frac{CD}{AE} = \frac{BC}{BE} \Rightarrow \frac{CD}{۵} = \frac{۹}{۶}$$

بنابر قضیه تالس می‌توان نوشت:

پس:  $CD = ۷,۵$



۲۰ - گزینه ۴



پاره خط  $DE$  موازی ضلع  $BC$  است و  $AC = \frac{5}{2}AB$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{x}{AB} = \frac{\frac{5}{2}AB - x}{\frac{5}{2}AB}$$

پس از خلاصه کردن خواهیم داشت  $x = \frac{5}{7}AB$  در نتیجه  $\frac{5}{2}x = \frac{5}{2}AB - x$  است.

۲۱ - گزینه ۴ با توجه به داده‌های سوال خواهیم داشت ( $h$  ارتفاع وارد بر قاعده‌ی متوازی‌الاضلاع (قاعدگی  $BF$ ) است):

$$\frac{S_{\triangle EFC}}{S_{BDEF}} = \frac{\frac{1}{2}FC \cdot h}{BF \cdot h} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{BF}{FC} = \frac{5}{4}$$

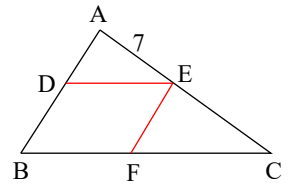
ترکیب صورت در مخرج ۵

$$\frac{BF}{BF + FC} = \frac{5}{5 + 4} \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{5}{9} \quad (*)$$

اما چون  $BDEF$  متوازی‌الاضلاع است، پس  $BE = BF$ ، حال بنابر نتیجه‌ی قضیه‌ی تالس، می‌توانیم برابر (\*) را به صورت زیر بنویسیم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC} \Rightarrow \frac{5}{9} = \frac{7}{7 + EC} \Rightarrow 35 + 5EC = 63 \Rightarrow 5EC = 28$$

$$\Rightarrow EC = \frac{28}{5} = 5,6 \Rightarrow AE - EC = 7 - 5,6 = 1,4$$



راه حل دوم: چون  $AB \parallel EF$  است، بنابر قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{BF}{FC} = \frac{AE}{CE} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{7}{CE} \Rightarrow CE = \frac{28}{5} = 5,6$$

$$AE - CE = 7 - 5,6 = 1,4$$

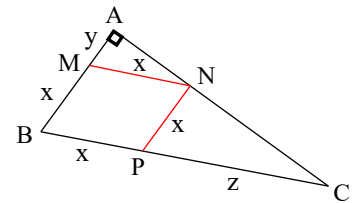
۲۲ - گزینه ۲ اگر طول ضلع لوزی  $x$  باشد:

$$x + y = \frac{1}{2}(x + z) \Rightarrow x + z = 2(x + y) \quad (I)$$

$$NP \parallel AB \Rightarrow \frac{z}{x + z} = \frac{x}{x + y}$$

$$\xrightarrow{(I)} \frac{z}{2(x + y)} = \frac{x}{x + y} \Rightarrow z = 2x$$

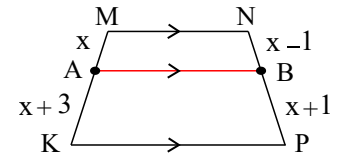
$$\text{بنابراین: } \frac{BC}{x} = \frac{x + z}{x} = \frac{x + 2x}{x} = \frac{3x}{x} = 3$$



۲۳ - گزینه ۴ در دوزنقه‌ی  $MNPK$ ، چون پاره‌خط  $AB$  با قاعده‌های دوزنقه موازی است، پس طبق قضیه‌ی تالس نتیجه می‌شود که:

$$\frac{MA}{AK} = \frac{NB}{BP} \Rightarrow \frac{x}{x + 3} = \frac{x - 1}{x + 1}$$

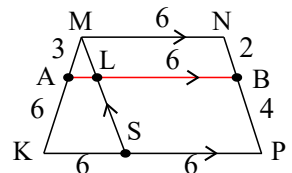
$$\Rightarrow x^2 + x = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow x = 3$$



پس شکل به صورت زیر خواهد شد که با رسم خطی از رأس  $M$  موازی ساق  $NP$  خواهیم داشت:

$$\triangle MKS: AL \parallel KS \Rightarrow \frac{AL}{KS} = \frac{MA}{MK} \Rightarrow \frac{AL}{6} = \frac{3}{9}$$

$$\Rightarrow AL = 2 \Rightarrow AB = AL + LB = 2 + 6 = 8$$



۲۴ - گزینه ۴

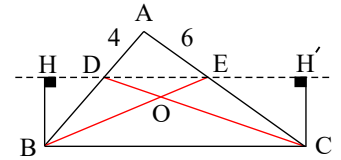
چون  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} = \frac{4}{5}$ ، پس طبق عکس قضیه‌ی تالس،  $DE \parallel BC$ . از  $B$  و  $C$  به ترتیب عمودهای  $BH$  و  $CH'$  را بر امتدادهای  $DE$  وارد می‌کنیم، از آنجا که  $DE \parallel BC$ ، پس  $BH = CH'$ ، بنابراین داریم:



$$\frac{S(\triangle BDE)}{S(\triangle CDE)} = \frac{\frac{1}{2}BH \times DE}{\frac{1}{2}CH' \times DE} = 1 \Rightarrow S(\triangle BDE) = S(\triangle CDE)$$

$$\Rightarrow S(\triangle BDE) - S(\triangle ODE) = S(\triangle CDE) - S(\triangle ODE)$$

$$\Rightarrow S(\triangle OBD) = S(\triangle OCE) \Rightarrow \frac{S(\triangle OBD)}{S(\triangle OCE)} = 1$$



۲۵ - گزینه ۳ با توجه به قضیه تالس در مثلث‌های ABD و BDC داریم:

$$\left. \begin{aligned} \frac{MP}{AB} = \frac{MD}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MP = \frac{AB}{2} \\ \frac{PN}{DC} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow PN = \frac{DC}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow MN = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{MQ}{DC} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MQ = \frac{DC}{2} \Rightarrow PQ = MQ - MP = \frac{a-b}{2}$$

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{a+b}{a-b}$$

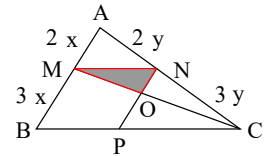
همچنین داریم:

بنابراین داریم:

۲۶ - گزینه ۱ مساحت مثلث و متوازی الاضلاع را بر حسب سینوس زاویه N بدست می‌آوریم. بنابر فرض چهارضلعی MNPB متوازی الاضلاع است پس  $NP = 3x$  در ضمن طبق قضیه تالس داریم:

$$ON \parallel AM \Rightarrow \frac{ON}{AM} = \frac{CN}{AC} \Rightarrow \frac{ON}{2x} = \frac{3y}{5y} \Rightarrow ON = \frac{6}{5}x$$

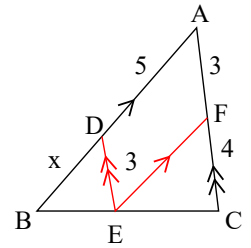
$$\frac{S_{MNO}}{S_{MNPB}} = \frac{\frac{1}{2}MN \times NO \sin N}{MN \times NP \sin N} = \frac{ON}{2NP} = \frac{\frac{6}{5}x}{2(3x)} = \frac{1}{5} = 20\%$$



۲۷ - گزینه ۱ چهارضلعی ADEF متوازی الاضلاع است پس  $AD = EF = 5$  و  $DE = AF = 3$

$$DE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{3}{3+4} = \frac{x}{x+5}$$

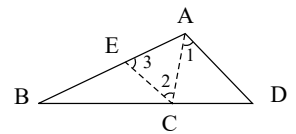
$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$



۲۸ - گزینه ۳ از قضیه تالس به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

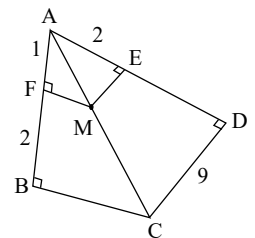
$$\hat{1} = \hat{2} \Rightarrow AE = AC = 6$$

$$\hat{1} = \hat{2} \Rightarrow E \parallel AD \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AE} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$$



۲۹ - گزینه ۲ طبق قضیه تالس در  $\triangle ABC$  و  $\triangle ACD$  داریم:

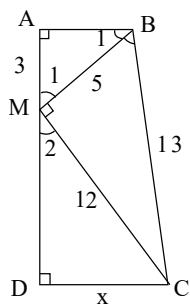
$$\left\{ \begin{aligned} \triangle ABC: FM \parallel BC \Rightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{AM}{MC} = \frac{1}{2} \\ \triangle ACD: ME \parallel CD \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{AM}{MC} = \frac{2}{1} \end{aligned} \right. \xrightarrow{\frac{AM}{MC} = \frac{AM}{MC}} \frac{1}{2} = \frac{2}{ED} \Rightarrow ED = 4$$



مجدداً با استفاده از قضیه تالس در  $\triangle ACD$  داریم:

$$ME \parallel CD \Rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{ME}{CD} \xrightarrow{ED=4} \frac{2}{2+4} = \frac{ME}{9} \Rightarrow ME = \frac{18}{6} = 3$$

۳۰ - گزینه ۳ نکته: در هر مثلث قائم‌الزاویه، مجذور وتر برابر مجموع مجذورات اضلاع قائمه است.



$$\triangle ABM : MB = \sqrt{AM^2 + AB^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$\triangle BMC : MC = \sqrt{BC^2 - MB^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$$

$$13 \begin{cases} \hat{M}_1 + \hat{M}_r = 90^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{M}_1 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}_r \Rightarrow \sin \hat{B}_1 = \sin \hat{M}_r \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{12} \Rightarrow x = \frac{36}{5} = 7.2$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۶ - ۴	۱۱ - ۳	۱۶ - ۳	۲۱ - ۴	۲۶ - ۱
۲ - ۱	۷ - ۴	۱۲ - ۲	۱۷ - ۱	۲۲ - ۲	۲۷ - ۱
۳ - ۲	۸ - ۳	۱۳ - ۱	۱۸ - ۱	۲۳ - ۴	۲۸ - ۳
۴ - ۲	۹ - ۲	۱۴ - ۴	۱۹ - ۳	۲۴ - ۴	۲۹ - ۲
۵ - ۲	۱۰ - ۴	۱۵ - ۲	۲۰ - ۴	۲۵ - ۳	۳۰ - ۳