



علی هاشمی

نمونه سوال: ترسیم های هندسی

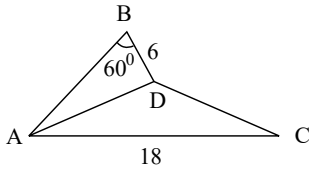
سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- چه تعداد از موارد زیر نادرست است؟

- (الف) هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.
 (ب) هر نقطه که از دو سر یک پاره خط به فاصله یکسان باشد، بر روی عمودمنصف آن پاره خط قرار دارد.
 (پ) مثلثی وجود دارد که طول ضلع های آن ۳، ۴ و ۸ است.

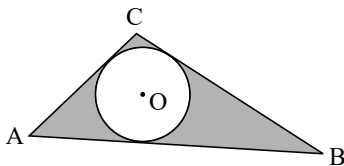
۲- در شکل مقابل، AD نیمساز زاویه A است. مساحت مثلث ACD کدام است؟



۳- مربعی به ضلع ۴ مفروض است. اگر A ناحیه ای درون مربع باشد که هر نقطه درون آن ناحیه، فاصله اش از تمام رأس های مربع بیشتر از یک باشد، بیشترین مساحت ناحیه A کدام است؟

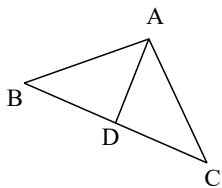
۴- از نقطه O محل تلاقی سه نیمساز داخلی مثلث ABC ، عمودی به طول ۲ بر ضلع AB رسم می کنیم. اگر محیط مثلث ۲۴ باشد، مساحت قسمت

هاشورخورده کدام است؟ ($\pi \simeq 3$)

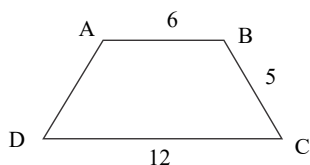




۵- در شکل زیر AD نیم‌ساز زاویه A است. نسبت $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}}$ کدام است؟



۶- در ذوزنقه متساوی‌الساقین زیر، نیمسازهای داخلی دو زاویه B و C هم‌دیگر را در نقطه O قطع می‌کنند. فاصله O از ضلع BC کدام است؟



۷- اگر در یک مثلث، مجموع دو زاویه برابر با زاویه سوم باشد، آنگاه محل تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث کجا قرار دارد؟

۸- اگر طول پاره‌خط MN برابر ۷ واحد باشد، آنگاه چند نقطه در صفحه یافت می‌شود که از M به فاصله ۵ واحد و از N به فاصله ۴ واحد باشد؟

۹- چند نقطه روی یک دایره وجود دارد که از دو خط متقاطع d_1 و d_2 به یک فاصله باشد؟

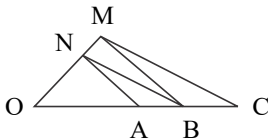


۱۰ - داخل مثلث ABC دایره‌ای رسم می‌کنیم که بر هر سه ضلع آن مماس باشد. اگر O مرکز این دایره باشد، کدام گزینه درست است؟

۱۱ - همواره چند نقطه در صفحه می‌تواند وجود داشته باشد به طوری که فاصله آن‌ها از نقاط متمایز A, B, C و D در همان صفحه به یک اندازه باشد؟

۱۲ - به مرکز O کمان دلخواهی رسم می‌کنیم تا دو ضلع زاویه xOy را در نقاط A و B قطع کند. حال به مراکز A و B کمان‌هایی به طول شعاع $\frac{3}{4}AB$ رسم می‌کنیم تا این دو کمان همدیگر را در نقطه C درون زاویه قطع کنند. در این صورت کدام گزینه لزوماً درست نیست؟

۱۳ - در شکل زیر، $NA \parallel MB$ و $NB \parallel MC$ می‌باشد. اگر $OA = 2x - 8$ و $OB = x$ و $OC = x + 3$ باشد، اندازه پاره خط AB چقدر است؟



۱۴ - اگر $\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b}$ ، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟



۱۵ - دو نقطه A و B به فاصله ۶ از یکدیگر قرار دارند. از A و B کمان‌هایی به شعاع x رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط P و Q قطع کنند. خطی که از P و Q می‌گذرد، عمودمنصف AB است. مقدار x کدام می‌تواند باشد؟

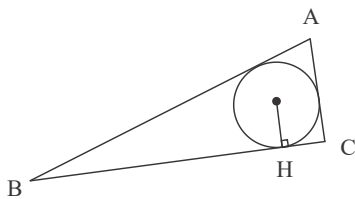
۱۶ - فاصله دو نقطه A و B از یکدیگر برابر ۵ است. به مرکز A و به شعاع ۴ یک کمان رسم می‌کنیم و سپس به مرکز B به شعاع ۳ کمانی دیگر رسم می‌کنیم. اگر دو کمان یکدیگر را در نقاط M و N قطع کنند، محیط چهارضلعی $AMBN$ چقدر است؟

۱۷ - فاصله نقطه A از خط d ، برابر ۱ سانتی‌متر است. چند نقطه روی خط d وجود دارد که فاصله‌اش از نقطه A ، برابر ۲ سانتی‌متر باشد؟

۱۸ - کدام یک از حکم‌های کلی زیر، درست است؟

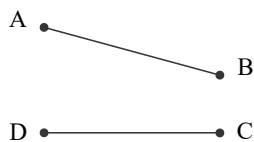


۱۹- در شکل روبه‌رو، دایره به مرکز O و شعاع OH بر هر سه ضلع مثلث ABC مماس است. نقطه O محل تقاطع در مثلث ABC است.



۲۰- محل برخورد قطرهای یک مربع، مرکز دایره‌ای به شعاع ۴ است. اگر طول قطر مربع ۸ واحد باشد، دایره و مربع در چند نقطه با یکدیگر برخورد دارند؟

۲۱- دو پاره‌خط AB و CD را مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. نقطه‌ای را که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشد و از دو نقطه C و D نیز به یک فاصله باشد، O می‌نامیم. اگر نقطه O روی عمود منصف BC باشد، کدام گزینه همواره صحیح است؟



۲۲- اگر فاصله دو خط موازی d و d' برابر ۶ باشد. در این صورت کدام گزینه نشانگر همهٔ نقاطی است که تفاضل فواصل آن نقاط از این دو خط برابر ۲ باشد؟

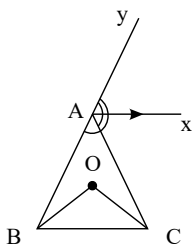


۲۳- پاره خط AB به طول L مفروض است. اگر با توجه به مقدار L ، فقط یک نقطه در صفحه وجود داشته باشد که از A به فاصله ۴ و از B به فاصله ۶ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای L کدام است؟

۲۴- نقطه A به فاصله ۴ سانتی متر از خط d قرار دارد. می خواهیم مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) را طوری رسم کنیم که مساحت آن ۱۲ سانتی متر مربع باشد و دو رأس آن روی خط d باشد، برای یافتن دو رأس مثلث، دایره‌ای به مرکز A و به چه شعاعی بزنیم؟

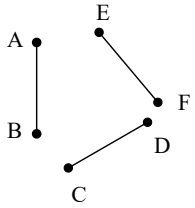
۲۵- مثلث دلخواه ABC را در نظر بگیرید. اگر O محل برخورد عمود منصف‌های اضلاع AB و BC باشد، به مرکز O و شعاع OA دایره‌ای می‌زنیم. این دایره کدام ویژگی را دارد؟

۲۶- شکل زیر Ax نیم‌ساز زاویه $C\hat{A}y$ و $Ax \parallel BC$ است. اگر BO و CO نیم‌ساز زوایای B و C باشند و $\hat{B} = 75^\circ$ اندازه $B\hat{O}C$ چند درجه است؟
(Ay در امتداد BA است.)





۲۷- در شکل زیر نقطه‌ای وجود دارد که فاصله آن از A و B یکسان، از C و D یکسان و از E و F نیز یکسان است. چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟ الف) محل برخورد عمودمنصف‌های AB و EF روی عمودمنصف CD قرار دارد.

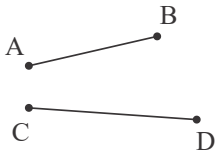


ب) محل برخورد عمود منصف‌های سه پاره خط AB و CD و EF از شش نقطه A, B, C, D, E, F به یک فاصله است.

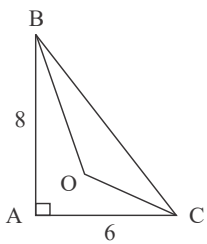
پ) از امتداد ۳ پاره خط AB و CD و EF مثلی به دست می‌آید که عمود منصف‌های آن مثلث همان عمودمنصف‌های سه پاره خط داده شده است.

۲۸- نقطه C از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است و روی AB قرار ندارد. آن گاه کدام گزینه می‌تواند نادرست باشد؟

۲۹- دو پاره خط AB و CD در شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید. چند نقطه مانند O روی صفحه وجود دارد که تساوی‌های $OA = OB$ و $OC = OD$ برقرار باشند؟



۳۰- در شکل روبه‌رو، مثلث ABC قائم‌الزاویه است. اگر نیمسازهای دو زاویه B و C یکدیگر را در نقطه O قطع کنند، فاصله O از وتر مثلث ABC چقدر است؟





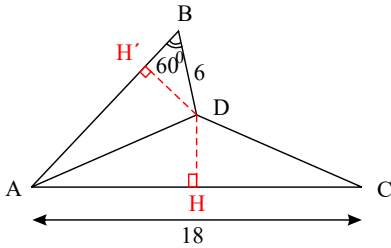


پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.
 نکته: هر نقطه روی عمودنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.
 نکته: در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع، از طول ضلع سوم بزرگتر است.
 با توجه به نکات بالا، موارد الف، و «ب» درست است، ولی مورد «پ» نادرست است؛ زیرا $۸ < ۳ + ۴$ ، پس مثلی با این طول ضلع‌ها وجود ندارد.

۲ - گزینه ۳

ارتفاع دو مثلث $\triangle ADB$ ، $\triangle ADC$ را رسم می‌نماییم.



با توجه به تصویر در مثلث $\triangle ADB$ داریم:

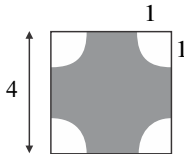
$$\sin 60^\circ = \frac{DH'}{DB} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{DH'}{6} \rightarrow DH' = 3\sqrt{3}$$

نقطه D روی نیمساز قرار دارد پس از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، یعنی:

$$DH' = DH = 3\sqrt{3}$$

$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} DH \times AC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 18 = 27\sqrt{3}$$

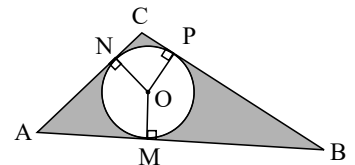
۳ - گزینه ۱ ابتدا یک مربع به طول ضلع ۴ واحد رسم می‌نماییم. از هر چهار رأس دایره‌ای به شعاع یک رسم می‌نماییم تا به صورت زیر تبدیل شود.
 با توجه به وجود چهار ربع دایره می‌توان مساحت یک دایره کامل را محاسبه نمود.
 مساحت بخش هاشورخورده برابر است با:



$$S = S_{\text{مربع}} - S_{\text{دایره}} = 16 - \pi(1)^2 = 16 - \pi$$

۴ - گزینه ۱ هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس داریم:

$$OM = ON = OP = 2$$



$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle OAB} + S_{\triangle OAC} + S_{\triangle OBC} = \frac{2 \times AB}{2} + \frac{2 \times AC}{2} + \frac{2 \times BC}{2} = \underbrace{(AB + AC + BC)}_{\text{محیط}} = 24$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = 3 \times 2^2 = 12$$

$$\text{مساحت هاشورخورده} = S_{\triangle ABC} - S_{\text{دایره}} = 24 - 12 = 12$$

۵ - گزینه ۳

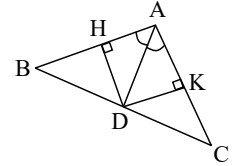
AD نیم‌ساز \hat{A} است بنابراین نقطه D از دو ضلع زاویه \hat{A} به یک فاصله است یعنی: $DH = DK$



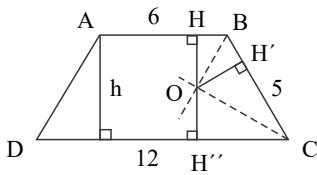
$$S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC \times DK, S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} AB \times DH$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times DK + \frac{1}{2} AB \times DH \stackrel{DH=DK}{=} \frac{DH(AC + AB)}{2}$$

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle ADC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} AC \times DK}{\frac{1}{2} DH (AC + AB)} = \frac{AC}{AC + AB}$$



۶ - گزینه ۱ ابتدا نیمسازهای دو زاویه B و C را رسم می‌نماییم، طبق خاصیت نیمسازها داریم:

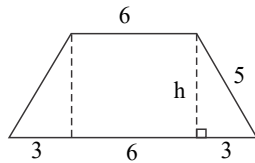


$$\left\{ \begin{array}{l} \text{روی نیمساز زاویه } B \text{ است. } O : OH = OH' \\ \text{روی نیمساز زاویه } C \text{ است. } O : OH' = OH'' \end{array} \right. \Rightarrow OH = OH' = OH''$$

ارتفاع دوزنقه برابر است با:

$$h = OH + OH'' \stackrel{OH=OH''}{=} 2OH \stackrel{OH=OH'}{=} 2OH'$$

با توجه به ابعاد داده شده، ارتفاع دوزنقه را می‌یابیم:



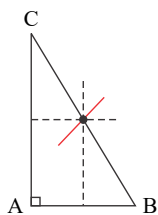
$$\Rightarrow h^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow h = 4$$

$$2OH' = 4 \Rightarrow OH' = 2$$

پس فاصله O از ضلع BC که همان OH' است، برابر ۲ می‌شود.

۷ - گزینه ۴ با توجه به اطلاعات سوال ابتدا وضعیت زوایا و نوع مثلث را بررسی نماییم:

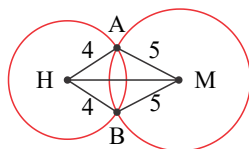
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{C} = \hat{A} \end{array} \right\} 2\hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$



پس یک مثلث قائم‌الزاویه داریم:

عمودمنصف‌های مثلث قائم‌الزاویه وسط وتر قرار می‌گیرند که همان بزرگ‌ترین ضلع مثلث می‌باشد.

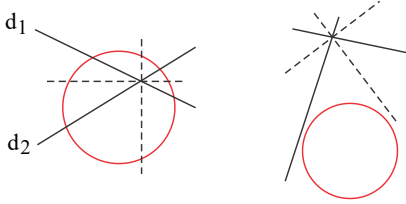
۸ - گزینه ۳ برای حل سوال باید از تعریف دایره استفاده کرد، پاره خط MN به طول ۷ واحد را رسم نماییم و دو دایره به مراکز M و N به شعاع ۵ و ۴ رسم می‌نماییم.



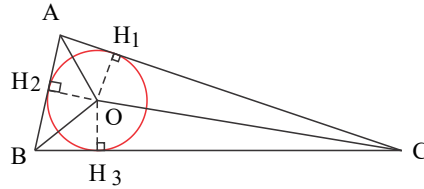
با توجه به ترسیم دو نقطه A و B این ویژگی را دارند.

۹ - گزینه ۳ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. حال اگر هر خط متقاطع با دایره برخورد داشته باشد چهار نیمسازهای چهار زاویه تشکیل شده، با دایره حداکثر در چهار نقطه تقاطع دارند.

باید توجه داشت که ممکن است دو خط با دایره متقاطع نباشند.



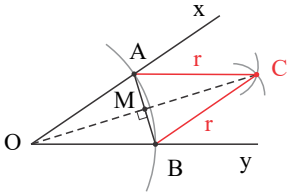
۱۰ - گزینه ۲ باید توجه داشت که مرکز دایره از سه ضلع مثلث به یک فاصله قرار دارد، پس باید روی نیمساز سه زاویه قرار داشته باشد.



$$OH_1 = OH_2 = OH_3 = r$$

۱۱ - گزینه ۴ این ویژگی عمود منصف می باشد، لذا نقاط حاصل از برخورد عمود منصف های AB ، CD ، BC یا AD خواهد بود. حال ممکن این چهار عمود منصف در یک نقطه هم رأس باشند و یا نباشند پس جواب نهایی سوال ممکن است صفر یا یک باشد.

۱۲ - گزینه ۲ با توجه به گزینه ها، در مثلث ABC الزاماً متساوی الاضلاع نمی باشد ولی سایر گزینه ها صحیح است.



۱۳ - گزینه ۲ در مثلث OMB پاره خط های NA و MB موازی هستند، طبق تالس پس داریم:

$$\frac{ON}{OM} = \frac{OA}{OB} \quad (I)$$

در مثلث OMC پاره خط های NB و MC موازی هستند، طبق تالس داریم:

$$\frac{ON}{OM} = \frac{OB}{OC} \quad (II)$$

طبق رابطه ی (I) و (II) داریم:

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OB}{OC} \rightarrow \frac{2x - 8}{x} = \frac{x}{x + 3} \rightarrow (2x - 8)(x + 3) = x^2 \rightarrow 2x^2 - 2x - 24 = x^2 \rightarrow$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0 \rightarrow (x - 6)(x + 4) = 0 = \begin{cases} x = -4 & \text{غیر قابل قبول} \\ x = 6 & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

بنابراین طول اضلاع به شکل زیر است:

$$\begin{cases} OA = 2x - 8 = 2(6) - 8 = 4 \\ OB = x = 6 \\ OC = x + 3 = 6 + 3 = 9 \end{cases}$$

با توجه به شکل داریم:

$$AB = OB - OA = 6 - 4 = 2$$

۱۴ - گزینه ۴ راه حل اول:

نکته (طرفین وسطین): اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، آنگاه: $ad = bc$

$$\frac{a}{10 + a} = \frac{b}{8 + b} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 8a + ab = 10b + ab \Rightarrow 8a = 10b \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

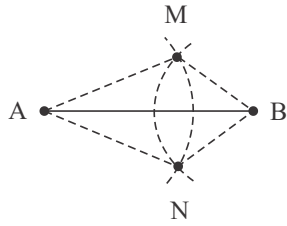
راه حل دوم:

نکته (تفضیل در مخرج): اگر $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، آنگاه: $\frac{a}{b-a} = \frac{c}{d-c}$

$$\frac{a}{10 + a} = \frac{b}{8 + b} \xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{a}{10 + a - a} = \frac{b}{8 + b - b} \Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{b}{8} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

۱۵ - گزینه ۴ نکته: برای رسم عمود منصف یک پاره خط، باید کمان هایی با شعاع بیشتر از نصف طول پاره خط، از دو سر پاره خط رسم کنیم.

با توجه به نکته بالا، باید x از ۳ بزرگتر باشد. با توجه به گزینه ها، گزینه ۴ پاسخ است.



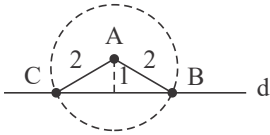
به مرکز A و به شعاع ۴ کمانی رسم می‌کنیم. به همین ترتیب به مرکز B و به شعاع ۳ کمان دیگری رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه نقاط M و N روی کمانی به مرکز A و شعاع ۴ قرار دارند، نتیجه می‌شود $AM = AN = 4$. به همین ترتیب چون نقاط M و N روی کمانی به مرکز B و شعاع ۳ قرار دارند، نتیجه می‌شود:

$$BM = BN = 3$$

بنابراین محیط چهارضلعی $AMBN$ برابر است با:

$$AM + AN + BM + BN = 14$$

۱۷ - گزینه ۲ مجموعه نقاطی که فاصله‌شان از نقطه A برابر ۲ سانتی‌متر است، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۲ سانتی‌متر است. با توجه به اینکه فاصله نقطه A از خط d برابر ۱ سانتی‌متر است، نتیجه می‌گیریم این دایره، خط d را در دو نقطه $(B$ و $C)$ قطع می‌کند. پس دو نقطه روی خط d وجود دارد که فاصله‌شان از نقطه A برابر ۲ سانتی‌متر است.



۱۸ - گزینه ۳ نکته: در مستطیل، قطرها با هم برابرند.

گزینه ۱: درست نیست؛ به عنوان مثال مربع ۵، یعنی ۲۵ عددی فرد است ولی خود ۵ زوج نیست.

گزینه ۲: درست نیست؛ به عنوان مثال به ازای $n = 41$ مقدار عبارت موردنظر عدد اول نیست:

$$41^2 + 41 + 41 = 41(41 + 1 + 1) = 41 \times 43$$

گزینه ۳: درست است. (به نکته مراجعه شود).

گزینه ۴: درست نیست؛ به عنوان مثال ۲ عددی اول است، ولی فرد نیست.

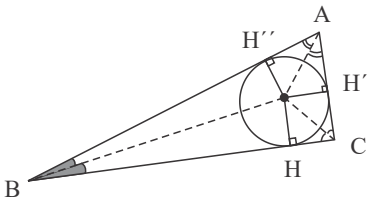
۱۹ - گزینه ۱

نکته: اگر فاصله نقطه‌ای از دو ضلع یک زاویه یکسان باشد، آن نقطه بر روی نیمساز زاویه قرار دارد.

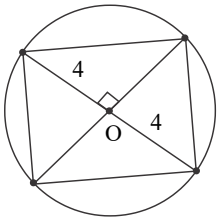
در شکل روبه‌رو $OH = OH' = OH''$ ، زیرا همگی برابر شعاع دایره هستند. حال از تساوی $OH' = OH$ نتیجه می‌شود نقطه O بر روی نیمساز زاویه C قرار دارد. به همین ترتیب از تساوی $OH' = OH''$ نتیجه می‌شود نقطه O بر روی نیمساز زاویه A نیز قرار دارد.

همچنین از تساوی $OH = OH''$ نتیجه می‌شود نقطه O بر روی نیمساز زاویه B قرار دارد.

بنابراین نقطه O محل تقاطع نیمسازهای مثلث ABC است.

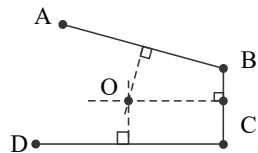


۲۰ - گزینه ۲ قطرهای مربع یکدیگر را نصف کرده و بر هم عمودند. بنابراین اگر دایره‌ای رسم کنیم به مرکز محل برخورد قطرهای مربع و شعاع نصف طول قطر از هر چهار رأس عبور می‌نماید.



۲۱ - گزینه ۳ نقاط A, B, C و D روی یک دایره قرار دارند.

نقاطی که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله‌اند، روی عمود منصف آن پاره‌خط واقع‌اند و بالعکس. لذا داریم:



$$OA = OB \quad (1)$$

$$OC = OD \quad (2)$$

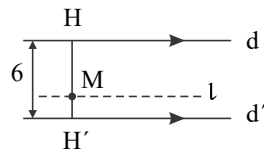
$$OB = OC \quad (3)$$

با توجه به روابط (۱)، (۲) و (۳) نتیجه می‌گیریم که:

$$OA = OB = OC = OD$$

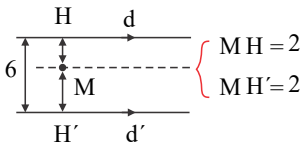
بنابراین نقاط A, B, C و D روی دایره‌ای به مرکز O واقع‌اند.

۲۲ - گزینه ۲ ابتدا دو خط موازی به فاصله ۶ واحد رسم می‌نماییم و نقطه‌ای مانند M بین دو خط در نظر می‌گیریم.



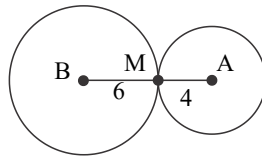
$$\begin{aligned} MH + MH' &= 6 \rightarrow MH = 4 \\ MH - MH' &= 2 \rightarrow MH' = 2 \end{aligned}$$

با توجه به محاسبه مجموعه نقاطی که ویژگی مورد نظر را دارند خطی موازی با d و d' است که از d واحد فاصله دارند. حال ممکن است این خط به خط d نزدیک تر و از d' دورتر باشد، یعنی:

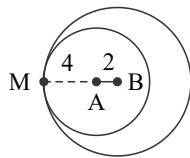


ضمناً توجه داشته باشید که اگر نقطه خارج دو خط باشد، یعنی تفاضل فاصله آن از دو خط همان فاصله دو خط می باشد.

۲۳ - گزینه ۲ با توجه به اینکه فقط یک نقطه (M) با ویژگی ذکر شده وجود دارد می توان دو حالت در نظر گرفت:



حالت اول: $L = BM + AM = 6 + 4 = 10$

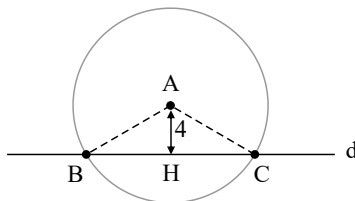


حالت دوم: $L = BM - AM = 4 - 2 = 2$

پس L دو مقدار مختلف می تواند داشته باشد و مجموع مقادیر $10 + 2 = 12$ می باشد.

۲۴ - گزینه ۲

ابتدا یک تصویر کلی با استفاده از اطلاعات سوال رسم می نمایم:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times BC = 12 \rightarrow 2BC = 12 \rightarrow \boxed{BC = 6} \rightarrow \boxed{BH = CH = 3}$$

در این مرحله برای محاسبه ضلع AB یا AC که همان شعاع دایره است، کفایت از قضیه فیثاغورث استفاده نمایم.

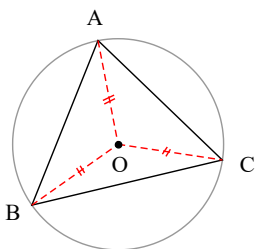
$$\triangle AHC : AC^2 = AH^2 + CH^2 \rightarrow AC^2 = 4^2 + 3^2 \rightarrow \boxed{AC = 5}$$

۲۵ - گزینه ۴ چون محل برخورد عمود منصفها یکتاست، بنابراین نقطه O محل برخورد هر سه عمود منصف است. همچنین اگر O روی عمود منصف AB باشد، $OA = OB$ است و نیز

روی عمود منصف BC است پس $OB = OC$ است و همینطور O روی عمود منصف AC است پس خواهد بود بنابراین $OA = OB = OC = r$ می باشد یعنی اگر دایره ای به مرکز O و شعاع r بزیم از سه رأس A و B و C عبور می کند که اصطلاحاً می گوئیم این دایره محیط بر مثلث است.

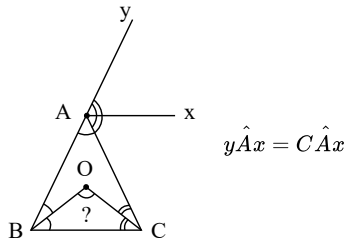
در ضمن اگر مثلث یک زاویه بیشتر از 90° درجه باشد، محل برخورد عمود منصفها خارج مثلث است و اگر یک زاویه 90° داشته باشد محل برخورد عمود منصفها روی وتر است و اگر هر سه زاویه مثلث حاده باشد، محل برخورد عمود منصفها داخل مثلث است.

بنابراین گزینه ۳، نیز غلط است و فقط گزینه ۴، صحیح می باشد.





با توجه به تصویر می توان گفت: Ax نیمساز زاویه $C\hat{A}y$ پس داریم:



از طرفی $C\hat{A}y$ زاویه خارجی مثلث $\triangle ABC$ می باشد و برابر مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور است.

$$\hat{B} + \hat{C} = C\hat{A}y = 2x\hat{A}C \quad (I)$$

از طرفی Ax و BC موازی و خط AC مورب است پس داریم:

$$\hat{C} = C\hat{A}x \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 2\hat{C} \rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 75^\circ$$

$$\triangle OBC : \hat{O} + \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \hat{\theta} = 180^\circ - \underbrace{\left(\frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2}\right)}_B = 180^\circ - (\hat{B}) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

۲۷ - گزینه ۲ ویژگی عمودمنصف این است که از دو سر پاره یه یک فاصله است.

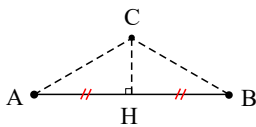
پس نقطه مورد نظر همزمان روی عمود منصف هر سه پاره خط قرار دارد و محل برخورد عمودمنصف های AB و EF روی عمودمنصف CD قرار دارد. لذا عبارتهای الف و ب صحیح هستند.

۲۸ - گزینه ۲

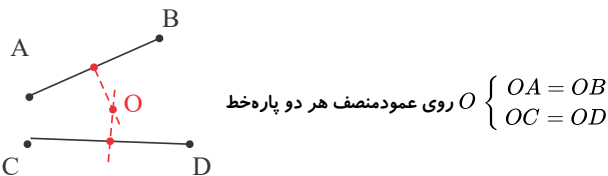
با توجه به ویژگی عمودمنصف نقطه C الزاما روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد.

از طرفی به دلیل برابری CB و AC متساوی الساقین و نیمساز زاویه C و میانه ضلع AB

و عمود منصف این ضلع بر هم منطبق هستند. پس گزینه های ۱ و ۳ و ۴ صحیح است و گزینه ۲ صحیح نمی باشد.



۲۹ - گزینه ۱ ویژگی عمودمنصف این است که از دو سر پاره خط به یک اندازه می باشد. پس برای یافتن نقطه مورد نظر باید عمودمنصف هر دو پاره خط رسم شود.

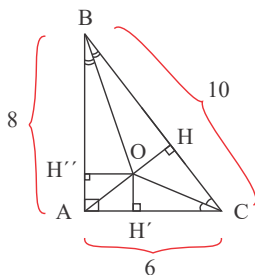


۳۰ - گزینه ۲

نکته: هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

نکته: در هر مثلث، نیمسازهای داخلی در یک نقطه متقاطع اند.

ابتدا با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$$

با توجه به اینکه نیمسازهای \hat{B} و \hat{C} در نقطه O متقاطع اند، از نکته بالا نتیجه می گیریم که نقطه O محل تقاطع سه نیمساز است. پس فاصله نقطه O از هر سه ضلع مثلث برابر است. یعنی اگر از

عمودهای OH , OH' و OH'' را رسم کنیم، خواهیم داشت:

$$OH = OH' = OH''$$

حال می توان نوشت:

$$S_{ABC} = S_{OBC} + S_{OAC} + S_{OAB} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times OH \times 10 + \frac{1}{2} \times OH \times 6 + \frac{1}{2} \times OH \times 8$$

$$\Rightarrow 24 = 12OH \Rightarrow \boxed{OH = 2}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۱	۱۱ - ۴	۱۶ - ۳	۲۱ - ۳	۲۶ - ۳
۲ - ۳	۷ - ۴	۱۲ - ۲	۱۷ - ۲	۲۲ - ۲	۲۷ - ۲
۳ - ۱	۸ - ۳	۱۳ - ۲	۱۸ - ۳	۲۳ - ۲	۲۸ - ۲
۴ - ۱	۹ - ۳	۱۴ - ۴	۱۹ - ۱	۲۴ - ۲	۲۹ - ۱
۵ - ۳	۱۰ - ۲	۱۵ - ۴	۲۰ - ۲	۲۵ - ۴	۳۰ - ۲