



علی هاشمی

نام آزمون: روابط تکمیلی بین نسبت های مثلثاتی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- حاصل عبارت  $A = \tan 2^\circ + \tan 4^\circ + \tan 6^\circ + \dots + \tan 180^\circ$  کدام است؟

۲- کدام تساوی نادرست است؟

۳- به ازای کدام مقدار  $x$  تساوی  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{8}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  برقرار است؟

۴- مقدار عبارت  $A = \sin \frac{5\pi}{6} \tan \frac{5\pi}{4}$  برابر کدام است؟

۵- حاصل عبارت  $A = \sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha)$  کدام است؟



۶- اگر انتهای زاویه  $\alpha$  در ربع اول دایره مثلثاتی و  $2 = \frac{\sin(\alpha + \frac{3\pi}{2}) + 2\sin(\pi - \alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) + 3\cos(2\pi + \alpha)}$  باشد، مقدار  $\cos \alpha$  کدام است؟

۷- نقطه  $P(x, y)$  روی دایره مثلثاتی را نسبت به مبدأ قرینه می‌کنیم تا نقطه  $P'$  به دست آید. در این صورت کدام نسبت مثلثاتی مربوط به نقاط  $P$  و  $P'$  باهم برابر است؟ ( $x, y \neq 0$ )

۸- کدام  $x$  در معادله  $\tan\left(\frac{2\pi}{9} + x\right) = \cot\left(x + \frac{\pi}{18}\right)$  صدق می‌کند؟

۹- اگر  $0 = \log(\sin \frac{4\pi}{5}) - \log(\cos 324^\circ) + \log A$  باشد، کدام می‌تواند باشد؟

۱۰- اگر  $-\frac{\sqrt{3k}}{4} = \frac{\sin \frac{3\pi}{4} \cos \frac{5\pi}{6}}{\left| 2 \tan \frac{3\pi}{4} - \sqrt{3} \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) \right|}$  باشد، حاصل  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3k}\right)$  کدام است؟



۱۱- اگر  $\tan x = \frac{2}{3}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{4 \cos x - \sin x}{\sin x + \cos x}$  کدام است؟

۱۲- اگر زاویه  $\theta$  در موقعیت استاندارد باشد، به طوری که نقطه‌ی انتهایی کمان  $\theta$  دایره‌ی مثلثاتی را در نقطه‌ی  $(-\frac{2\sqrt{2}}{3}, \frac{1}{3})$  قطع کند، مقدار

$$A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta)}$$

کدام است؟

۱۳- حاصل عبارت  $\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$  کدام است؟

۱۴- اگر زاویه‌ی  $\alpha$  به گونه‌ای باشد که  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 < 1$ . آنگاه چه تعداد از نسبت‌های مثلثاتی  $\sin \alpha$ ,  $\cos \alpha$ ,  $\tan \alpha$  و  $\cot \alpha$  مثبت هستند؟

۱۵- حاصل عبارت  $A = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + (\sqrt{2} \sin \alpha \cos \alpha)^2$  همواره کدام است؟



۱۶- اگر  $\alpha$  زاویه‌ای در دایرهٔ مثلثاتی،  $\cot \alpha = \sqrt{\frac{m}{n}} - 1$  و  $\cos \alpha = \sqrt{1 - m^2}$  باشد، رابطهٔ بین  $m$  و  $n$  کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده‌اند.)

۱۷- حاصل عبارت  $B = \frac{3 \sin 155^\circ}{5 \sin 335^\circ + \sin 385^\circ}$  کدام است؟

۱۸- اگر  $m = 3 \cot \theta$  و  $\theta$  زاویه‌ای در ناحیه‌ی سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت  $A = \sqrt{m^2 + 9}$  کدام است؟

۱۹- حاصل عبارت  $A = \sin^f \alpha + \cos^f \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$  کدام است؟

۲۰- اگر انتهای کمان متناظر با زاویه‌ی  $x$  در ناحیه‌ی سوم باشد، حاصل  $A = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x$  کدام است؟



۲۱- اگر  $5 = 3 \sin \alpha + 2 \cos \beta$ ، آنگاه  $\sin^2 \beta + \cos^2 \alpha$  کدام است؟

۲۲- حاصل عبارت زیر همواره برابر با کدام گزینه است؟

$$1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha = ?$$

$$A = (1 + \sin \theta) \left( \frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta \right) (1 - \sin \theta)^2$$

۲۳- حاصل عبارت  $A$  کدام است؟ ( $\cos \theta \neq 0$ )

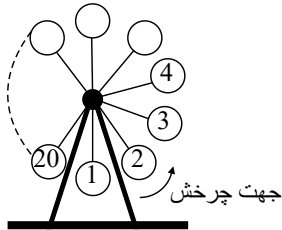
۲۴- اگر  $\tan 2^\circ = 0.4$ ، حاصل عبارت  $A = \frac{2 \sin 25^\circ + 3 \sin 34^\circ}{\cos 20^\circ - 4 \cos 43^\circ}$  کدام است؟

۲۵- اگر  $\cot 5^\circ = a$ ، حاصل عبارت  $A = \frac{3 \sin 185^\circ - 4 \cos 175^\circ}{5 \sin 275^\circ + \cos 635^\circ}$  کدام است؟

۲۶- حاصل عبارت  $A = \cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{2\pi}{9} + \cos \frac{3\pi}{9} + \cos \frac{10\pi}{9} + \cos \frac{11\pi}{9}$  کدام است؟



۲۷- چرخ و فلکی مطابق شکل، ۲۰ کابین با فاصله‌های یکسان دارد که از شماره‌های ۱ تا ۲۰ شماره‌گذاری شده‌اند. اگر چرخ و فلک  $\frac{21\pi}{5}$  بچرخد، کابین شماره ۲ به محل کدام کابین منتقل می‌شود؟



۲۸- اگر  $\tan 7^\circ = m$ ، حاصل عبارت  $A = \frac{3 \sin(187^\circ) + 4 \cos(727^\circ)}{2 \sin(97^\circ) + 3 \cos(173^\circ)}$  بر حسب  $m$  کدام است؟

۲۹- اگر  $\tan \alpha = 2$  باشد، حاصل  $\frac{\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{\pi}{2} + \alpha)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)}$  کدام است؟

۳۰- اگر  $\cot 20^\circ = \frac{8}{3}$  باشد حاصل  $\frac{2 \sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3 \cos 7^\circ - \sin 11^\circ}$  برابر کدام است؟



۳۱- اگر  $\tan 25^\circ = 0.48$  باشد حاصل عبارت  $\frac{\sin 155^\circ - 3 \cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2 \sin 65^\circ}$  کدام است؟

۳۲- با فرض  $\tan 22^\circ = \frac{2}{5}$  ، حاصل عبارت  $\frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos(202^\circ)}$  ، کدام است؟

۳۳- اگر  $\tan \theta = 0.2$  باشد، مقدار  $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$  کدام است؟

۳۴- هر گاه  $\tan 15^\circ = a$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ}$  کدام است؟

۳۵- اگر  $\cot \alpha = \frac{4}{3}$  و  $-\frac{9\pi}{2} < \alpha < -5\pi$  باشد، حاصل  $A = \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{7\pi}{2} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$  کدام است؟



۳۶- در تساوی  $\sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \cos(\frac{\pi}{4} - 3x)$  دو جواب برای  $x$  در بازه  $[0, \frac{\pi}{2}]$  به دست می آید. مجموع این دو جواب کدام است؟

۳۷- مقدار عبارت  $\sqrt{2} \sin 15\alpha + \frac{\tan 4\alpha}{\cot 6\alpha} + \frac{\sin 3\alpha}{\cos 7\alpha}$  به ازای  $\alpha = \frac{\pi}{20}$  کدام است؟

۳۸- حاصل عبارت  $A = 2\sin^2(22.5^\circ) + 4\sin^2(30^\circ) - \frac{\cos(57^\circ)}{\cos(39^\circ)} - \tan(135^\circ)$  کدام است؟

۳۹- اگر  $x$  و  $y$  دو زاویه حاده باشند و  $x + y = \frac{\pi}{4}$ ، حاصل عبارت  $A = \tan(5x + 4y) \times \tan(3x + 2y)$  کدام است؟

۴۰- حاصل عبارت  $\sin(200^\circ) + 2\sin(-34^\circ) + \cos(-11^\circ) - 3\cos(25^\circ) - 3\sin 2^\circ$  کدام است؟

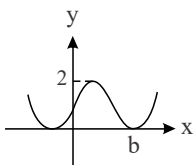
۴۱- اگر  $\tan 15^\circ = a$  باشد، حاصل  $\frac{3\cos 165^\circ - 2\sin 285^\circ}{3\sin 345^\circ - 4\cos 255^\circ}$  کدام است؟





۴۲- حاصل  $\tan 3^\circ \times \tan 17^\circ \times \tan 53^\circ \times \tan 87^\circ \times \tan 73^\circ \times \tan 37^\circ$  کدام است؟

۴۳- اگر بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a - \sin(x + \frac{3\pi}{4})$  به صورت زیر باشد،  $a \cdot b$  کدام است؟



۴۴- حاصل عبارت  $\cos^3 \frac{\pi}{5} + \cos^3 \frac{5\pi}{15} + \cos^3 \frac{7\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15}$  کدام است؟



## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ می‌دانیم که  $\tan 18^\circ = 0$  است.

$$A = \tan 2^\circ + \tan 4^\circ + \tan 6^\circ + \tan 8^\circ + \tan 10^\circ + \tan 12^\circ + \tan 14^\circ + \tan 16^\circ + \cancel{\tan 18^\circ}$$

$$\rightarrow A = \tan 2^\circ + \tan 4^\circ + \tan 6^\circ + \tan 8^\circ + \tan(18^\circ - 8^\circ) + \tan(18^\circ - 6^\circ)$$

$$+ \tan(18^\circ - 4^\circ) + \tan(18^\circ - 2^\circ)$$

$$\rightarrow A = \tan 2^\circ + \tan 4^\circ + \tan 6^\circ + \tan 8^\circ - \tan 8^\circ - \tan 6^\circ - \tan 4^\circ - \tan 2^\circ = 0$$

۲ - گزینه ۴

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

گزینه ۴، به صورت مقابل درست است.

سایر گزینه‌ها درست هستند.

۳ - گزینه ۳

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{8}\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$$

$$\rightarrow \left(2x - \frac{\pi}{8}\right) + \left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\pi}{2} \rightarrow x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

۴ - گزینه ۲

$$A = \sin \frac{5\pi}{6} \tan \frac{5\pi}{4} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{6} \tan \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

۵ - گزینه ۲

$$\sin\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha, \quad \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha, \quad \sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\rightarrow A = \cos \alpha + (-\sin \alpha) - \cos \alpha + \sin \alpha = 0$$

۶ - گزینه ۳

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + 2 \sin(\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 3 \cos(2\pi + \alpha)} = \frac{-\cos \alpha + 2 \sin \alpha}{-\sin \alpha + 3 \cos \alpha} = 2$$

$$\rightarrow -2 \sin \alpha + 6 \cos \alpha = -\cos \alpha + 2 \sin \alpha \rightarrow -4 \sin \alpha = -7 \cos \alpha \rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{7}{4} \rightarrow \tan \alpha = \frac{7}{4}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \left(\frac{7}{4}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow 1 + \frac{49}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\rightarrow \frac{65}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{65} \xrightarrow{\text{ربع اول}} \cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

۷ - گزینه ۳ اگر نقطه  $P(x, y)$  را نسبت به مبدأ مختصات قرینه کنیم نقطه  $P'(-x, -y)$  به دست می‌آید که در دایرهٔ مثلثاتی نقطه  $P'$  نسبت به نقطه  $P$  به اندازه  $\pi$  رادیان اختلاف دارد و داریم:

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha, \quad \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha, \quad \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

۸ - گزینه ۳

$$\tan\left(\frac{2\pi}{9} + x\right) = \cot\left(x + \frac{\pi}{18}\right)$$



می‌دانیم:  $\tan \alpha = \cot \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) \rightarrow \frac{2\pi}{9} + x = \frac{\pi}{2} - \left( x + \frac{\pi}{18} \right)$

$\rightarrow x + x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{18} - \frac{2\pi}{9} \rightarrow 2x = \frac{9\pi - \pi - 4\pi}{18} \rightarrow 2x = \frac{4\pi}{18} \rightarrow x = \frac{2\pi}{18} \rightarrow x = \frac{\pi}{9}$

۹ - گزینه ۲

$\sin \frac{4\pi}{5} = \sin \left( \pi - \frac{\pi}{5} \right) = \sin \frac{\pi}{5} = \sin 36^\circ$

$\cos 324^\circ = \cos (360^\circ - 36^\circ) = \cos 36^\circ$

$\rightarrow \log(\sin 36^\circ) - \log(\cos 36^\circ) + \log A = 0 \rightarrow \log \left( \frac{\sin 36^\circ}{\cos 36^\circ} \right) + \log A = 0$

$\rightarrow \log A = -\log(\tan 36^\circ) \rightarrow \log A = \log(\tan 36^\circ)^{-1}$

$\rightarrow \log A = \log(\cot 36^\circ) \rightarrow \log A = \log(\tan(90^\circ - 36^\circ)) \rightarrow \log A = \log(\tan 54^\circ) \rightarrow A = \tan 54^\circ$

۱۰ - گزینه ۲

$\sin \frac{3\pi}{4} = \sin \left( \pi - \frac{\pi}{4} \right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  ,  $\cos \frac{5\pi}{6} = \cos \left( \pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan \frac{3\pi}{4} = \tan \left( \pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\tan \frac{\pi}{4} = -1$  ,  $\cot \left( -\frac{\pi}{3} \right) = -\cot \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right)}{\left| 2(-1) - \sqrt{3} \left( -\frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right|} = -\frac{\sqrt{6}}{4} \rightarrow \frac{-\sqrt{6}}{4} = -\frac{\sqrt{3k}}{4} \rightarrow \sqrt{6} = \sqrt{3k}$

$\rightarrow -\frac{\sqrt{6}}{4} = -\frac{\sqrt{3k}}{4} \rightarrow 6 = 3k \rightarrow k = 2$

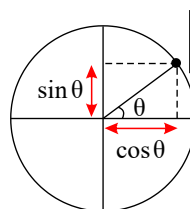
$\rightarrow \sin \left( \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3k} \right) = \cos \left( \frac{2\pi}{3k} \right) = \cos \left( \frac{2\pi}{3 \times 2} \right) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

۱۱ - گزینه ۳ چون در فرض مسئله مقدار  $\tan x$  داده شده است، صورت و مخرج را بر  $\cos x$  تقسیم می‌کنیم تا  $\tan x$  بدست آید:

$\frac{4 \cos x - \sin x}{\sin x + \cos x} \div \cos x = \frac{4 \frac{\cos x}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\cos x}}$

$= \frac{4 - \tan x}{\tan x + 1} = \frac{4 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{\frac{10}{3}}{\frac{5}{3}} = 2$

۱۲ - گزینه ۲ اگر زاویه  $\theta$  در موقعیت استاندارد باشد، نقطه‌ی انتهایی کمان  $\theta$  دایره‌ی مثلثاتی را طبق شکل مقابل در نقطه‌ی  $\left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)$  قطع می‌کند.



پس  $\sin \theta = \frac{1}{3}$  ,  $\cos \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$  است.



$$\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{-\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = -2\sqrt{2}, \quad \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = -\sin \theta = -\frac{1}{3}$$

$$A = \frac{1 + \cot^2 \theta}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{1 + (-2\sqrt{2})^2}{-\frac{1}{3}} = \frac{9}{-\frac{1}{3}} = -27$$

۱۳ - گزینه ۲

$$\frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta} - \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{(1 + \sin \theta)^2 - (1 - \sin \theta)^2}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)}$$

$$= \frac{1 + 2\sin \theta + \sin^2 \theta - (1 - 2\sin \theta + \sin^2 \theta)}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{1 + 2\sin \theta + \sin^2 \theta - 1 + 2\sin \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}$$

$$= \frac{4\sin \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{4}{1} \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = 4 \tan \theta \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{4 \tan \theta}{\cos \theta}$$

۱۴ - گزینه ۱

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 < 1 \Rightarrow \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_{1} + 2 \sin \alpha \cos \alpha < 1 \Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha < 1 - 1$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \alpha < 0 \xrightarrow{\div 2} \sin \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow \text{مختلف‌العلامه هستند } \cos \alpha, \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha > 0 \\ \cos \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha < 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha > 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan \alpha < 0 \\ \cot \alpha < 0 \end{cases}$$

پس در هر حالت، ۳ تا از نسبت‌های مثلثاتی منفی و یکی از آن‌ها مثبت است.

۱۵ - گزینه ۳

برای هر زاویه‌ی  $x$  داریم:  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$$A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow A = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 = 1^2 = 1$$

۱۶ - گزینه ۳

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \\ \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \end{cases}$$

چون  $\cos \alpha$  در مسئله به صورت یک رادیکال داده شده و مثبت است، مقدار مثبت را می‌پذیریم:

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - m^2} \xrightarrow{(\quad)^2} 1 - \sin^2 \alpha = 1 - m^2 \Rightarrow \sin^2 \alpha = m^2$$

$$\text{از طرفی: } 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \left(\frac{\sqrt{m} - 1}{\sqrt{\frac{m}{n} - 1}}\right)^2 = \frac{1}{m^2}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{m}{n} - 1 = \frac{1}{m^2} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{m^2} \Rightarrow m^3 = n$$

۱۷ - گزینه ۲

$$\sin 155^\circ = \sin(180^\circ - 25^\circ) = \sin 25^\circ$$

$$\sin 335^\circ = \sin(360^\circ - 25^\circ) = -\sin 25^\circ$$

$$\sin 385^\circ = \sin(360^\circ + 25^\circ) = \sin 25^\circ$$

$$B = \frac{3 \sin 155^\circ}{5 \sin 335^\circ + \sin 385^\circ} = \frac{3 \sin 25^\circ}{-5 \sin 25^\circ + \sin 25^\circ} = \frac{3 \sin 25^\circ}{-4 \sin 25^\circ} = -\frac{3}{4}$$



$$1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

$$A = \sqrt{(3 \cot \theta)^2 + 9} = \sqrt{9 \cot^2 \theta + 9} = \sqrt{9(1 + \cot^2 \theta)}$$

$$= 3 \sqrt{1 + \cot^2 \theta} = 3 \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta}} = 3 \times \frac{1}{|\sin \theta|}$$

ناحیه‌ی سوم:  $\theta$

$$\Rightarrow A = 3 \times \frac{1}{-\sin \theta} = \frac{-3}{\sin \theta}$$

$$A = \sin^r \alpha + \cos^r \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}} = \sin^r \alpha + \cos^r \alpha + \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}}$$

$$= \sin^r \alpha + \cos^r \alpha + \frac{2 \sin^r \alpha \cos^r \alpha}{\sin^r \alpha + \cos^r \alpha} = \sin^r \alpha + \cos^r \alpha + \frac{2 \sin^r \alpha \cos^r \alpha}{\sin^r \alpha + \cos^r \alpha} = \underbrace{(\sin^r \alpha + \cos^r \alpha)}_1 = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \quad \text{۲۰ - گزینه ۳}$$

$$A = \sqrt{\frac{1 + \tan^2 x}{\tan^2 x}} \times \sin x = \sqrt{\frac{1}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} \times \sin x} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} \times \sin x = \frac{1}{|\sin x|} \times \sin x$$

در ربع سوم،  $\sin x$  منفی است. پس:

$$A = \frac{1}{-\sin x} \times \sin x = -1$$

بیشترین مقدار  $\sin \theta$  و  $\cos \theta$  برابر ۱ است

$$3 \sin \alpha + 2 \cos \beta = 5 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = 1 \\ \cos \beta = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^r \alpha + \cos^r \alpha = 1 \Rightarrow 1^r + \cos^r \alpha = 1 \Rightarrow \cos^r \alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 0 \\ \sin^r \beta + \cos^r \beta = 1 \Rightarrow \sin^r \beta + 1^r = 1 \Rightarrow \sin^r \beta = 0 \Rightarrow \sin \beta = 0 \end{cases}$$

$$\sin^r \beta + \cos^r \beta = 0^r + 0^r = 0$$

$$\sin^r \alpha + \cos^r \alpha = 1$$

$$1 - \sin \alpha \cos \alpha = \sin^r \alpha + \cos^r \alpha - \sin \alpha \cos \alpha = \sin^r \alpha + \cos^r \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= (\sin \alpha - \cos \alpha)^r + \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin^r \theta + \cos^r \theta = 1$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\underbrace{(1 + \sin \theta)}_{\text{مزدوج}} \left( \frac{1}{\cos \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) \underbrace{(1 - \sin \theta)}_{\text{مزدوج}} (1 - \sin \theta)$$

$$= \underbrace{(1 - \sin^2 \theta)}_{\cos^2 \theta} \left( \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right) (1 - \sin \theta) = \frac{\cos^2 \theta (1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}{\cos \theta} = \cos \theta \times \cos^2 \theta = \cos^3 \theta$$

$$\frac{2 \sin 25^\circ + 3 \sin 34^\circ}{\cos 20^\circ - 4 \cos 43^\circ} = \frac{2 \sin(27^\circ - 2^\circ) + 3 \sin(36^\circ - 2^\circ)}{\cos(18^\circ + 2^\circ) - 4 \cos(36^\circ + 7^\circ)}$$

$$= \frac{-2 \cos 2^\circ - 3 \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ - 4 \cos 7^\circ} = \frac{-2 \cos 2^\circ - 3 \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ - 4 \sin 2^\circ}$$



$$\frac{\div \cos 20^\circ - 2 - 3 \tan 20^\circ}{-1 - 4 \tan 20^\circ} = \frac{-2 - 3(0,4)}{-1 - 4(0,4)} = \frac{-3,2}{-2,6} = \frac{32}{26} = \frac{16}{13}$$

۲۵ - گزینه ۱ سعی کنید تمام زوایا را برحسب ۵° بنویسید.

$$A = \frac{3 \sin 185^\circ - 4 \cos 175^\circ}{5 \sin 275^\circ + \cos 635^\circ} = \frac{3 \sin(180^\circ + 5^\circ) - 4 \cos(180^\circ - 5^\circ)}{5 \sin(270^\circ + 5^\circ) + \cos(360^\circ + 270^\circ + 5^\circ)}$$

$$= \frac{-3 \sin 5^\circ + 4 \cos 5^\circ}{-5 \cos 5^\circ + \sin 5^\circ} \div \sin 5^\circ = \frac{-3 + 4 \cot 5^\circ}{-5 \cot 5^\circ + 1} = \frac{-3 + 4a}{-5a + 1}$$

۲۶ - گزینه ۲ برای محاسبه مقدار نهایی باید کمانها را به فرم دیگری بنویسیم:

$$\cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{5\pi}{9}\right)$$

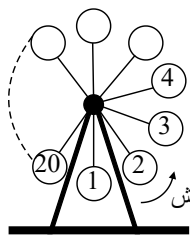
$$= \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{9}\right) + \cos\left(\pi + \frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\pi + \frac{2\pi}{9}\right)$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

۲۷ - گزینه ۴

تعداد کابینها ۲۰ عدد است، پس زاویه بین دو کابین متوالی برابر  $\frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10}$  است.

از طرفی داریم:



$$\frac{21\pi}{5} = 4\pi + \frac{\pi}{5} = 4\pi + \frac{2\pi}{10}$$

پس هر کابین، دو دور کامل چرخیده و سپس به اندازه  $\frac{2\pi}{10} = 2 \times \frac{\pi}{10}$  نسبت به وضعیت قبلی خود جلو رفته است؛ یعنی هر کابین به اندازه دو کابین جلو چرخش کرده است. پس کابین ۲ به محل کابین ۴ منتقل شده است.

۲۸ - گزینه ۳ برای حل سوال ابتدا کمانها را به فرم دیگری می‌نویسیم، به طوری که زاویه ۷° در مجموعه گمان وجود داشته باشد.

$$\frac{3 \sin(187^\circ) + 4 \cos(177^\circ)}{2 \sin(97^\circ) + 3 \cos(173^\circ)} = \frac{3 \sin(180^\circ + 7^\circ) + 4 \cos(180^\circ - 7^\circ)}{2 \sin(90^\circ + 7^\circ) + 3 \cos(180^\circ - 7^\circ)}$$

$$= \frac{3 \sin(\pi + 7^\circ) + 4 \cos(\pi - 7^\circ)}{2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + 7^\circ\right) + 3 \cos(\pi - 7^\circ)}$$

برای ساده‌سازی اول باید ناحیه را تعیین کنیم، سپس با توجه به نوع تبدیل عبارت ساده می‌نماییم تبدیلاتی که  $k\pi$  نسبت‌ها را تغییر نمی‌دهند و تبدیلات  $\frac{\pi}{2}$  فرد نسبت‌ها را تغییر می‌دهند.

$$\frac{-3 \sin 7^\circ + 4 \cos 7^\circ}{2 \cos 7^\circ - 3 \cos 7^\circ} = \frac{-3 \sin 7^\circ + 4 \cos 7^\circ}{-\cos 7^\circ} = 3 \tan 7^\circ - 4 \xrightarrow{\tan 7^\circ = m} 3m - 4$$

۲۹ - گزینه ۴

$$\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{\cos(\pi + \alpha) + \sin(3\pi - \alpha)} = \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{-\cos \alpha + \sin \alpha} \div (-\cos \alpha) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3$$

۳۰ - گزینه ۲ تمام زوایاها را برحسب ۲۰° می‌نویسیم.

$$\frac{2 \sin 25^\circ - \cos 16^\circ}{\sin 16^\circ + 3 \cos 7^\circ - \sin 11^\circ} = \frac{2 \sin\left(\frac{3\pi}{4} - 20^\circ\right) - \cos(\pi - 20^\circ)}{\sin(\pi - 20^\circ) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 20^\circ\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} + 20^\circ\right)}$$

$$= \frac{-2 \cos 20^\circ + \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ} = \frac{-\cos 20^\circ}{4 \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}$$

$$\text{همه جملات را بر } \sin 20^\circ \text{ تقسیم می‌کنیم} = \frac{-\cot 20^\circ}{4 - \cot 20^\circ} = \frac{-\frac{1}{\tan 20^\circ}}{4 - \frac{1}{\tan 20^\circ}} = \frac{-\frac{1}{\frac{1}{2}}}{4 - \frac{1}{2}} = \frac{-2}{\frac{8-1}{2}} = \frac{-2}{\frac{7}{2}} = -\frac{4}{7}$$

۳۱ - گزینه ۳ تمام زوایاها را برحسب ۲۵° می‌نویسیم.

$$\frac{\sin 155^\circ - 3 \cos 245^\circ}{\cos 295^\circ - 2 \sin 65^\circ} = \frac{\sin(\pi - 25^\circ) - 3 \cos\left(\frac{3\pi}{4} - 25^\circ\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{4} + 25^\circ\right) - 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 25^\circ\right)} = \frac{\sin 25^\circ + 3 \sin 25^\circ}{\sin 25^\circ - 2 \cos 25^\circ} = \frac{4 \sin 25^\circ}{\sin 25^\circ - 2 \cos 25^\circ}$$

$$\text{صورت و مخرج کسر را بر } \cos 25^\circ \text{ تقسیم می‌کنیم} = \frac{4 \tan 25^\circ}{\tan 25^\circ - 2} = \frac{4(0,48)}{0,48 - 2} = \frac{1,92}{-1,52} = -\frac{192}{152} = -\frac{24}{19}$$

۳۲ - گزینه ۳ داریم:

$$\begin{cases} \sin(-112^\circ) = -\sin 112^\circ = -\sin(90^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \\ \sin 158^\circ = \sin(180^\circ - 22^\circ) = \sin 22^\circ \\ \cos 202^\circ = \cos(180^\circ + 22^\circ) = -\cos 22^\circ \end{cases}$$



$$\Rightarrow \frac{\sin(-112^\circ) + \sin 158^\circ}{\cos 202^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ + \sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ} = \frac{-\cos 22^\circ}{-\cos 22^\circ} + \frac{\sin 22^\circ}{-\cos 22^\circ}$$

$$= 1 - \tan 22^\circ = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

۳۳ - گزینه ۴

$$\tan \theta = 0,2 = \frac{1}{5} \Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = 5$$

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta} \xrightarrow{\text{جملات را تقسیم بر } \sin \theta \text{ می کنیم}} \frac{1 + \cot \theta}{1 + 1} = \frac{6}{2} = 3$$

۳۴ - گزینه ۱

$$\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ} = \frac{\cos(270^\circ - 15^\circ) - \cos(180^\circ - 15^\circ)}{2 \sin(90^\circ - 15^\circ) + 3 \cos(90^\circ + 15^\circ)} = \frac{-\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{2 \cos 15^\circ - 3 \sin 15^\circ}$$

$$\frac{\div \cos 15^\circ}{\frac{-\tan 15^\circ + 1}{2 - 3 \tan 15^\circ}} = \frac{1 - a}{2 - 3a}$$

۳۵ - گزینه ۳ قدم اول ساده‌سازی محاسبه ناحیه هر کمان می‌باشد:

$$\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} -\cos \alpha$$

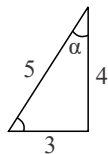
$$\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = \cos(3\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha) \xrightarrow{\text{ناحیه چهارم}} +\sin \alpha$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \xrightarrow{\text{ناحیه اول}} \cos \alpha$$

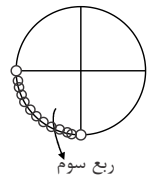
$$\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) \xrightarrow{\text{ناحیه سوم}} -\sin \alpha$$

$$A = -\cos \alpha + \sin \alpha + (\cos \alpha)(-\sin \alpha)$$

$$\cot \alpha = \frac{4}{3} \quad -5\pi < \alpha < -\frac{9\pi}{2}$$



پس عبارت A برابر است با:



$$\begin{cases} \sin \alpha = -\frac{3}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$A = -(-\frac{4}{5}) + (-\frac{3}{5}) - (-\frac{3}{5})(-\frac{4}{5}) = (\frac{4}{5} - \frac{3}{5}) - \frac{12}{25} = \frac{1}{5} - \frac{12}{25} = -\frac{11}{25} = -0,44$$

۳۶ - گزینه ۳ برای حل معادله باید دو طرف معادله برحسب یک نسبت باشد. می‌توان از تبدیلات زیر استفاده کرد.

$$\begin{cases} \cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \\ \cos \alpha = \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) \end{cases}$$

پس می‌توان به جای طرف دوم تبدیلات زیر را انجام داد:

$$(I) \cos(\frac{\pi}{4} - 3x) = \sin(\frac{\pi}{2} - (\frac{\pi}{4} - 3x)) = \sin(\frac{\pi}{4} + 3x)$$

$$(II) \cos(\frac{\pi}{4} - 3x) = \sin(\frac{\pi}{2} + (\frac{\pi}{4} - 3x)) = \sin(\frac{3\pi}{4} - 3x)$$

حال در معادله به جای  $\cos(\frac{\pi}{4} - 3x)$  نسبت‌های حاصل را در رابطه (I) و (II) را جایگذاری می‌نماییم:

$$(I) \sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \sin(\frac{\pi}{4} + 3x) \rightarrow x + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{4} + 3x \rightarrow 2x = \frac{\pi}{8} \rightarrow x_1 = \frac{\pi}{16}$$

$$(II) \sin(x + \frac{3\pi}{8}) = \sin(\frac{3\pi}{4} - 3x) \rightarrow x + \frac{3\pi}{8} = \frac{3\pi}{4} - 3x$$

$$\rightarrow 4x = \frac{3\pi}{8} \rightarrow x_2 = \frac{3\pi}{32} \rightarrow x_1 + x_2 = \frac{5\pi}{32}$$

۳۷ - گزینه ۴

$$\sqrt{2} \sin 15^\circ \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{20}} \sqrt{2} \sin \frac{15\pi}{20}$$



$$= \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4} = \sqrt{2} \sin(\pi - \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

از طرفی اگر به زوایای داده شده در دو کسر صورت سؤال توجه کنیم، داریم:

$$3\alpha + 7\alpha = 10\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{20}} 10 \left(\frac{\pi}{20}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$4\alpha + 6\alpha = 10\alpha \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{20}} 10 \left(\frac{\pi}{20}\right) = \frac{\pi}{2}$$

یعنی جمع دو زاویه صورت و مخرج در هر کسر برابر  $\frac{\pi}{2}$  است. بنابراین دو زاویه  $(7\alpha, 3\alpha)$  و  $(6\alpha, 4\alpha)$  متمم یکدیگرند. لذا  $\tan 4\alpha = \cot 6\alpha$  و  $\sin 3\alpha = \cos 7\alpha$  بنابراین:

$$\frac{\tan 4\alpha}{\cot 6\alpha} = 1, \frac{\sin 3\alpha}{\cos 7\alpha} = 1 \Rightarrow \text{عبارت مورد نظر} = 1 + 1 + 1 = 3$$

۳۸ - گزینه ۲ باید کمان‌ها را طوری بنویسیم که یکی از مضارب  $\pi$  یا مضارب  $\frac{\pi}{2}$  باشد. با توجه به کمان‌های مطرح شده، می‌توان نوشت:

$$A = 2\sin^2(18^\circ + 35^\circ) + 4\sin^2(36^\circ - 6^\circ) - \frac{\cos(54^\circ + 30^\circ)}{\cos(36^\circ + 30^\circ)} - \tan(18^\circ - 45^\circ)$$

در این مرحله با توجه به ناحیه قرار گرفتن کمان، علامت هر نسبت را تعیین کرده و تغییر لازم را ایجاد می‌نماییم:

$$A = 2(-\sin(45^\circ))^2 + 4(-\sin(6^\circ))^2 - \frac{-\cos(3^\circ)}{\cos 3^\circ} - (-\tan 45^\circ)$$

$$A = 2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - (-1) - (-1) = 1 + 3 + 1 + 1 = 6$$

۳۹ - گزینه ۴ برای حل سوال کمان‌ها را طوری بازنویسی می‌نماییم که  $x + y$  آن‌ها تولید شود.

$$\tan(\Delta x + 4y) = \tan(4x + 4y + x) = \tan(4(x + y) + x) = \tan(4\left(\frac{\pi}{4}\right) + x)$$

$$= \tan(\pi + x) = \tan(x)$$

$$\tan(3x + 2y) = \tan(2x + 2y + x) = \tan(2(x + y) + x) =$$

$$\tan\left(2\left(\frac{\pi}{4}\right) + x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\cot(x)$$

$$A = (\tan x)(-\cot x) = -1$$

۴۰ - گزینه ۳

$$\begin{cases} \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) = \cos \alpha \\ \sin 200^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \sin 340^\circ = \sin(360^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 250^\circ = \cos(270^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \end{cases}$$

$$= -\sin 20^\circ - 2 \times (-\sin 20^\circ) - \sin 20^\circ - 3 \times (-\sin 20^\circ) - 3 \sin 20^\circ = 0$$

۴۱ - گزینه ۱

$$\begin{cases} \cos 165^\circ = \cos(180^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 285^\circ = \sin(270^\circ + 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 345^\circ = \sin(360^\circ - 15^\circ) = -\sin 15^\circ \\ \cos 255^\circ = \cos(270^\circ - 15^\circ) = -\sin 15^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{-3 \cos 15^\circ + 2 \cos 15^\circ}{-3 \sin 15^\circ + 4 \sin 15^\circ} = -\frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ} = -\cot 15^\circ = -\frac{1}{a}$$

۴۲ - گزینه ۳ هر گاه دو کمان متمم باشند  $\tan$  اولی با  $\cot$  دومی برابر است:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \tan \alpha = \cot \beta$$

$$3^\circ + 87^\circ = 90^\circ \rightarrow \tan 87^\circ = \cot 3^\circ$$

$$17^\circ + 73^\circ = 90^\circ \rightarrow \tan 73^\circ = \cot 17^\circ$$

$$37^\circ + 53^\circ = 90^\circ \rightarrow \tan 53^\circ = \cot 37^\circ$$

$$\underbrace{(\tan 3^\circ \times \cot 3^\circ)}_1 \times \underbrace{(\tan 17^\circ \times \cot 17^\circ)}_1 \times \underbrace{(\tan 37^\circ \times \cot 37^\circ)}_1 = 1$$

۴۳ - گزینه ۳ بیشترین مقدار تابع برابر ۲ است، پس داریم:

$$y = -\sin\left(x + \frac{2\pi}{4}\right) \Rightarrow \text{ماکزیم تابع} = |-1| = 1$$

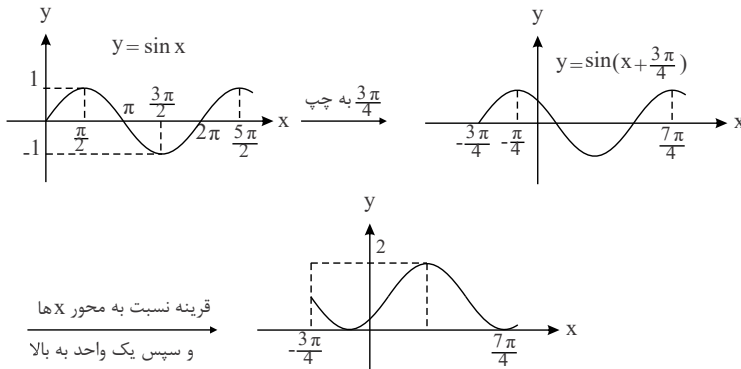




$$\Rightarrow y = a - \sin\left(x + \frac{2\pi}{4}\right) \Rightarrow \text{ماکزیم تابع} = a + 1$$

$$\Rightarrow a + 1 = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = 1 - \sin\left(x + \frac{2\pi}{4}\right)$$

حال نمودار تابع  $f$  را رسم می‌کنید:



پس  $b = \frac{7\pi}{4}$  و در نتیجه:

$$a \cdot b = \frac{7\pi}{4}$$

۴۴ - گزینه ۴ راه حل اول:

با توجه به رابطه  $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$  داریم:

$$\cos \frac{\pi}{5} = \cos \frac{3\pi}{15} = \cos\left(\pi - \frac{12\pi}{15}\right) = -\cos \frac{12\pi}{15}$$

$$\cos \frac{5\pi}{15} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \frac{7\pi}{15} = \cos\left(\pi - \frac{8\pi}{15}\right) = -\cos \frac{8\pi}{15}$$

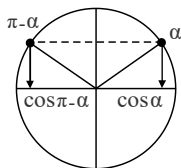
$$\Rightarrow \cos^3 \frac{\pi}{5} + \cos^3 \frac{5\pi}{15} + \cos^3 \frac{7\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15}$$

$$\Rightarrow \cos^3 \frac{\pi}{5} + \cos^3 \frac{5\pi}{15} + \cos^3 \frac{7\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15}$$

$$= -\cos^3 \frac{12\pi}{15} + \frac{1}{8} - \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{8\pi}{15} + \cos^3 \frac{12\pi}{15} = \frac{1}{8}$$

راه حل دوم:

هرگاه دو زاویه مکمل یکدیگر باشند کسینوس‌های آن‌ها قرینه یکدیگر می‌باشند.



$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha \rightarrow \cos(\pi - \alpha) + \cos \alpha = 0$$

$$\cos^3\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos^3\left(\frac{5\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{7\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{8\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{12\pi}{15}\right)$$

$$= \underbrace{\left(\cos^3\left(\frac{3\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{12\pi}{15}\right)\right)}_{\text{مکمل}} + \underbrace{\left(\cos^3\left(\frac{7\pi}{15}\right) + \cos^3\left(\frac{8\pi}{15}\right)\right)}_{\text{مکمل}} + \cos^3\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 + 0 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۸ - ۳	۱۵ - ۳	۲۲ - ۳	۲۹ - ۴	۳۶ - ۳	۴۳ - ۳
۲ - ۴	۹ - ۲	۱۶ - ۳	۲۳ - ۴	۳۰ - ۲	۳۷ - ۴	۴۴ - ۴
۳ - ۳	۱۰ - ۲	۱۷ - ۲	۲۴ - ۱	۳۱ - ۳	۳۸ - ۲	
۴ - ۲	۱۱ - ۳	۱۸ - ۴	۲۵ - ۱	۳۲ - ۳	۳۹ - ۴	
۵ - ۲	۱۲ - ۲	۱۹ - ۱	۲۶ - ۲	۳۳ - ۴	۴۰ - ۳	
۶ - ۳	۱۳ - ۲	۲۰ - ۳	۲۷ - ۴	۳۴ - ۱	۴۱ - ۱	
۷ - ۳	۱۴ - ۱	۲۱ - ۱	۲۸ - ۳	۳۵ - ۳	۴۲ - ۳	