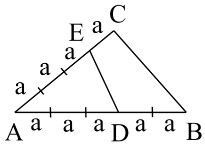
نام آزمون: واحدهای اندازه گیری زاویه

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی هاشمی

۱ - در شکل زیر، مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث ADE است؟

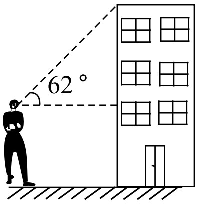


۲ - اگر $\frac{۲-m}{m+۱} = \tan(\frac{\pi}{۴}-x) , |x| < \frac{\pi}{۴}$ باشد حدود تغییرات m چگونه است؟

۳ - در یک دایره، توسط اضلاع زاویه مرکزی θ، کمانی به طول نصف شعاع دایره بریده شده است. θ چند درجه است؟

۴ - نقطه‌ی $A(۰,۱)$ ، روی دایره‌ی مثلثاتی به اندازه‌ی $\frac{۱۳\pi}{۴}$ رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند تا به نقطه‌ی A' برسد. مجموع طول و عرض نقطه‌ی A' کدام است؟

۵ - مطابق شکل زیر، شخصی با قد $۲۰۰cm$ در فاصلهٔ افقی $۵m$ از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با زاویهٔ ۶۲° نسبت به افق، لبهٔ بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ $(\tan ۶۲^\circ \simeq ۲)$



۶ - اگر در مثلث ABC داشته باشیم $\cos(\widehat{A}-\widehat{B})+\sin(\frac{\widehat{B}}{۲}+\widehat{C})=۲$ ، نوع مثلث ABC کدام است؟

۷ - اگر $۳۰^\circ < \theta < ۱۳۵^\circ$ و $\sin\theta = \frac{۳m-۲}{۴}$ ، آنگاه حدود m کدام است؟

۸ - اگر $\tan x > ۰$ و $\sin x < ۰$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

۹ - اگر در یک دایره، اندازه‌ی کمان مقابل به زاویه‌ی مرکزی $\theta = ۵۰^\circ$ برابر ۱۰ سانتی متر باشد، مساحت این دایره چند برابر محیط آن است؟

۱۰ - زاویه‌ی θ کمانی به طول $\frac{۱}{۲}$ سانتی‌متر در دایره‌ای با شعاع $\frac{۱}{۴}$ سانتی‌متر بریده است. مقدار θ برحسب رادیان کدام است؟

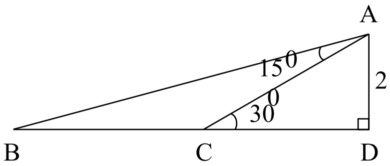
۱۱ - اگر $\frac{۳\pi}{۴} \leq x \leq \frac{\pi}{۶}$، آن‌گاه حدود تغییرات $\sin x$ کدام است؟

۱۲ - اگر $\cos \alpha = ۲m + ۱$, $-\frac{\pi}{۳} < \alpha < \frac{\pi}{۳}$ باشد، حدود m کدام است؟

۱۳ - نقطهٔ A بر روی دایره‌ای به شعاع ۳ واحد قرار دارد. متحرکی از نقطهٔ A در جهت منفی دایرهٔ مثلثاتی ۴۲۰ درجه چرخیده و در نقطهٔ M قرار گرفته است. متحرک دیگر از نقطهٔ A در جهت مثبت دایرهٔ مثلثاتی ۲۱۰ درجه چرخیده و در نقطهٔ N قرار گرفته است. طول قوس MN چند واحد است؟

۱۴ - نقطه‌ی $A(۳,۲)$ بر رو ی دایره‌ای به مرکز (۲ و ۰) قرار دارد متحرکی از نقطه‌ی A در جهت چرخش عقربه‌ی ساعت کمان ۱۲۰ درجه تا نقطه‌ی M طی کرده است. مختصات M کدام است؟

۱۵ - در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟

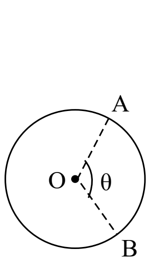


۱۶ - زاویهٔ ۲۱۰ درجه چند رادیان است؟

۱۷ - انتهای کمان $-\frac{۵\pi}{۸}$ رادیان روی دایرهٔ مثلثاتی در کدام ناحیه قرار دارد؟

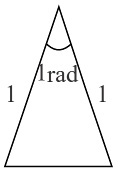
۱۸ - در یک مثلث متساوی‌الساقین، مجموع دو زاویهٔ نابرابر $\frac{۳۶۰}{\pi}$ درجه است. اندازهٔ زاویهٔ کوچک‌تر بر حسب رادیان تقریباً کدام است؟ $(\pi \simeq ۳٫۱۴)$

۱۹ - در شکل زیر، اگر شعاع دایره ۴cm و طول کمان AB برابر ۱۲cm باشد، θ چند درجه است؟



۲۰ – شعاع چرخ جلویی تراکتوری ۱ متر و شعاع چرخ عقب آن ۱۲۰ سانتی‌متر است. وقتی چرخ جلو ۷۰ درجه می‌چرخد، چرخ عقب تقریباً چند درجه خواهد چرخید؟

۲۱ – در مثلث متساوی‌الساقین زیر به طول ساق‌های یک واحد، زاویهٔ بین دو ساق برابر ۱ رادیان است. در این صورت طول قاعدهٔ مثلث چند واحد است؟



۲۲ – یک درجه تقریباً چند رادیان است؟ $(\pi \simeq ۳)$

۲۳ – چرخ و فلکی دارای ۳۶ کابین است و شما در کابین شمارهٔ پنجم قرار دارید. اگر چرخ و فلک به اندازهٔ $\frac{۱۱\pi}{۳}$ رادیان در جهت مثبت مثلثاتی حرکت کند، در موقعیت اولیهٔ کدام کابین قرار می‌گیرند؟ (شماره‌گذاری کابین‌ها در جهت مثبت مثلثاتی است و فاصلهٔ کابین‌ها یکسان است.)

۲۴ – از به هم وصل کردن انتهای کمان‌های $\frac{۱۱\pi}{۹}$, $\frac{۳۱\pi}{۱۸}$ و $\frac{۱۳\pi}{۱۸}$ روی دایرهٔ مثلثاتی چه نوع مثلثی پدید می‌آید؟

۲۵ - انتهای کمان زاویهٔ $\frac{17\pi}{5}$ رادیان در کدام ربع دایرهٔ مثلثاتی واقع است؟

۲۶ - زاویهٔ D برابر $\frac{\pi}{20}$ رادیان است. این زاویه چند درجه است؟

۲۷ - در دایره‌ای به شعاع ۱۰، طول کمان مقابل به زاویهٔ مرکزی α برابر ۲ است. زاویهٔ α چند رادیان است؟

۲۸ - اگر $\sin\alpha \cdot \tan\alpha < 0$ و $\cos\alpha \cdot \cot\alpha > 0$، انتهای کمان زاویهٔ α در کدام ربع دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد؟

۲۹ - در مثلث ABC، زاویهٔ A برابر $\frac{2\pi}{3}$ رادیان و زاویهٔ B برابر ۱۵ درجه است. زاویهٔ C چند رادیان است؟

۳۰ - کدام‌یک از اعداد زیر بزرگ‌تر است؟ (زاویه‌ها بر حسب رادیان هستند.)

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ $\boxed{\text{مساحت مثلث} = \frac{۱}{۲} \times \text{حاصلضرب دو ضلع} \times \text{سینوس زاویه بین آن‌ها}}$

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{ADE}}} = \frac{\frac{۱}{۲}\times ۵a \times ۴a \times \sin A}{\frac{۱}{۲}\times ۳a \times ۳a \times \sin A} = \frac{۲۰}{۹}$$

۲ - گزینه ۳ ابتدا حدود کمان تانژانت را بدست می‌آوریم.

$$|x| < \frac{\pi}{۴} \to \quad -\frac{\pi}{۴} < x < \frac{\pi}{۴} \to -\frac{\pi}{۴} < -x < \frac{\pi}{۴} \to ۰ < \frac{\pi}{۴} - x < \frac{\pi}{۲}$$

یعنی کمان تانژانت در ناحیه‌ی اول قرار دارد و در ناحیه‌ی اول دایره‌ی مثلثاتی تانژانت مثبت است یعنی:

$$\frac{۲-m}{m+۱} > ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$$

m	$-\infty$		-۱		۲		$+\infty$
عبارت > ۰		$-$	ت ن	$+$	○	$-$	

$$\longrightarrow -۱ < m < ۲$$

۳ - گزینه ۳ اگر یک زاویه‌ی مرکزی θ در دایره‌ای به شعاع r، کمانی به طول L ایجاد کند در این صورت اندازه‌ی زاویه‌ی θ برحسب رادیان برابر $\frac{L}{r}$ است.

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{\frac{۱}{۲}r}{r} = \frac{۱}{۲}$$

اگر اندازه‌ی یک زاویه را برحسب درجه با D و برحسب رادیان با R نشان دهیم داریم:

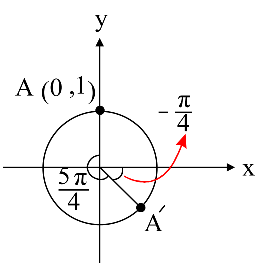
$$\frac{D}{۱۸۰} = \frac{R}{\pi} \to \frac{D}{۱۸۰} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\pi} \to \frac{D}{۱۸۰} = \frac{۱}{۲\pi} \to D = (\frac{۹۰}{\pi})^{\circ}$$

۴ - گزینه ۱ اگر دوران در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت باشد، علامت زاویه مثبت است، پس زاویه‌ی دوران برابر است با:

$$\frac{۱۳\pi}{۴} = ۲\pi + \frac{۵\pi}{۴}$$

با دوران به اندازه‌ی ۲π، نقطه‌ی A به موقعیت اولیه‌ی خود باز می‌گردد، پس کافیست نقطه‌ی A را در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت به اندازه‌ی $\frac{۵\pi}{۴} = \pi + \frac{\pi}{۴}$ دوران دهیم تا نقطه‌ی A' به دست آید.

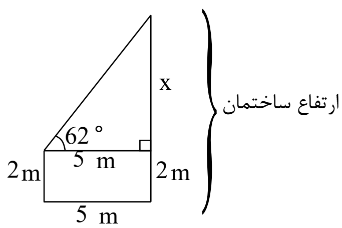
مطابق شکل داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = \cos\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \\ y_{A'} = \sin(-\frac{\pi}{۴}) = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} \end{cases} \Rightarrow x_{A'} + y_{A'} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲} = ۰$$

۵ - گزینه ۲

شکل هندسی این مسئله به‌صورت روبه رو است:



اگر x را محاسبه کنیم، ارتفاع ساختمان به‌صورت $x + ۲$ متر به‌دست خواهد آمد؛ از تانژانت ۶۲° که در مسئله داده شده شروع می‌کنیم:

$$\tan ۶۲^{\circ} \simeq ۲ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{x}{۵} = ۲ \Rightarrow x = ۲ \times ۵ = ۱۰$$

$$\text{ارتفاع ساختمان} = x + ۲ = ۱۰ + ۲ = ۱۲ \text{ متر}$$

۶ - گزینه ۳ بیشترین مقدار سینوس و کسینوس برابر ۱ است. بنابراین مجموع این دو نسبت زمانی ۲ است که هر یک برابر با ۱ باشند:

$$\cos(A-B)=۱ \Rightarrow A-B=۰ \Rightarrow A=B$$

$$\sin(\frac{B}{۲}+C)=۱ \Rightarrow \frac{B}{۲}+C=۹۰^\circ \Rightarrow \widehat{C}=۹۰-\frac{B}{۲}$$

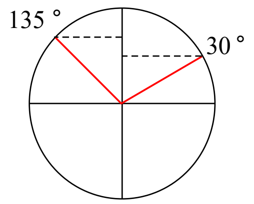
از طرفی: $A+B+C=۱۸۰^\circ \Rightarrow B+B+۹۰-\frac{B}{۲}=۱۸۰$

$$\Rightarrow ۲B-\frac{B}{۲}=۱۸۰-۹۰ \Rightarrow ۱/۵B=۹۰ \Rightarrow B=\frac{۹۰}{۱/۵}=۶۰ \Rightarrow \begin{cases}\widehat{A}=۶۰^\circ\\ \widehat{C}=۶۰^\circ\end{cases}$$

پس مثلث متساوی‌الاضلاع است.

۷ - گزینه ۲

زاویه‌ی θ در حرکت از ۳۰° تا ۱۳۵°، از ۹۰° می‌گذرد، یعنی $\sin\theta$ در این مسیر، حداکثر خود را تجربه می‌کند، یعنی حداکثر $\sin\theta$ برابر با یک است. از طرفی:



یعنی کمترین مقدار سینوس در این شرایط برابر با $\sin ۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}$ است. پس:

$$\frac{۱}{۲}<\sin\theta\leq ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}<\frac{۳m-۲}{۴}\leq ۱ \xrightarrow{\times ۴} ۲<۳m-۲\leq ۴$$

$$\xrightarrow{+۲} ۴<۳m\leq ۶ \xrightarrow{\div ۳} \frac{۴}{۳}<m\leq ۲$$

۸ - گزینه ۳ در ناحیه‌ی سوم دایره‌ی مثلثاتی $\tan x>۰$ و $\sin x<۰$ است.

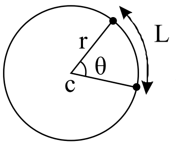
۹ - گزینه ۳ ابتدا زاویه را از درجه به رادیان تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{D}{۱۸۰}=\frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{۵۰}{۱۸۰}=\frac{R}{\pi} \Rightarrow R=\frac{۵\pi}{۱۸}$$

برحسب رادیان $\theta=\frac{L}{r} \Rightarrow \frac{۵\pi}{۱۸}=\frac{۱۰}{r} \Rightarrow r\pi=۳۶ \Rightarrow r=\frac{۳۶}{\pi}$: شعاع دایره

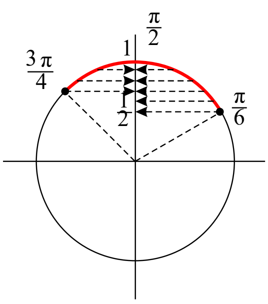
$$\left.\begin{array}{l} S=\text{مساحت دایره}=\pi r^۲\\ P=\text{محیط دایره}=۲\pi r\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{S}{P}=\frac{r}{۲}=\frac{\frac{۳۶}{\pi}}{\frac{۲}{۱}}=\frac{۱۸}{\pi}$$

۱۰ - گزینه ۳



$$\rightarrow \theta=\frac{L}{r}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱}{۴}}=۲$$

۱۱ - گزینه ۲ در دایره‌ی مثلثاتی وقتی x از $\frac{\pi}{۶}$ تا $\frac{۳\pi}{۴}$ تغییر می‌کند، از $\frac{\pi}{۲}$ نیز عبور می‌کند. پس سینوس آن یک را نیز می‌پذیرد. لذا:

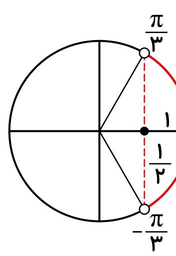


$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\leq\sin x\leq ۱$$

۱۲ - گزینه ۱ با توجه به دایره‌ی مثلثاتی وقتی $-\frac{\pi}{۳}<\alpha<\frac{\pi}{۳}$، کسینوس زاویه‌ی α در فاصله‌ی $(\frac{۱}{۲}, ۱]$ قرار دارد، لذا:

$$\frac{۱}{۲}<\cos\alpha\leq ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۲}<۲m+۱\leq ۱$$

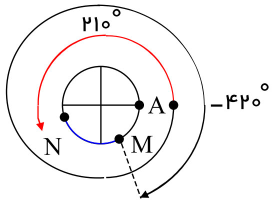
$$\rightarrow -\frac{۱}{۲}<۲m\leq ۰ \Rightarrow -\frac{۱}{۴}<m\leq ۰$$



۱۳ - گزینه ۳

با توجه به شکل زیر نقطهٔ A را متناظر صفر درجه در نظر می‌گیریم. بنابراین واضح است نقطهٔ M از ۲۷۰ درجه به اندازهٔ ۳۰ درجه بیشتر است و نقطهٔ N از ۱۸۰ درجه به اندازهٔ ۳۰ درجه بیشتر است پس کمان MN برابر ۹۰ درجه یا $\frac{\pi}{۲}$ رادیان است.

$$\theta=\frac{L}{r}\rightarrow\frac{\pi}{۲}=\frac{L}{۳}\rightarrow L=\frac{۳\pi}{۲}$$



۱۴ - گزینه ۴ اگر مرکز دایره $O\left(x_{\circ}\cdot y_{\circ}\right)$ بوده و بخواهیم نقطه‌ی A روی دایره را به اندازه‌ی θ درجه در جهت عقربه‌های ساعت روی دایره به شعاع R دوران دهیم. مختصات نقطه‌ی جدید به صورت $(x_{\circ}+R\cos\theta\ ,\ y_{\circ}-R\sin\theta)$ در می‌آید.

$$R=۳,O(\circ,۲)\rightarrow M=(\circ+۳\cos ۱۲\circ\ ,\ ۲-۳\sin ۱۲\circ)\rightarrow M=\left(-\frac{۳}{۲}\ ,\ ۲-\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}\right)$$

۱۵ - گزینه ۲

$$\overset{\Delta}{ADC}\ :\sin ۳\circ^{\circ}=\frac{AD}{AC}\Rightarrow AC=\frac{۲}{\frac{۱}{۲}}=۴$$

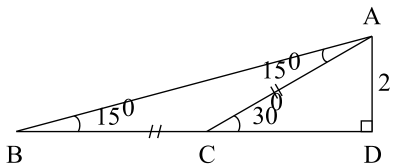
$$\overset{\Delta}{ADC}\ :C\widehat{A}D=۹\circ^{\circ}-۳\circ^{\circ}=۶\circ^{\circ}$$

$$\overset{\Delta}{ABD}\ :\widehat{B}=۹\circ^{\circ}-\widehat{A}=۹\circ^{\circ}-(۶\circ^{\circ}+۱۵^{\circ})=۱۵^{\circ}$$

پس مثلث ABC متساوی‌الساقین است و شکل به صورت زیر خواهد بود:

$$\Rightarrow AC=BC=۴$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}BC\times AD=\frac{۱}{۲}\times ۴\times ۲=۴$$

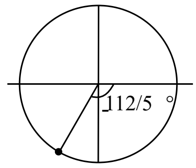


۱۶ - گزینه ۱ کافیست زاویهٔ داده شده را در $\frac{\pi}{۱۸\circ}$ ضرب کنیم.

$$۲۱\circ^{\circ}\times\frac{\pi}{۱۸\circ^{\circ}}=\frac{۷\pi}{۶}$$ رادیان

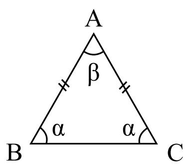
۱۷ - گزینه ۳ ابتدا بهتر است زاویه را به صورت درجه بیان کنیم، برای این منظور کافیست به جای π قرار دهیم $۱۸\circ^{\circ}$.

$$-\frac{۵\pi}{۸}=\frac{-۵\times ۱۸\circ^{\circ}}{۸}=-۵(۲۲/۵^{\circ})=-۱۱۲/۵^{\circ}$$



۱۸ - گزینه ۳ با توجه به متساوی‌الساقین بودن مثلث، زوایای مجاور به دو ساق باهم برابرند و داریم:

$$۲\alpha+\beta=\pi\qquad (I)$$



از طرف زوایا باید بر حسب یک واحد بیان شوند،

لذا درجه را به رادیان تبدیل می‌نماییم. برای این تبدیل زاویه بر حسب درجه را در $\frac{\pi}{۱۸\circ^{\circ}}$ ضرب می‌نماییم.

$$\frac{۳۶\circ^{\circ}}{\pi}\times\frac{\pi}{۱۸\circ^{\circ}}=۲rad$$

مجموع دو زاویه نابرابر $=۲rad\rightarrow\alpha+\beta=۲rad\qquad (II)$

$$(I)\ ,\ (II)\rightarrow\alpha+\alpha+\beta=\pi\rightarrow ۲+\alpha=\pi\rightarrow\alpha=\pi-۲$$

$$\alpha+\beta=۲\rightarrow\pi-۲+\beta=۲\rightarrow\beta=۴-\pi\xrightarrow{\pi\simeq ۳/۱۴}\circ/۸۶rad$$

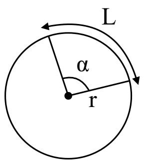
۱۹ - گزینه ۲ ابتدا طول کمان را با رابطهٔ زیر محاسبه می‌نماییم. در این رابطه θ باید برحسب رادیان باشد.

$$L=r\cdot\theta \rightarrow ۱۲=۴\times\theta \rightarrow \theta=۳rad$$

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ}=\frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{D}{۱۸۰^\circ}=\frac{۳}{\pi} \rightarrow D=\frac{۵۴۰^\circ}{\pi}$$

۲۰ - گزینه ۲ وقتی هر چرخ به اندازهٔ α رادیان می‌چرخد، مسافت طی شده برابر قسمتی از محیط دایره (طول کمانی از دایره) است که توسط α بریده می‌شود:

$$\alpha=\frac{L}{r}$$



وقتی چرخ جلو ۷۰° می‌چرخد:

$$\frac{R}{\pi}=\frac{D}{۱۸۰^\circ} \Rightarrow \frac{R}{\pi}=\frac{۷۰^\circ}{۱۸۰^\circ} \Rightarrow R=\frac{۷\pi}{۱۸}$$

$$\alpha=\frac{L}{r} \xrightarrow[r=۱]{\text{چرخ}} \frac{۷\pi}{۱۸}=\frac{L}{۱} \Rightarrow L=\frac{۷\pi}{۱۸}$$

چون چرخ عقب نیز همین مسافت را طی کرده است و با توجه به اینکه شعاع چرخ عقب ۱۲۰ سانتی‌متر معادل ۱٫۲ متر است. خواهیم داشت:

$$\alpha'=\frac{L}{r'} \xrightarrow[r'=۱٫۲m]{L=\frac{۷\pi}{۱۸}} \alpha'=\frac{\frac{۷\pi}{۱۸}}{۱٫۲}=\frac{۷\pi}{۱۸\times ۱٫۲}=\frac{۷\pi}{۱۸\times ۱٫۲}\times\frac{۱۸۰^\circ}{\pi}=\frac{۷۰^\circ}{۱٫۲}\simeq ۵۸^\circ$$

۲۱ - گزینه ۳ زاویهٔ مرکزی در یک دایره با کمان روبروی خود برابر است.

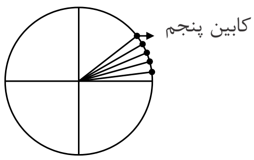
پس طول کمان مقابل زاویهٔ مورد نظر هم یک رادیان است.

و وتر متناظر با آن کمان که قاعدهٔ مثلث هم می‌باشد، از خود و کمان کوچک‌تر است.

۲۲ - گزینه ۴

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ}=\frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{۱^\circ}{۱۸۰^\circ}=\frac{R}{\pi} \Rightarrow R=\frac{\pi}{۱۸۰}\approx\frac{۳}{۱۸۰}=\frac{۱}{۶۰}\approx ۰٫۰۱۷$$

۲۳ - گزینه ۴ در قدم اول زاویهٔ بین دو کابین متوالی را شناسایی می‌نماییم.



$$\alpha=\frac{۲\pi}{۳۶}=\frac{\pi}{۱۸}$$

حال میزان دوران را به فرم دیگری می‌نویسیم که بر حسب $\frac{\pi}{۱۸}$ تنظیم شده باشد:

$$\frac{۱۱\pi}{۳}=\frac{۶\pi}{۳}+\frac{۵\pi}{۳}=۲\pi+\frac{۵\pi}{۳}=۲\pi+۳۰\times\frac{\pi}{۱۸}$$

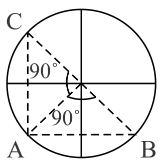
بنابراین کابین پنجم ابتدا یک دوران کامل انجام می‌دهد تا به جای اولیهٔ خود برگردد. سپس به اندازهٔ ۳۰ کابین جابه‌جا می‌شود.

بنابراین کابین شمارهٔ ۵ در موقعیت کابین $۳۰+۵=۳۵$ قرار می‌گیرد.

۲۴ - گزینه ۴ هر یک از زوایا را بر حسب درجه می‌نویسیم:

$$A=\frac{۱۱\pi}{۹}=۲۲۰^\circ \ , \ B=\frac{۳۱\pi}{۱۸}=۳۱۰^\circ \ , \ C=\frac{۱۳\pi}{۱۸}=۱۳۰^\circ$$

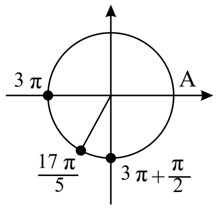
هریک از زوایا را روی دایره نمایش می‌دهیم:



مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

۲۵ - گزینه ۳ نکته: هر دور دایرهٔ مثلثاتی برابر ۲π رادیان است.

$$\frac{17\pi}{5}=3\pi+\frac{2\pi}{5}=\underbrace{2\pi}_{\text{یک دور}}+\overset{\text{نیم دور}}{\pi}+\frac{2\pi}{5}$$



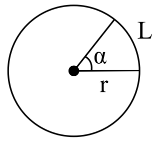
بنابراین از مبدأ (نقطهٔ A) به اندازهٔ یک و نیم دور به علاوهٔ $\frac{2\pi}{5}$ رادیان حرکت کرده‌ایم. با توجه به اینکه $\frac{\pi}{2}<\frac{2\pi}{5}<0$، پس $3\pi<3\pi+\frac{2\pi}{5}<3\pi+\frac{\pi}{2}$، بنابراین زاویهٔ $\frac{17\pi}{5}$ در ربع سوم دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

۲۶ – گزینه ۴ نکته: زاویهٔ α رادیان برابر $\alpha\times\frac{180^\circ}{\pi}$ درجه است.

با توجه به نکتهٔ بالا، زاویهٔ $\frac{\pi}{20}$ رادیان برحسب درجه برابر است با: $\frac{180^\circ}{\pi}\times\frac{\pi}{20}=9^\circ$

۲۷ – گزینه ۱ با توجه به رابطهٔ $L=r\times\alpha$ می‌توان زاویهٔ α را محاسبه نمود. باید توجه داشت که زاویه باید بر حسب رادیان مطرح شده باشد.

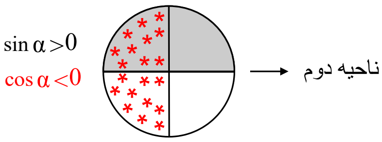
$$L=r\times\alpha$$
$$2=10\times\alpha\rightarrow\alpha=0/2rad$$



۲۸ – گزینه ۲ ابتدا عبارت‌ها را ساده‌تر می‌نماییم تا بتوان در مورد نواحی مثلثاتی اظهار نظر کرد:

$$\sin\alpha\cdot\tan\alpha<0\rightarrow\sin\alpha\times\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}<0\rightarrow\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}<0\rightarrow\cos\alpha<0\quad(I)$$
$$\cos\alpha\cdot\cot\alpha>0\rightarrow\cos\alpha\times\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}>0\rightarrow\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}>0\rightarrow\sin\alpha>0\quad(II)$$

حال بین نتیجهٔ (I) و (II) اشتراک بگیریم.



۲۹ – گزینه ۲ ابتدا زوایا باید برحسب یک واحد نوشته شوند، می‌توان 15° را برحسب رادیان بازنویسی کرد:

$$\frac{D}{180^\circ}=\frac{R}{\pi}\rightarrow\frac{15^\circ}{180^\circ}=\frac{R}{\pi}\rightarrow R=\frac{\pi}{12}$$

مجموع زوایای داخلی مثلث برابر π رادیان است:

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=\pi\rightarrow\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{12}+\hat{C}=\pi\rightarrow\hat{C}=\pi-\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{12}\rightarrow\hat{C}=\frac{\pi}{4}$$

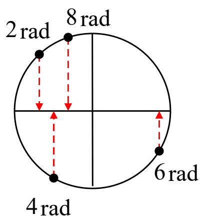
۳۰ – گزینه ۳ برای حل سوال باید توجه داشت که $1rad$ تقریباً معادل 57° است. لذا داریم:

$2rad=114^\circ$ $\quad$ $6rad=342^\circ$

$4rad=228^\circ$ $\quad$ $8rad=456^\circ$

در این مرحله روی دایره زوایا و کسینوس مرتبط با هر زاویه را مشخص می‌نماییم.

با توجه به تصویر فقط ۶ cos مقدار مثبت دارد و سایر زوایا مقدار کسینوسشان منفی است.



پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۳	۱۱ - ۲	۱۶ - ۱	۲۱ - ۳	۲۶ - ۴
۲ - ۳	۷ - ۲	۱۲ - ۱	۱۷ - ۳	۲۲ - ۴	۲۷ - ۱
۳ - ۳	۸ - ۳	۱۳ - ۳	۱۸ - ۳	۲۳ - ۴	۲۸ - ۲
۴ - ۱	۹ - ۳	۱۴ - ۴	۱۹ - ۲	۲۴ - ۴	۲۹ - ۲
۵ - ۲	۱۰ - ۳	۱۵ - ۲	۲۰ - ۲	۲۵ - ۳	۳۰ - ۳