



علی هاشمی

نام آزمون: تابع نمایی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- از معادله  $۴^x - ۲^x - ۶ = ۰$  جواب  $x$  کدام است؟

$\log \frac{۲}{۳}$  (۴)

$\log_p^۲$  (۳)

$\log \frac{۳}{۲}$  (۵)

$\log_p^۳$  (۱)

۲- در مورد طول نقاط تقاطع دو تابع  $y = ۲^x$  و  $y = x^۲$  کدام گزینه درست است؟

(۲) در دو نقطه صحیح و یک نقطه غیر صحیح متقاطع اند.

(۱) دقیقاً دو نقطه تقاطع دارند.

(۴) در دو نقطه غیر صحیح و یک نقطه صحیح متقاطع اند.

(۳) در دو نقطه صحیح و دو نقطه غیر صحیح متقاطع اند.

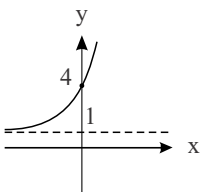
۳- اگر  $x < y$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$(\frac{۲}{\sqrt{۳}})^{۲x} > (\frac{۲}{\sqrt{۳}})^{۲y}$  (۴)

$۵^{-x} > ۵^{-y}$  (۳)

$۳^{x-1} > ۳^{y-1}$  (۵)

$۲^{x+1} > ۲^{y+1}$  (۱)



۴- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a(\sqrt{۲})^{bx} + ۱$  به صورت زیر است. کدام گزینه درست است؟

$b < ۰, a = ۳$  (۲)

$b < ۰, a = -۳$  (۱)

$b > ۰, a = \frac{1}{۳}$  (۴)

$b > ۰, a = ۳$  (۳)



۵- نمودار توابع  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{ax-1}$  و  $g(x) = 32^{x-1}$  در نقطه‌ای به عرض  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$  متقاطع‌اند. در این صورت  $a$  کدام است؟

- ①  $\frac{25}{7}$       ②  $\frac{7}{25}$       ③  $\frac{14}{25}$       ④  $\frac{7}{10}$

۶- از معادله زیر حاصل  $\frac{x}{y}$  برابر با کدام گزینه می‌باشد؟

$$\frac{72^{x+y}}{27^x} = \left(\frac{1}{36}\right)^3$$

- ①  $-\frac{8}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $-4$       ④  $-\frac{1}{4}$

۷- دو تابع نمایی  $y_1 = a^x$  و  $y_2 = b^x$  را در نظر بگیرید. اگر دو تابع نسبت به خط ..... قرینه یکدیگر باشند. آنگاه بین  $a$  و  $b$  رابطه ..... برقرار است.

- ①  $a \times b = -1, x = 0$       ②  $a \times b = -1, y = 0$       ③  $a \times b = 1, x = 0$       ④  $a \times b = 1, y = 0$

۸- نمودار تابع  $y = -3^{(x-1)}$  از کدام ناحیه‌های محورهای مختصات می‌گذرد؟

- ① سوم و چهارم      ② دوم و چهارم      ③ اول، دوم و چهارم      ④ اول و دوم



۹- نمودار تابع  $f(x) = a + 3^{(x-b)}$  از نقطه  $(4, 29)$  می‌گذرد. اگر  $f(3) = 11$  باشد، آن‌گاه  $a + b$  کدام است؟

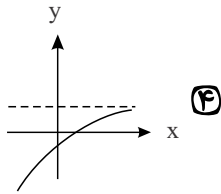
۶ (۴)

۵ (۳)

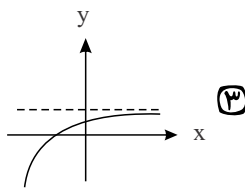
۳ (۲)

۲ (۱)

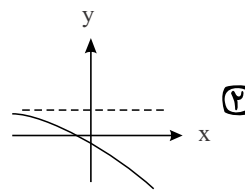
۱۰- نمودار تابع  $f(x) = -6\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 1$  شبیه کدام یک از نمودارهای زیر است؟



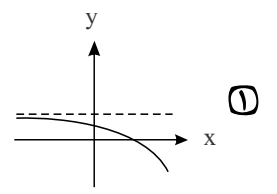
(۴)



(۳)

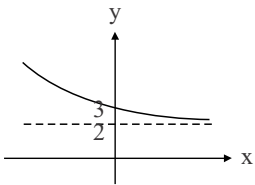


(۲)



(۱)

۱۱- در دستگاه مختصات روبه‌رو، نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a + \left(\frac{1}{2}\right)^{x-b}$  رسم شده است. کدام  $ab$  است؟



۲ (۲)

۱ (۱)

صفر (۴)

۳ (۳)

۱۲- اگر  $f(x) = 4^x + 2$  و  $f(-1) \cdot f(a) = \frac{297}{2}$  مقدار  $a$  کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)



۱۳- اگر  $a$  عددی حقیقی و نمودار توابع  $f(x) = (4a - 2)^x$  و  $g(x) = \left(1 - \frac{a}{2}\right)^x$  نسبت به محور  $y$ ها قرینۀ هم باشند، مجموع مقادیر ممکن برای

$a$  کدام است؟

۳ (۴)

۲٫۵ (۳)

۲ (۲)

۱٫۵ (۱)

۱۴- جواب معادله  $\frac{\sqrt{3}}{27} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^x = \sqrt{27} \left(\frac{\sqrt{3}}{243}\right)^{3-x}$  کدام است؟

$\frac{31}{67}$  (۴)

$\frac{57}{29}$  (۳)

$-\frac{67}{31}$  (۲)

$-\frac{57}{29}$  (۱)

۱۵- خط  $y = 12$  نمودار تابع  $f(x) = (\sqrt{3})^x$  را در کدام بازه قطع می کند؟

(۵, ۶) (۴)

(۴, ۵) (۳)

(۳, ۴) (۲)

(۲, ۳) (۱)

۱۶- از معادله  $4^x - 4 + \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = 0$  مقدار  $x$  کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)





۱۷- نمودار تابع  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  دارای کدام ویژگی است؟

- ① افزایشی است.      ② یک به یک است.      ③ دامنه آن  $\mathbb{R} - \{0\}$  است.      ④ برد آن  $[0, +\infty)$  است.

۱۸- جواب معادله  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 20$  در کدام بازه قرار دارد؟

- ①  $(-3, -2)$       ②  $(-4, -3)$       ③  $(-5, -4)$       ④  $(-6, -5)$

۱۹- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{1}{2^{x-1}} \geq (2\sqrt{2})^{2x}$  کدام است؟

- ①  $x \geq \frac{1}{4}$       ②  $x \leq \frac{1}{4}$       ③  $x \geq \frac{1}{2}$       ④  $x \leq \frac{1}{2}$

۲۰- از معادله زیر حاصل  $\frac{x}{y}$  برابر با کدام گزینه می‌باشد؟

$$\frac{72^{x+y}}{27^x} = \left(\frac{1}{36}\right)^3$$

- ①  $-\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $-4$       ④  $-\frac{1}{4}$



۲۱- نمودار تابع  $f(x) = 3^{7x-2} - 3^{7x+1}$  محور  $y$ ها را با کدام عرض قطع می کند؟

۴) -۳

۳)  $-\frac{26}{9}$

۲)  $-\frac{25}{9}$

۱)  $-\frac{8}{3}$

۲۲- معادله  $9^x = 3^{x^2-4x}$  چند ریشه دارد؟

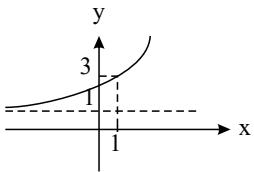
۴) بی شمار

۳) صفر

۲) ۲

۱) ۱

۲۳- در دستگاه مختصات روبه رو، نمودار  $f(x) = a + 2^{x-b}$  رسم شده است. مقدار  $a + b$  کدام است؟



۲) -۱

۱) ۱

۴) -۲

۲) ۳

۲۴- فاصله نقطه برخورد توابع  $f(x) = (0,2)^{2+\sqrt{27x}}$  و  $g(x) = (5)^{-\sqrt{3x}}$  از محور طولها، کدام است؟

۴) ۵

۳) ۲

۲) ۰,۲

۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۲۵- اگر عدد  $(\frac{1}{p})^{a-1}$  کوچک تر از ۱۲۵، باشد، محدوده  $a$  کدام است؟

۴)  $a < 2$

۳)  $a > 4$

۲)  $a < 4$

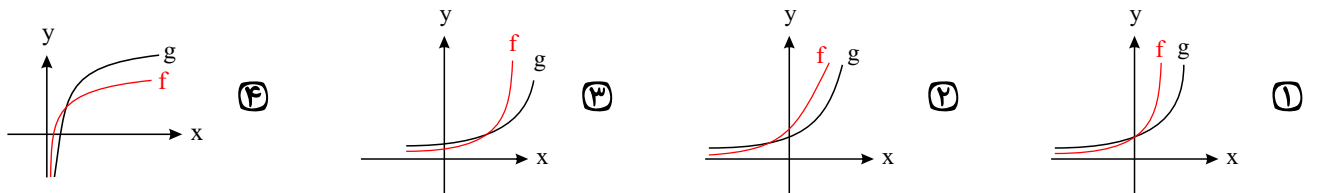
۱)  $a > 2$



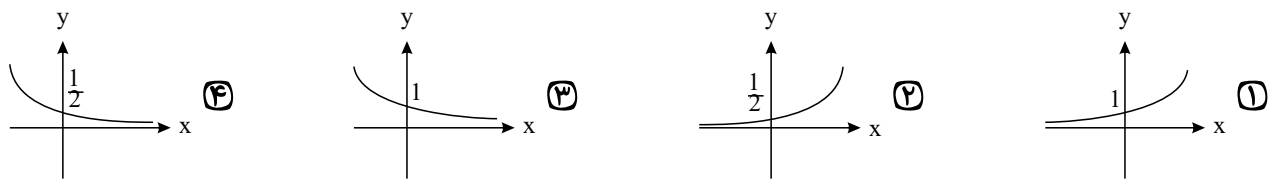
۲۶- اگر نمودار دو تابع نمایی  $f(x) = (a+1)^x$  و  $g(x) = (3a-7)^{-x}$  نسبت به محور  $y$ ها قرینه یکدیگر باشند،  $a$  کدام است؟

- ① ۵      ②  $\frac{3}{2}$       ③  $\frac{5}{2}$       ④ ۴

۲۷- در کدام یک از موارد زیر نمودار دو تابع  $f(x) = 3^{x-2}$  و  $g(x) = 2^{x-2}$  نسبت به هم درست رسم شده است؟



۲۸- به ازای تمام مقادیر حقیقی  $r$ ، نقطه  $(r+1, 2^r)$  را در دستگاه مختصات مشخص کرده ایم. نمودار به دست آمده، کدام است؟



۲۹- اگر  $x$  جواب معادله نمایی  $5^{x+1} = 2^{-x} - 3^{(0.25)^{x-1}}$  باشد، در این صورت  $\log_x \sqrt{27}$  کدام است؟

- ① ۲      ② ۳      ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{1}{2}$



۳۰- مقدار تابع نمایی  $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$  با افزایش مقدار  $x$  رو به ..... است.

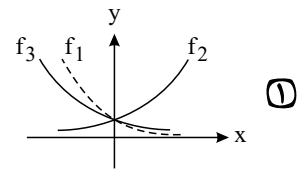
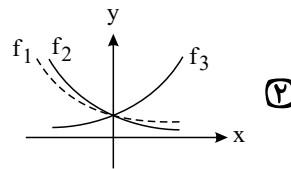
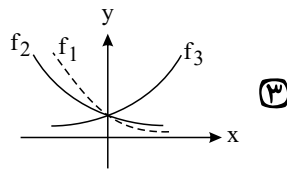
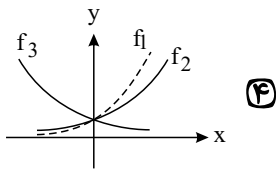
④  $0 < a < 1$  - کاهش

③  $a > 1$  - کاهش

⑤  $0 < a < 1$  - کاهش

①  $a > 0$  - افزایش

۳۱- اگر  $f_1(x) = a^x$  و  $f_2(x) = b^x$  و  $f_3(x) = c^x$  و  $0 < a < b < 1 < c$  باشد، آن گاه کدام گزینه صحیح است؟



۳۲- کدام گزینه نادرست است؟

④  $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{7}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{6}}$

③  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{7}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{6}}$

⑤  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}} = 3^{-0.4}$

①  $4\sqrt{7} > 4\sqrt{6}$

۳۳- با توجه به معادلات زیر، حاصل  $x + y$  کدام است؟

$$\begin{cases} 4^{2x+2} = 16^{2x+3} \\ 25^{3x+2y} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x} \end{cases}$$

④ ۲

③ -۲

⑤ ۳

① -۳



۳۴- اگر داشته باشیم:  $5^{n-1} - 5^{n-2} = 500$ ، در این صورت  $3^n$  کدام است؟

۲۷ $\sqrt{3}$  (۴)

۲۴۳ (۳)

۸۱ (۲)

۲۷ (۱)

۳۵- تعداد نقاط تلاقی خط  $y = x + 2$  با نمودار تابع  $f(x) = 2^x$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۳۶- به ازای کدام مقدار  $a$ ، در تابع  $f(x) = (2a - a^2)^x$  با افزایش  $x$ ، مقدار  $y$  هم افزایش می‌یابد؟

هیچ مقدار  $a$  (۴)

$0 < a < 1$  (۳)

$0 < a < 2$  (۲)

$a < 1$  (۱)

۳۷- در کدام بازه، نمودار تابع  $y = 4(2)^x$  بالاتر از نمودار تابع  $y = 8^x$  قرار دارد؟

$1 < x < 2$  (۴)

$0 < x < 1$  (۳)

$x < 1$  (۲)

$x > 1$  (۱)



۳۸- نمودار وارون تابع  $f(x) = 2(2^{x-1} - 1)$  از کدام ناحیه‌ی دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

- اول ①      دوم ②      سوم ③      چهارم ④

۳۹- اگر  $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} < \left(\frac{1}{3}\right)^{5-x}$  باشد، آن‌گاه حدود  $x$  کدام است؟

- ①  $x < \frac{4}{3}$       ②  $x > \frac{4}{3}$       ③  $x < 2$       ④  $x > 2$

۴۰- نمودار تابع  $y = \frac{3x+6}{5} - 20(\sqrt{5})^{x+\frac{2}{3}} - \frac{1}{5}$  محور طول‌ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- ① ۱      ② ۲      ③ -۲      ④ -۱



## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱

$$3^x - 2^x - 6 = (3^x)^2 - 2^x - 6 = 0 \xrightarrow{3^x=t} t^2 - t - 6 = (t-3)(t+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 3 \end{cases}$$

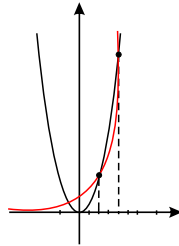
چون  $2^x$  منفی نیست، پس:  $t = 3^x = 3 \Rightarrow x = \log_3 3$

۲ - گزینه ۲ این معادله به روش  $L$  جبری و کلاسیک قابل حل نمی‌باشد. لذا با روش هندسی، تعداد ریشه قابل شناسایی می‌باشد.

با توجه به نمودار معادله سه ریشه دارد.

$$x = 2 \rightarrow \begin{cases} y = x^2 = 4 \\ y = 2^x = 4 \end{cases}$$

$$x = 4 \rightarrow \begin{cases} y = x^2 = 16 \\ y = 2^x = 16 \end{cases}$$



یک ریشه بین  $-1$  و صفر قرار دارد که نمی‌توان مقدار دقیق را محاسبه کرد.

۳ - گزینه ۳ نکته: اگر  $a > 1$ ، از شرط  $x < y$  نتیجه می‌شود:  $a^x < a^y$

نکته: اگر  $0 < a < 1$ ، از شرط  $x < y$  نتیجه می‌شود:  $a^x > a^y$

با توجه به نکات بالا، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱:  $x < y \Rightarrow x + 1 < y + 1 \xrightarrow{2 > 1} 2^{x+1} < 2^{y+1}$  ×

گزینه ۲:  $x < y \Rightarrow x - 1 < y - 1 \xrightarrow{3 > 1} 3^{x-1} < 3^{y-1}$  ×

گزینه ۳:  $x < y \Rightarrow -y < -x \xrightarrow{5 > 1} 5^{-y} < 5^{-x}$  ✓

گزینه ۴:  $x < y \Rightarrow 2x < 2y \xrightarrow{\frac{2}{\sqrt{3}} > 1} \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2x} < \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{2y}$  ×

۴ - گزینه ۳ منحنی از نقطه‌ای به مختصات  $(0, 4)$  عبور می‌نماید، لذا مختصات آن در معادله تابع صدق می‌نماید.

$$x = 0 \rightarrow y = a(\sqrt{2})^0 + 1 = 4 \rightarrow a = 3 \rightarrow f(x) = 3(\sqrt{2})^{bx} + 1$$

با توجه به اینکه نمودار اکیداً صعودی است پس پایه تابع نمایی باید بزرگتر از یک باشد. برای درستی این مطلب پارامتر  $b$  باید مثبت باشد.

۵ - گزینه ۱

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 3 \cdot 2^{x-1} \Rightarrow 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{\Delta(x-1)} \Rightarrow -\frac{3}{2} = \Delta x - \Delta \Rightarrow \Delta - \frac{3}{2} = \Delta x$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{2} = \Delta x \Rightarrow x = \frac{\Delta}{10}$$

پس نقطه برخورد  $\left(\frac{\Delta}{10}, \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$  است، لذا مختصات آن در تابع  $f$  نیز صدق می‌کند:

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{a\left(\frac{\Delta}{10}\right)-1} \Rightarrow 2^{-\frac{3}{2}} = 2^{1-\frac{\Delta}{10}a}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2} = 1 - \frac{\Delta}{10}a \Rightarrow \frac{\Delta}{10}a = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{\Delta}{10}} = \frac{50}{14} = \frac{25}{7}$$

۶ - گزینه ۴ ابتدا طرفین معادله را تا جای ممکن تجزیه می‌کنیم.

$$72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$$



$$27 = 3^3$$

$$36 = 4 \times 9 = 2^2 \times 3^2$$

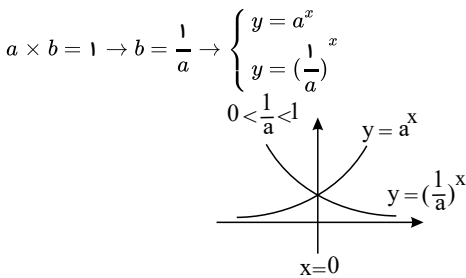
$$\frac{27^{x+y}}{27^x} = \frac{(2^2 \times 3^2)^{x+y}}{(3^3)^x} = \frac{2^{2x+2y} \times 3^{2x+2y}}{3^{3x}} = \frac{1}{(2^2 \times 3^2)^3}$$

$$2^{2x+2y} \times 3^{2y-x} = 2^{-6} \times 3^{-6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = -6 \\ 2y - x = -6 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} 2x + 2y = -6 \\ 4y - 2x = -12 \end{cases} \Rightarrow 6y = -18$$

$$\Rightarrow y = \frac{-3}{1} \Rightarrow x = \frac{0}{1} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{0}{-3} = 0 = -\frac{6}{-18} = -\frac{1}{3}$$

۷ - گزینه ۳ برای حل می‌توان از گزینه‌ها استفاده کرد. اگر حاصلضرب با پایه‌ها یک باشد، داریم:

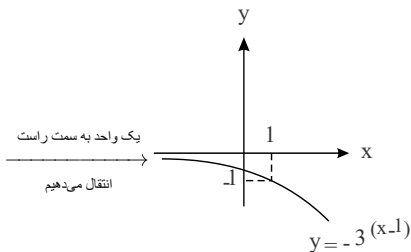
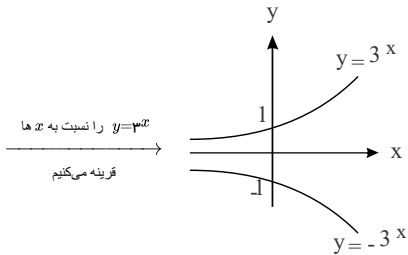


حال اگر  $a > 1$  باشد می‌توان نتیجه گرفت:

و نمودار دو تابع به صورت زیر است:

بنابراین دو نمودار نسبت به محور  $y$  یا همان خط  $x = 0$  متقارن هستند.

۸ - گزینه ۱ به کمک انتقال، تابع داده شده را رسم می‌کنیم:



پس نمودار تابع داده شده از ناحیه‌های سوم و چهارم می‌گذرد.

۹ - گزینه ۲ با توجه به اینکه منحنی از نقطه  $(4, 29)$  عبور می‌نماید مختصات این نقطه در معادله تابع صدق می‌نماید.

$$A(4, 29) \rightarrow a + 3^{4-b} = 29 \Rightarrow \begin{cases} 3^{4-b} = 29 - a \\ 3^{3-b} = 11 - a \end{cases} \xrightarrow{(\div)} 3^{(4-b)-(3-b)} = \frac{29-a}{11-a}$$

$$f(3) = 11 \rightarrow a + 3^{3-b} = 11 \Rightarrow \frac{29-a}{11-a} = 3 \rightarrow 29 - a = 33 - 3a \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 2$$

$$1 \xrightarrow{a=2} 2 + 3^{3-b} = 11 \rightarrow 3^{3-b} = 9 \rightarrow 3^{3-b} = 3^2 \rightarrow 3 - b = 2 \rightarrow b = 1$$

$$a + b = 2 + 1 = 3$$

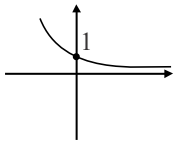
پس داریم:

۱۰ - گزینه ۴ برای رسم نمودار بهتر است ابتدا تابع را ساده نماییم.

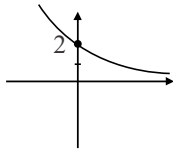




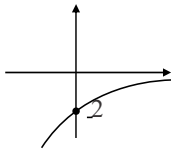
$$f(x) = -6\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 1 = -6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x \times \frac{1}{3} + 1 = -2\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$$



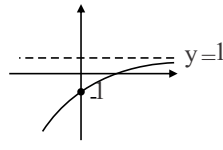
$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$



$$y = 2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^x$$



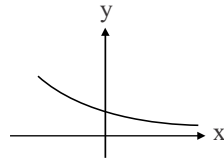
$$y = -2\left(\frac{1}{3}\right)^x$$



$$y = -2\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$$

۱۱ - گزینه ۴

نمودار تابع  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-b}$  به شکل مقابل است:



بنابراین نمودار  $f(x)$  نسبت به این نمودار به اندازه ۲ واحد به بالا منتقل شده است. پس  $a = 2$ . با توجه به نمودار، نقطه  $(0, 3)$  روی تابع قرار دارد. پس:

$$a + \left(\frac{1}{2}\right)^{0-b} = 3 \xrightarrow{a=2} \left(\frac{1}{2}\right)^{-b} = 1 \Rightarrow -b = 0 \Rightarrow b = 0$$

بنابراین:  $ab = 0$

۱۲ - گزینه ۳

$$f(-1) = 4^{-1} + 2 = \frac{1}{4} + 2 = \frac{9}{4}, \quad f(a) = 4^a + 2$$

$$f(-1) \cdot f(a) = \frac{297}{2} \Rightarrow \frac{9}{4}(4^a + 2) = \frac{297}{2}$$

$$\Rightarrow 4^a + 2 = \frac{297 \times 2}{9} = 66 \Rightarrow 4^a = 64 \Rightarrow a = 3$$

۱۳ - گزینه ۳ نمودار دو تابع  $y = a^x$  و  $y = a^{-x}$  نسبت به محور  $y$ ها قرینه هستند، پس داریم:

$$(4a - 2)\left(1 - \frac{a}{2}\right) = 1 \Rightarrow 4a - 2a^2 - 2 + a - 1 = 0 \Rightarrow -2a^2 + 5a - 3 = 0$$

$$\rightarrow 2a^2 - 5a + 3 = 0 \rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها: } S = \frac{-b}{a} = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2}$$

۱۴ - گزینه ۳

$$\frac{\sqrt{3}}{27} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x = \sqrt{27} \left(\frac{\sqrt{3}}{243}\right)^{3-x} \rightarrow \frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^3} \left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^x = 3^{\frac{3}{2}} \left(\frac{3^{\frac{1}{2}}}{3^5}\right)^{3-x}$$

$$\rightarrow 3^{-\frac{5}{2}} \times 3^{-\frac{x}{2}} = 3^{\frac{3}{2}} \left(3^{-\frac{1}{2}}\right)^{3-x} \rightarrow 3^{-\frac{5}{2} - \frac{x}{2}} = 3^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{9-x}{2}}$$

$$\rightarrow 3^{\frac{15-2x}{6}} = 3^{\frac{9x-24}{2}} \rightarrow \frac{-15-2x}{6} = \frac{9x-24}{2}$$

$$\rightarrow 3(9x - 24) = -15 - 2x \rightarrow 27x - 72 = -15 - 2x \rightarrow 29x = 57 \rightarrow x = \frac{57}{29}$$

۱۵ - گزینه ۳ باید محدوده جواب معادله  $(\sqrt{3})^x = 12$  را به دست آوریم:

$$\left(\frac{1}{3^2}\right)^x = 12 \rightarrow 3^{\frac{x}{2}} = 12 \xrightarrow{\text{توان ۲}} \left(3^{\frac{x}{2}}\right)^2 = 12^2 \rightarrow 3^x = 144$$

$$81 < 144 < 243 \rightarrow 3^4 < 3^x < 3^5 \rightarrow 4 < x < 5$$

$$4^x - 4 + \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = 0 \rightarrow 4^x - 4 + (4^{-1})^{x-1} = 0$$

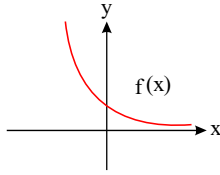
$$\rightarrow 4^x - 4 + 4^{1-x} = 0 \rightarrow 4^x - 4 + \frac{4}{4^x} = 0$$

۱۶ - گزینه ۳



$$4^x = t \rightarrow t - 4 + \frac{4}{t} = 0 \rightarrow \frac{t^2 - 4t + 4}{t} = 0 \rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0$$

$$\rightarrow (t - 2)^2 = 0 \rightarrow t = 2 \rightarrow 4^x = 2 \rightarrow 2^{2x} = 2 \rightarrow 2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$



۱۷ - گزینه ۲

نمودار تابع  $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$  به صورت شکل روبه رو است.

و مشاهده می کنیم که:

نمودار کاهشی است، یک به یک است.

دامنه تابع  $\mathbb{R}$  است و برد تابع  $(0, +\infty)$  است.

۱۸ - گزینه ۳

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = 20 \rightarrow 2^{-x} = 20 \quad \text{و} \quad 16 < 20 < 32 \rightarrow 2^4 < 2^{-x} < 2^5$$

$$\rightarrow 4 < -x < 5 \rightarrow -4 > x > -5$$

۱۹ - گزینه ۲

$$\frac{1}{2^{x-1}} \geq (2\sqrt{2})^{2x} \rightarrow 2^{1-x} \geq (2 \times 2^{\frac{1}{2}})^{2x} \rightarrow 2^{1-x} \geq (2^{\frac{3}{2}})^{2x}$$

$$\rightarrow 2^{1-x} \geq 2^{3x} \rightarrow 1 - x \geq 3x \rightarrow 1 \geq 4x \rightarrow \frac{1}{4} \geq x$$

۲۰ - گزینه ۴

$$\frac{27^{x+y}}{27^x} = \left(\frac{1}{36}\right)^y \rightarrow \frac{(2^3 \times 3^2)^{x+y}}{(3^2)^x} = \left(\frac{1}{2^2 \times 3^2}\right)^y$$

$$\rightarrow \frac{2^{3x+3y} \times 3^{2x+2y}}{3^{2x}} = (2^2 \times 3^2)^{-y} \rightarrow 2^{3x+3y} \times 3^{-x+2y} = 2^{-6} \times 3^{-6}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x + 3y = -6 \\ -x + 2y = -6 \end{cases} \rightarrow x = \frac{2}{3}, y = -\frac{1}{3}$$

$$\text{پس } \frac{x}{y} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{1}{4} \text{ است.}$$

۲۱ - گزینه ۳ در محل تقاطع نمودار تابع با محور  $y$  داریم  $x = 0$ :

$$f(0) = 3^{V(0)-2} - 3^{V(0)+1} = 3^{-2} - 3^1 = \frac{1}{3^2} - 3 = \frac{1}{9} - 3 = \frac{-26}{9}$$

۲۲ - گزینه ۲ برای محاسبه مقدار  $x$  ابتدا باید، پایه ها برابر باشند.

$$9^x = 3^{x^2-4} \rightarrow (3^2)^x = 3^{x^2-4} \rightarrow 3^{2x} = 3^{x^2-4}$$

$$2x = x^2 - 4x \rightarrow x^2 - 6x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول می باشند.

۲۳ - گزینه ۱ با توجه به نمودار تابع  $y = 2^x$  یک واحد انتقال روبه بالا داشته است پس:  $a = 1$ .

$$f(x) = 1 + 2^{x-b}$$

منحنی از نقطه ای به مختصات  $P(1, 3)$  عبور نموده، پس مختصات نقطه در معادله صدق می نماید:

$$f(x) = 1 + 2^{x-b} \xrightarrow{A(1,3)} 3 = 1 + 2^{1-b} \rightarrow 2^{1-b} = 2^1 \rightarrow 1 - b = 1 \rightarrow b = 0$$

و نهایتاً داریم:

$$a + b = 1 + 0 = 1$$

۲۴ - گزینه ۴ قبل از محاسبه نقطه برخورد، پایه ها را ساده تر می نمایم.

$$f(x) = \left(\frac{2}{10}\right)^{2+\sqrt{2}x} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2+\sqrt{2}x} = 5^{-2-\sqrt{2}x}$$



$$g(x) = 5^{-\sqrt{3}x}$$

برای محاسبه نقطه برخورد، دو ضابطه را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$5^{-2-\sqrt{3}x} = 5^{-\sqrt{3}x} \rightarrow -2 - \sqrt{3}x = -\sqrt{3}x \rightarrow 2\sqrt{3}x = -2 \rightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 5$$

فاصله نقطه برخورد تا محور xها برابر ارتفاع نقطه برخورد یعنی همان 5 می‌باشد.

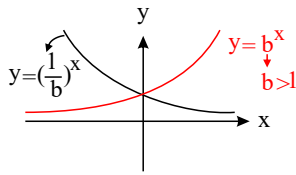
۲۵ - گزینه ۳ در حل نامعادلات نمائی توجه داشته باشید اگر پایه  $0 < a < 1$  باشد جهت نامعادله پس از حذف پایه‌ها تغییر می‌نماید.

$$a^x < a^y \xrightarrow{0 < a < 1} x > y$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{a-1} < 0,125 \rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{a-1} < \left(\frac{1}{4}\right)^3 \rightarrow a-1 > 3 \rightarrow a > 4$$

۲۶ - گزینه ۴

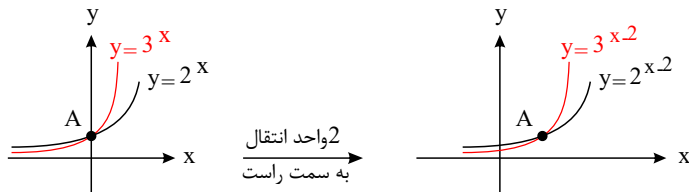
برای حل این سوال ابتدا نمودار توابع نمایی را در دو حالت ممکن بررسی می‌نماییم:



نمودار  $y = \left(\frac{1}{b}\right)^x$  را می‌توان به فرم  $y = b^{-x}$  هم نوشت. با توجه به اطلاعات سوال که دو نمودار  $y = (a+1)^x$  و  $y = (3a-7)^{-x}$  نسبت به محور y متقارن می‌باشند داریم:

$$3a - 7 = a + 1 \rightarrow 2a = 8 \rightarrow a = 4$$

۲۷ - گزینه ۳ با توجه به اینکه ضرایب یک تابع در چه جایگاهی قرار می‌گیرند نمودار را مستقل می‌نماییم. اگر  $f(x-a)$  مطرح باشد، کافیسیت نمودار  $f(x)$  را  $a$  واحد در راستای محور x انتقال دهیم.



۲۸ - گزینه ۲ نکته: با فرض  $a > 0$ ، برای رسم نمودار تابع  $y = f(x-a)$  یا  $y = f(x+a)$ ، کافی است نمودار  $y = f(x)$  را  $a$  واحد به سمت راست (چپ) انتقال دهیم.

با فرض  $x + 1 = t$  داریم:

$$r = x - 1 \Rightarrow y = 2^r = 2^{x-1} \Rightarrow t = 2^{x-1}$$

پس کافی است نمودار  $y = 2^{x-1}$  را رسم کنیم:



بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

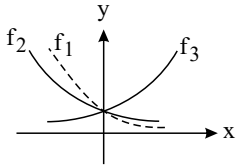
۲۹ - گزینه ۳

$$3\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} - 2^{-x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} \Rightarrow 3 \times 2^{-2x+2} - 2^{-x} = 2^{-x-1}$$

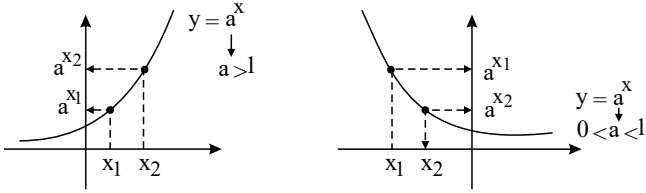
$$\Rightarrow 3 \times 2^{-2x+2} = 2^{-x-1} + 2^{-x}$$

$$\Rightarrow 3 \times 2^{-2x+2} = 2^{-x} \times \frac{3}{2} \Rightarrow 2^{-2x+2} = 2^{-x-1}$$

$$\Rightarrow -2x + 2 = -x - 1 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \log_x \sqrt{27} = \log_x \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$



۳۲ - گزینه ۳ برای حل این سؤال می توان از نمودار توابع نمائی استفاده کرد:



$$x_1 < x_2 \rightarrow a^{x_1} < a^{x_2} \quad x_1 < x_2 \rightarrow a^{x_1} > a^{x_2}$$

گزینه ۱  $\sqrt{6} < \sqrt{7} \rightarrow 4\sqrt{6} < 4\sqrt{7}$

گزینه ۲  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}} = 3^{-\frac{2}{5}} \rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{+\frac{2}{5}} \rightarrow \frac{2}{5} = 0,4$

گزینه ۳  $\sqrt{3} < \sqrt{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$

گزینه ۴  $\sqrt{2} < \sqrt{3} \rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{3}}$

پس فقط گزینه سوم صحیح نمی باشد.

۳۳ - گزینه ۴

$$3^{2x+2} = 16^{2x+2} \Rightarrow 2^{2(2x+2)} = 2^{4(2x+2)}$$

$$\Rightarrow 4x + 4 = 8x + 12 \Rightarrow 4x = -8 \Rightarrow x = -2$$

$$25^{2x+2y} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x} \Rightarrow 5^{2(2x+2y)} = 5^{-2x} \Rightarrow 6x + 4y = -2x \Rightarrow 8x = -4y$$

$$\xrightarrow{x=-2} -16 = -4y \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x + y = -2 + 4 = 2$$

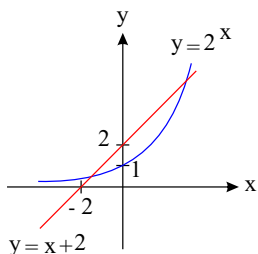
۳۴ - گزینه ۳

$$5^{n-1} - 5^{n-2} = 500$$

$$\Rightarrow 5 \times 5^{n-2} - 5^{n-2} = 500 \Rightarrow 4 \times 5^{n-2} = 500$$

$$\Rightarrow 5^{n-2} = 125 = 5^3 \Rightarrow n - 2 = 3 \Rightarrow n = 5 \Rightarrow 3^5 = 243$$

۳۵ - گزینه ۳ کافی است دو تابع  $y_1 = x + 2$  و  $y_2 = 2^x$  را رسم کنیم.



واضح است خط و منحنی همدیگر را در دو نقطه قطع می کنند.  $\rightarrow$

۳۶ - گزینه ۴ باید پایه تابع نمایی بزرگ تر از یک باشد.

$$a > 1 \rightarrow a - a^2 > 1 \rightarrow a^2 - 2a + 1 < 0 \rightarrow (a - 1)^2 < 0 \rightarrow \text{امکان ندارد}$$

۳۷ - گزینه ۲

$$4(2)^x > 8^x \Rightarrow 2^2 \times 2^x > 2^{3x} \Rightarrow 2^{x+2} > 2^{3x} \Rightarrow x + 2 > 3x \Rightarrow 2x < 2 \Rightarrow x < 1$$

۳۸ - گزینه ۴



$$\rightarrow 125(5^{\frac{x}{2}}) - 100(5^{\frac{x}{2}}) - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow 25(5^{\frac{x}{2}}) = \frac{1}{5} \rightarrow$$

$$5^{\frac{x}{2}} = \frac{1}{125} \rightarrow 5^{\frac{x}{2}} = 5^{-3} \rightarrow \frac{x}{2} = -3 \rightarrow x = -6$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۷ - ۳	۱۳ - ۳	۱۹ - ۲	۲۵ - ۳	۳۱ - ۳	۳۷ - ۲
۲ - ۲	۸ - ۱	۱۴ - ۳	۲۰ - ۴	۲۶ - ۴	۳۲ - ۳	۳۸ - ۴
۳ - ۳	۹ - ۲	۱۵ - ۳	۲۱ - ۳	۲۷ - ۳	۳۳ - ۴	۳۹ - ۱
۴ - ۳	۱۰ - ۴	۱۶ - ۳	۲۲ - ۲	۲۸ - ۲	۳۴ - ۳	۴۰ - ۳
۵ - ۱	۱۱ - ۴	۱۷ - ۲	۲۳ - ۱	۲۹ - ۳	۳۵ - ۳	
۶ - ۴	۱۲ - ۳	۱۸ - ۳	۲۴ - ۴	۳۰ - ۳	۳۶ - ۴	