



علی هاشمی

۱- به ازای چند مقدار صحیح x ، مجموع دو کسر $\frac{x-1}{x-2}$ ، $\frac{1+x}{x}$ برابر کسر $\frac{x^2-2x+2}{x^2-2x}$ می شود؟

۲- معادله $\frac{2x^2+1}{2x+1} + \frac{2x+1}{2x^2+1} = -2$ چند جواب حقیقی دارد؟

۳- اگر حاصل ضرب جواب های معادله $\frac{a}{x^2-4} = \frac{x}{x-2} + \frac{x+1}{x+2}$ برابر $-\frac{3}{2}$ باشد، قدر مطلق تفاضل جواب های معادله کدام است؟

۴- جواب های معادله $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2}$ چگونه اند؟

۵- در مورد معادله $\frac{2x-3}{2x+2} = \frac{5}{x^2-1} - \frac{2x+3}{2x-2}$ ، کدام گزینه صحیح است؟



۶- به ازای کدام مقدار a ، $x = 0$ یک جواب معادله $\frac{x+a}{3x+6} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{a+2}{4-x^2}$ است؟

۷- دبیر ریاضی ترانه، هر هفته یک آزمون ۲۰ امتیازی برگزار می‌کند. پس از ۱۰ هفته ترانه جمعاً ۱۷۰ امتیاز کسب کرده بود. ترانه از هفته دهم به بعد در تمام آزمون‌ها ۱۹ امتیاز کسب کرد؛ به طوری که میانگین امتیاز کل آزمون‌هایش برابر ۱۸ شد. ترانه از هفته دهم به بعد در چند آزمون متوالی نمره ۱۹ گرفته است؟

۸- نقطه A روی خط $y = x - 3$ در ناحیه چهارم دستگاه مختصات قرار گرفته است که فاصله‌اش از نقطه $B(-3, 1)$ برابر ۵ است. مجموع طول و عرض نقطه A چقدر است؟

۹- معادله $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱۰- چند عدد طبیعی وجود دارد که مجموع نصف آن و دو برابر معکوسش برابر $\frac{10}{3}$ شود؟



۱۱- اگر $x = 2$ یکی از ریشه‌های معادله $\frac{a}{x+1} = \frac{a-2x}{x^3+1} + \frac{3a-1}{x^2-x+1}$ باشد، ریشه دیگر این معادله کدام است؟

۱۲- ۵۰ گرم از محلولی با غلظت ۶۰ درصد داریم. چند گرم ماده حل شدنی به آن اضافه کنیم تا غلظت محلول به ۸۰ درصد برسد؟

۱۳- معادله $x = 2 + \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱۴- علی به تنهایی ۲ ساعت برای ویرایش یک مجله ادبی وقت صرف می‌کند. اگر رضا به او کمک کند، کار ویرایش ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می‌انجامد. اگر رضا بخواند به تنهایی کار ویرایش مجله را انجام دهد، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود؟

۱۵- اگر یک جواب معادله $\frac{a-1}{2x-4} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{x-a}{x^2-x-6}$ برابر $x = 5$ باشد، جواب دیگر کدام است؟

۱۶- تعداد و علامت جواب‌های معادله $x + \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = 2$ چگونه است؟



۱۷- معادله $\frac{1}{5 + \sqrt{x}} + \frac{1}{5 - \sqrt{x}} = \frac{10}{x^2 + 5}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۱۸- تعداد جواب‌های معادله $\frac{2x}{x^2 - 1} + \frac{2}{x + 1} = \frac{2 - x}{x^2 - x}$ کدام است؟

۱۹- مجموع جواب‌های معادله $\sqrt{x^4 - 4x^2} + \sqrt{4x - x^3} = 0$ کدام است؟

۲۰- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{3x - 2} + 2x = 3$ کدام است؟

۲۱- اگر دو ماشین چمن‌زنی باهم کار کنند، می‌توانند در ۴ ساعت چمن یک زمین فوتبال را کوتاه کنند. با فرض اینکه سرعت کار یکی از آن‌ها دو برابر دیگری باشد، چند ساعت طول می‌کشد تا ماشین کندتر به تنهایی این کار را انجام دهد؟



۲۲- اگر مجموعهٔ جواب معادلهٔ $\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2}$ تهی باشد، مقدار m برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۲۳- معادلهٔ $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = -1$ چند جواب حقیقی دارد؟

۲۴- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\sqrt{3x^2 + 2x - 1} + \sqrt{2x + 2 + 3x^2} = 1$ کدام است؟

۲۵- کدام گزینه در خصوص ریشه یا ریشه‌های معادلهٔ $\frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{x-2} = \frac{1}{2}$ درست است؟

۲۶- تعداد جواب‌های معادلهٔ رادیکالی $\sqrt{4x-3} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x}$ کدام است؟

۲۷- به‌ازای چند مقدار a ، $x = -1$ جواب معادلهٔ $\sqrt{x^2 + ax + 17} = ax - 2$ است؟



۲۸- اگر $x = k$ جواب معادله $\frac{x}{x-2} - \frac{x+1}{x^2-4} = \frac{x}{x+2}$ باشد، مجموع جواب‌های معادله $0 = 15kx - 2x^2$ کدام است؟

۲۹- جواب معادله $0 = \frac{1}{\sqrt{x-3}} - \frac{2}{\sqrt{x}}$ در کدام بازه قرار دارد؟



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ مجموع دو کسر $\frac{x-1}{x-2}$ ، $\frac{1+x}{x}$ برابر $\frac{x^2-2x+2}{x^2-2x}$ است. این جمله را به زبان ریاضی به صورت معادله‌ی زیر بیان کرده و آن را حل می‌کنیم:

$$\frac{1+x}{x} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{x^2-2x+2}{x^2-2x}$$

$$\Rightarrow \frac{(1+x)(x-2) + x(x-1)}{x(x-2)} = \frac{x^2-2x+2}{x(x-2)}$$

$$\Rightarrow (x^2 - x - 2) + (x^2 - x) = x^2 - 2x + 2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ غ قی} \\ x = -2 \text{ قی} \end{cases}$$

۲ - گزینه ۱ با فرض $t = \frac{2x^2+1}{2x+1}$ ، معادله به فرم زیر تبدیل می‌شود:

$$t + \frac{1}{t} = -2 \xrightarrow{\times t} t^2 + 1 = -2t \Rightarrow t^2 + 2t + 1 = 0 \Rightarrow (t+1)^2 = 0 \Rightarrow t = -1$$

حال با قرار دادن $t = -1$ در تساوی زیر، جواب‌ها را می‌یابیم:

$$\frac{2x^2+1}{2x+1} = t$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2+1}{2x+1} = -1 \Rightarrow 2x^2+1 = -2x-1 \Rightarrow 2x^2+2x+2 = 0 \rightarrow \Delta = 4 - 16 = -12 < 0$$

ریشه‌ی حقیقی ندارد.

۳ - گزینه ۴

$$\frac{x}{x-2} + \frac{x+1}{x+2} = \frac{a}{x^2-4} \rightarrow \frac{x(x+2) + (x-2)(x+1)}{(x+2)(x-2)} = \frac{a}{(x+2)(x-2)}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + x^2 + x - 2x - 2 = a \Rightarrow 2x^2 + x - 2 - a = 0$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \rightarrow \frac{-2-a}{2} = \frac{-3}{2} \rightarrow a = 1$$

۱ a در معادله‌ی درجه‌ی دوم قرار می‌دهیم:

$$2x^2 + x - 3 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = -\frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow \left| 1 - \left(-\frac{3}{2}\right) \right| = \frac{5}{2}$$

۴ - گزینه ۱

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} \rightarrow \frac{x-x-1}{x(x+1)} = \frac{x+2-x+1}{(x-1)(x+2)}$$

$$\rightarrow \frac{-1}{x^2+x} = \frac{3}{x^2+x-2} \rightarrow 3x^2+3x = -x^2-x+2 \rightarrow 4x^2+4x-2 = 0$$

چون $\frac{c}{a}$ منفی است پس معادله‌ی درجه‌ی دوم دارای ۲ ریشه‌ی متمایز مختلف علامت هست و هیچ کدام از این ریشه ۱- و ۰ و ۱ و ۲- نمی‌باشند یعنی مخرج را صفر نمی‌کنند پس هر دو ریشه قابل قبول هستند.

۵ - گزینه ۴

$$\frac{2x+3}{2x-2} - \frac{5}{x^2-1} = \frac{2x-3}{2x+2} \rightarrow \frac{2x+3}{2(x-1)} - \frac{5}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x-3}{2(x+1)}$$

$$\xrightarrow{\times 2(x+1)(x-1)} (2x+3)(x+1) - 10 = (2x-3)(x-1)$$

$$\rightarrow 2x^2 + 2x + 3x + 3 - 10 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 \rightarrow 10x = 10 \rightarrow x = 1$$

این جواب غیر قابل قبول است چون مخرج را صفر می‌کند (در دامنه‌ی تعریف قرار ندارد) یعنی معادله جواب حقیقی ندارد.

۶ - گزینه ۱ $x = 0$ جواب معادله است بنابراین در معادله صدق می‌کند.

$$x = 0 \rightarrow \frac{a}{6} + \frac{1}{2} = \frac{a+2}{4} \xrightarrow{\times 12} 2a+6 = 3a+6 \rightarrow a = 0$$

۷ - گزینه ۱ فرض کنیم از هفته‌ی دهم به بعد، ترانه در n آزمون متوالی نمره ۱۹ گرفته باشد، پس میانگین امتیاز کل آزمون‌هایش برابر $\frac{170+19n}{10+n}$ می‌شود. طبق فرض این مقدار برابر ۱۸

است، پس:



$$\frac{170 + 19n}{10 + n} = 18 \Rightarrow 170 + 19n = 180 + 18n \Rightarrow n = 10$$

۸ - گزینه ۱ مختصات نقطه A را به صورت پارامتری محاسبه می‌نماییم چون روی خط $y = x - 3$ قرار دارد پس $A(\alpha, \alpha - 3)$

حال با استفاده از فرمول فاصله دو نقطه معادله را می‌سازیم

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \rightarrow \sqrt{(\alpha + 3)^2 + (\alpha - 4)^2} = 5$$

به توان ۲ می‌رسانیم

$$\rightarrow \alpha^2 + 6\alpha + 9 + \alpha^2 - 8\alpha + 16 = 25 \rightarrow 2\alpha^2 - 2\alpha + 25 = 25$$

$$\rightarrow 2\alpha^2 - 2\alpha = 0 \rightarrow 2\alpha(\alpha - 1) = 0 \begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = 1 \end{cases}$$

با جایگذاری در نقطه A مختصات را محاسبه می‌نماییم

$\alpha = 0 \rightarrow A(0, 3) \rightarrow$ روی محور y ها و غیر قابل قبول
 $\alpha = 1 \rightarrow A(1, -2) \rightarrow$ ناحیه چهارم و قابل قبول
 عرض = مجموع طول و عرض $= 1 + (-2) = -1$

۹ - گزینه ۳ برای حل بهتر است رادیکال‌ها در دو طرف تساوی قرار گیرند

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1 \rightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{x+4} + 1$$

به توان ۲ می‌رسانیم

$$\rightarrow x+1 = x+4+1+2\sqrt{x+4} \rightarrow 2\sqrt{x+4} = -4 \rightarrow \sqrt{x+4} = -2$$

با توجه به معادله هیچ ریشه‌ای وجود ندارد.

۱۰ - گزینه ۱ ابتدا باید معادله مورد نظر را بسازیم. عدد مورد نظر را x در نظر می‌گیریم، لذا نصف آن یعنی $\frac{x}{2}$ و دو برابر معکوس یعنی $\frac{2}{x}$ پس می‌توان نوشت

$$\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = \frac{10}{3} \rightarrow \frac{x^2 + 4}{2x} = \frac{10}{3} \rightarrow 3x^2 + 12 = 20x$$

$$\rightarrow 3x^2 - 20x + 12 = 0 \rightarrow \Delta = (-20)^2 - 4(3)(12) \rightarrow \Delta = 400 - 144 = 256$$

$$x_1 = \frac{+20 + \sqrt{256}}{6} \Rightarrow x = 6$$

عدد طبیعی و قابل قبول

$$x_2 = \frac{20 - \sqrt{256}}{6} \rightarrow x = \frac{2}{3}$$

عدد طبیعی نیست و غیر قابل قبول

۱۱ - گزینه ۴ ریشه‌های معادله در معادله صدق می‌نماید، قدم اول جایگذاری ریشه در معادله می‌باشد.

$$\frac{a}{x+1} = \frac{a-2x}{x^2+1} + \frac{3a-1}{x^2-x+1}$$

$$\xrightarrow{x=2} \frac{a}{3} = \frac{a-4}{9} + \frac{3a-1}{3} \rightarrow 3a = a-4+9a-3 \rightarrow 7 = 7a \rightarrow a = 1$$

حال $a = 1$ در معادله قرار می‌دهیم و معادله را به طور کامل حل می‌نماییم.

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1-2x}{x^2+1} + \frac{2}{x^2-x+1} \rightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2-x+1} = \frac{1-2x}{x^2+1}$$

$$\frac{(x^2-x+1) - 2(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{1-2x}{x^2+1} \rightarrow \frac{x^2-3x-1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \frac{1-2x}{x^2+1}$$

$$x^2 - 3x - 1 = 1 - 2x \rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

ریشه $x = -1$ مخرج عبارت را صفر می‌نماید پس معادله ریشه دیگری ندارد.

۱۲ - گزینه ۴ ابتدا جرم ماده حل شده را به دست می‌آوریم: $\frac{m}{50} = \frac{60}{100} \Rightarrow m = 30 \text{ gr}$
 وقتی x گرم از ماده حل شدنی به محلول اضافه می‌شود، غلظت آن از تابع گویای $f(x) = \frac{30+x}{50+x}$ به دست می‌آید.

$$f(x) = \frac{100}{100} \Rightarrow \frac{30+x}{50+x} = \frac{100}{100} \Rightarrow \frac{30+x}{50+x} = \frac{4}{5} \Rightarrow 150 + 5x = 200 + 4x \Rightarrow x = 50 \text{ gr}$$

۱۳ - گزینه ۱ برای حل معادله بهتر است رادیکال یک طرف به صورت تنها مطرح باشد:

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x - 2 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم}} 2x^2 - 5x + 2 = x^2 - 4x + 4$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \begin{cases} x = 2 & \checkmark \\ x = -1 & \times \end{cases}$$

با جایگذاری در معادله اولیه مشخص می‌شود که فقط $x = 2$ قابل قبول است.

۱۴ - گزینه ۴ برای حل سوالاتی از این جنس باید کار انجام شده در واحد زمان را محاسبه نماییم:



$$\left. \begin{array}{l} \text{در هر ساعت } \frac{1}{t} \text{ کل کار} \rightarrow \text{علی } 2 \text{ ساعت} \\ \text{در هر ساعت } \frac{1}{t} \text{ کل کار} \rightarrow \text{هر دو } 20 \text{ دقیقه یا } \frac{1}{3} \text{ ساعت} \\ \text{در هر ساعت } \frac{1}{t} \text{ کل کار} \rightarrow \text{حوضا } t \text{ ساعت} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{1}{t} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{1}{t} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{1}{t} = \frac{1}{4} \rightarrow t = 4 \end{array}$$

۱۵ - گزینه ۳ $x = 5$ در معادله صدق می‌کند، در نتیجه:

$$\frac{a-1}{6} + \frac{1}{21} = \frac{5-a}{14} \xrightarrow{\times 42} 7a - 7 + 2 = 15 - 3a \Rightarrow 10a = 20 \Rightarrow \boxed{a=2}$$

$$\xrightarrow{a=2} \frac{1}{2x-4} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{x-2}{x^2-x-6} \Rightarrow \frac{1}{2(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-2}{(x-3)(x+2)}$$

با شرط ۱، ۲، ۳ $x \neq 2, -2, 3$ و ضرب $2(x-2)(x+2)(x-3)$ در طرفین داریم:

$$(x+2)(x-3) + 2(x-3) = 2(x-2)^2 \Rightarrow x^2 - x - 6 + 2x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=5 \end{cases}$$

۱۶ - گزینه ۳ معادله را حل می‌کنیم و جواب‌های به دست آمده به شرطی مورد قبول‌اند که در معادله اصلی صدق کنند.

$$x + \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = 2 \Rightarrow \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = 2 - x$$

به توان ۲ می‌زنیم

$$\rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = x^2 - 4x + 4 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{قابل قبول} \\ x = 2 & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

هر دو جواب در معادله اصلی صدق می‌کنند.

۱۷ - گزینه ۱ برای محاسبه مقدار x ابتدا باید بین دو کسر طرف اول مخرج مشترک بگیریم:

$$\frac{1}{5 + \sqrt{x}} + \frac{1}{5 - \sqrt{x}} = \frac{10}{x^2 + 5} \rightarrow \frac{(5 - \sqrt{x}) + (5 + \sqrt{x})}{(5 + \sqrt{x})(5 - \sqrt{x})} = \frac{10}{x^2 + 5} \rightarrow \frac{10}{25 - x} = \frac{10}{x^2 + 5}$$

$$x^2 + 5 = 25 - x \rightarrow x^2 + x - 20 = 0 \rightarrow (x+5)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -5 \end{cases}$$

غ ق

با جایگذاری در معادله مشخص می‌شود فقط $x = 4$ قابل قبول است.

۱۸ - گزینه ۱

$$\frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x}$$

$$\rightarrow \left(\frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x(x-1)} \right) \times x(x-1)(x+1)$$

$$\rightarrow 2x^2 + 2x(x-1) = (2-x)(x+1) \rightarrow 2x^2 + 2x^2 - 2x = 2x + 2 - x^2 - x$$

$$\rightarrow 5x^2 - 3x - 2 = 0 \xrightarrow{5-3-2=0} \begin{cases} x = 1 \text{ غیر قابل قبول چون ریشهٔ مخرج است} \\ x = \frac{c}{a} \rightarrow \boxed{x = -\frac{2}{5}} \end{cases}$$

۱۹ - گزینه ۱

$$\sqrt{x^2 - 4x^2} + \sqrt{4x - x^2} = 0$$

چون مجموع دو رادیکال با فرجهٔ ۲، صفر شده است پس هر دو رادیکال باید صفر باشند و جواب مشترک دو معادله، جواب تست است.

$$\begin{cases} x^2 - 4x^2 = 0 \rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \rightarrow x = 0, 2, -2 \\ 4x - x^2 = 0 \rightarrow x(4 - x^2) = 0 \rightarrow x = 0, 2, -2 \end{cases}$$

هر سه جواب قابل قبول است.

$$\rightarrow 0 + 2 + (-2) = 0$$

۲۰ - گزینه ۲

$$\sqrt{3x-2} + 2x = 3 \rightarrow \sqrt{3x-2} = 3 - 2x \xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌زنیم}} 3x - 2 = 9 - 12x + 4x^2$$

$$\rightarrow 4x^2 - 15x + 11 = 0 \xrightarrow{4-15+11=0} \begin{cases} \boxed{x=1} \rightarrow \sqrt{1} = 1 \checkmark \\ x = \frac{c}{a} = \frac{11}{4} \rightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{5}{2} \text{ (غ ق)} \end{cases}$$

۲۱ - گزینه ۳

زمان انجام کار توسط ماشین تندتر $x =$ و زمان انجام کار توسط ماشین کندتر $2x =$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{3}{2x} \rightarrow 12 = 2x \rightarrow x = 6 \rightarrow 2x = 12$$



$$\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2} \rightarrow \frac{m+1}{3x} = \frac{x-5}{x(x-4)}$$

$$\rightarrow (m+1)(x-4) = 3(x-5) \rightarrow (m+1)x - 4m - 4 = 3x - 15$$

$$\rightarrow (m-2)x = 4m - 11 \rightarrow x = \frac{4m-11}{m-2}$$

از آنجایی که $x=4$ و $x=0$ مخرج معادله را صفر می‌کنند، اگر جواب به دست آمده یکی از این اعداد باشد معادله جواب ندارد. پس داریم:

$$x=0 \rightarrow 4m-11=0 \rightarrow m = \frac{11}{4}$$

$$x=4 \rightarrow \frac{4m-11}{m-2} = 4 \rightarrow 4m-11 = 4m-8 \rightarrow -11 = -8 \rightarrow \text{غیر ممکن}$$

همچنین اگر $m-2=0$ باشد، معادله ریشه ندارد، یعنی در حالت $m=2$ نیز ریشه وجود ندارد.

$$\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = -1 \xrightarrow{x \neq 0, x \neq -1} \frac{x^2 - (x-1)(x+1)}{x(x+1)} = -1 \rightarrow x^2 - (x^2-1) = -x^2 - x \rightarrow 1 = -x^2 - x \rightarrow x^2 + x + 1 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = (1)^2 - 4(1)(1) = -3 < 0 \quad \text{ریشه حقیقی ندارد.}$$

با فرض $t = 2x - 1$ معادله را حل می‌کنیم.

$$\sqrt{t} + \sqrt{t+3} = 1 \rightarrow \sqrt{t+3} = 1 - \sqrt{t} \xrightarrow{\text{توان } 2} t+3 = 1+t-2\sqrt{t} \rightarrow 2\sqrt{t} = -2 \rightarrow \sqrt{t} = -1 \rightarrow \text{معادله ریشه حقیقی ندارد.}$$

$$\frac{\sqrt{x^2-4x}}{x-2} = \frac{1}{2} \xrightarrow{x \neq 2} 2\sqrt{x^2-4x} = x-2$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4(x^2-4x) = x^2-4x+4 \rightarrow 4x^2-16x = x^2-4x+4$$

$$3x^2-12x-4 = 0 \rightarrow \Delta = (-12)^2 - 4(3)(-4) = 144 + 48 = 192$$

$$\rightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{192}}{6} = \frac{12 \pm 8\sqrt{3}}{6} = \frac{6 \pm 4\sqrt{3}}{3} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{6+4\sqrt{3}}{3} \checkmark \\ x = \frac{6-4\sqrt{3}}{3} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\sqrt{4x-3} - \sqrt{3x+1} = \sqrt{2-x} \xrightarrow{\text{توان } 2} 4x-3+3x+1-2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) = 2-x$$

$$\rightarrow 7x-2+x-2 = 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) \rightarrow 8x-4 = 2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1})$$

$$\rightarrow 4x-2 = (\sqrt{4x-3})(\sqrt{3x+1}) \xrightarrow{\text{توان } 2} 16x^2-16x+4 = 12x^2+4x-9x-3$$

$$\rightarrow 4x^2-11x+7 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} \text{معادله} \\ x=1 \rightarrow 1-2=1 \text{ امکان ندارد.} \\ \text{معادله} \\ x = \frac{c}{a} = 1 = \frac{7}{4} \rightarrow 2 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \text{ امکان ندارد.} \end{cases}$$

بنابراین معادله ریشه ندارد.

از آنجایی که $x=-1$ جواب معادله است در معادله صدق می‌کند؛ داریم:

$$\sqrt{x^2+ax+17} = ax-2 \xrightarrow{x=-1} \sqrt{(-1)^2+a(-1)+17} = a(-1)-2$$

$$\rightarrow \sqrt{18-a} = -a-2 \xrightarrow{\text{توان } 2} 18-a = a^2+4a+4$$

$$\rightarrow a^2+5a-14 = 0 \rightarrow (a+7)(a-2) = 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} a + 7 = 0 \rightarrow a = -7 \rightarrow \sqrt{18 - (-7)} = -(-7) - 2 \checkmark \\ a - 2 = 0 \rightarrow a = 2 \rightarrow \sqrt{18 - 2} = -2 - 2 \times \end{cases} \rightarrow \text{جواب معادله } a = -7 \text{ است.}$$

۲۸ - گزینه ۳

$$\frac{x}{x-2} - \frac{x+1}{(x+2)(x-2)} = \frac{x}{x+2}$$

دو طرف معادله را در $(x+2)(x-2)$ ضرب می‌کنیم و داریم:

$$\rightarrow x(x+2) - (x+1) = x(x-2) \rightarrow x^2 + 2x - x - 1 = x^2 - 2x \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3} \rightarrow k = \frac{1}{3}$$

$$\text{معادله: } 2x^2 - 15\left(\frac{1}{3}\right)x - 1 = 0 \rightarrow 2x^2 - 5x - 1 = 0 \rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } S = -\frac{b}{a} = \frac{5}{2}$$

۲۹ - گزینه ۲

$$\frac{1}{\sqrt{x-3}} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-3}} = \frac{2}{\sqrt{x}} \rightarrow 2\sqrt{x-3} = \sqrt{x}$$

توان ۲

$$\rightarrow 4(x-3) = x \rightarrow 4x - x = 12 \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۱	۱۱ - ۴	۱۶ - ۳	۲۱ - ۳	۲۶ - ۱
۲ - ۱	۷ - ۱	۱۲ - ۴	۱۷ - ۱	۲۲ - ۳	۲۷ - ۲
۳ - ۴	۸ - ۱	۱۳ - ۱	۱۸ - ۱	۲۳ - ۱	۲۸ - ۳
۴ - ۱	۹ - ۳	۱۴ - ۴	۱۹ - ۱	۲۴ - ۴	۲۹ - ۲
۵ - ۴	۱۰ - ۱	۱۵ - ۳	۲۰ - ۲	۲۵ - ۳	