

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



علی هاشمی

۱- در یک جامعه آماری، درآمد افراد برحسب میلیون تومان عبارتند از: ۸, ۶, ۵, ۴, ۴, ۳ و در جامعه دیگر درآمد افراد برحسب میلیون تومان عبارتند از ۱, ۱, ۲, ۳, ۴, ۷, ۱۰ در هر جامعه، خط فقر را به روش مناسب حل می‌کنیم. اختلاف این دو خط فقر چه قدر است؟

۲,۲۵ (۴)

۲ (۳)

۱,۵ (۲)

۱,۲۵ (۱)

۲- استانی چهار شهر با جمعیت فعال و نرخ بیکاری مطابق جدول زیر دارد. اگر نرخ بیکاری استان، ۲۱٫۴ درصد باشد، جمعیت شاغل شهر B چند نفر است؟

شهر D	شهر C	شهر B	شهر A	
۰٫۷	۱	۰٫۳	۰٫۵	جمعیت (میلیون نفر)
۱۰ درصد	۳۲ درصد	x	۲۰ درصد	نرخ بیکاری

۲۵۵۰۰۰ (۴)

۴۵۰۰۰ (۳)

۱۵۰۰۰۰ (۲)

۲۳۵۰۰۰ (۱)

۳- با توجه به مفهوم سری زمانی، کدام مورد زیر را می‌توان دقیق‌تر درون‌یابی یا برون‌یابی کرد؟

(۱) مدت زمانی که دانش‌آموزان در کلاس‌های کنکور حضور دارند، درصد کسب شده در کنکور سراسری

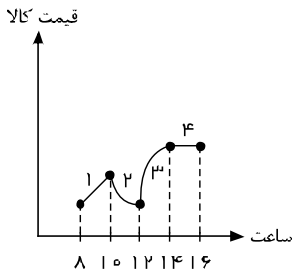
(۲) مدت زمان حرکت یک قطار با سرعت ثابت در سطح بدون شیب، مقدار مصرف سوخت

(۳) مدت زمان حرکت یک خودرو از تهران به سمت شمال، مقدار فشار وارد شده به کمک فنرها

(۴) مدت زمانی که یک بازاریاب اینترنتی صرف صحبت با مشتریان می‌کند، تعداد مشتریان جذب شده



۴- در نمودار زیر که قیمت واقعی یک کالا برحسب زمان نشان می‌دهد، اگر خطای درون‌یابی هر لحظه را در بازه‌های زمانی با e نمایش دهیم، کدام گزینه قطعاً صحیح است؟



① $|e_1| > |e_2|$

② $|e_2| = |e_3|$

③ $e_1 = e_4$

④ $|e_3| < |e_4|$

۵- تعداد مراجعه‌کنندگان به یک درمانگاه بین ساعات ۸ تا ۱۸ یک روز به صورت زیر ثبت شده است. برای برون‌یابی تعداد مراجعه‌کنندگان در ساعت ۲۰ از کدام معادله خط استفاده می‌شود؟

۸	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	ساعت (x)
۱۱	۲۵	۲۰	۱۸	۳۶	۵۲	تعداد مراجعه‌کنندگان (y)

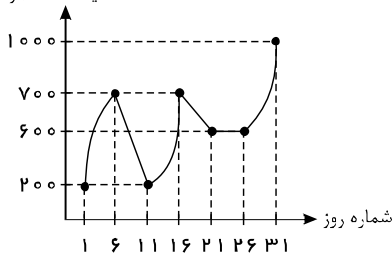
④ $y = 8x - 24$

③ $y = 5x - 24$

② $y = 8x - 38$

① $y = 5x - 38$

قیمت کالا (تومان)



۶- با توجه به نمودار زیر، مقدار خطای درون‌یابی در روز دوازدهم کدام است؟ (قیمت واقعی در روز دوازدهم برابر ۳۰۵ تومان است.)

① ۱۰ تومان

② ۵ تومان

③ ۱۵ تومان

④ ۸ تومان



۷- متوسط قیمت یک متر مربع واحد مسکونی در اصفهان و تهران در سال‌های مختلف طبق جدول زیر داده شده است. اختلاف تخمین قیمت هر یک متر مربع واحد مسکونی در تهران و اصفهان در سال ۹۳ کدام است؟

سال	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴
متوسط قیمت یک متر مربع واحد در اصفهان (تومان)	۱,۴۰۰,۰۰۰	۱,۷۰۰,۰۰۰		۲,۳۰۰,۰۰۰

سال	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳
متوسط قیمت یک متر مربع واحد در تهران (تومان)	۲,۸۰۰,۰۰۰	۳,۶۰۰,۰۰۰	۴,۴۰۰,۰۰۰	

۲,۴ میلیون تومان (۴)

۳,۲ میلیون تومان (۳)

۵,۲ میلیون تومان (۷)

۲ میلیون تومان (۱)

۸- تعداد بازدیدکنندگان از یک مرکز تفریحی در طول یک هفته به صورت جدول زیر است. اگر تعداد بازدیدکنندگان در روزهای یکشنبه و سه‌شنبه از طریق درون‌یابی به ترتیب ۱۴۱ و ۱۵۳ نفر به دست آید، مقدار $b + a$ کدام است؟

جمعه	چهارشنبه	دوشنبه	شنبه	روزهای هفته
۱۸۰	b	a	۱۲۰	تعداد بازدیدکنندگان

۳۱۸ (۴)

۲۹۲ (۳)

۳۰۰ (۷)

۳۰۶ (۱)

۹- تعداد دانشجویان دختر و پسر یک دانشگاه از سال ۹۱ تا ۹۷ یک سال در میان در جدول زیر آمده است. در سال ۹۶ به کمک درون‌یابی تقریباً چند درصد دانشجویان این دانشگاه دختر بوده‌اند؟

۹۱	۹۳	۹۵	۹۷	سال
۶۴۵۰	۷۲۳۰	۷۹۰۰	۶۳۰۰	دانشجویان دختر
۵۱۰۰	۵۸۵۰	۶۰۰۰	۵۶۰۰	دانشجویان پسر

۶۲ (۴)

۵۵ (۳)

۵۰ (۷)

۴۸ (۱)



۱۰- در یک بخش روستایی ۲۳۴۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل و ۶۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کارند. حداقل چند شغل در این بخش باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه به ۵ درصد برسد؟ (شغل‌های جدید برای استخدام افراد بیکار است.)

۴۵۳ (۴)

۴۸۰ (۳)

۳۸۳ (۲)

۲۵۰ (۱)

۱۱- تعداد مشتری‌های یک مرکز خرید در ساعت‌های ۹ و ۱۵ به صورت

ساعت	۹	۱۵
تعداد مشتری	۳۵۰	۶۵۰

ثبت شده است. به کمک درون‌یابی خطی

تعداد مشتری‌ها در ساعت ۱۲ کدام است؟

۶۰۰ (۴)

۵۵۰ (۳)

۵۰۰ (۲)

۴۵۰ (۱)

۱۲- اگر قیمت کالایی در سال‌های مختلف پس از تولید آن به صورت جدول زیر باشد، به کمک برون‌یابی خطی، قیمت آن در سال شانزدهم چند درصد نسبت به قیمت سال دهم افزایش خواهد داشت؟

سال	۱	۴	۷	۱۰	۱۳
قیمت (تومان)	۳۲۰	۳۷۰	۴۶۰	۵۰۰	۶۰۰

۴۱ (۴)

۳۷ (۳)

۲۳ (۲)

۳۵ (۱)

۱۳- در یک منطقه تعداد افراد ۱۶ ساله و بیشتر ۲۰۰۰ نفر است که ۴۰ درصد این افراد تحصیلات دانشگاهی دارند. اگر نرخ بیکاری افراد دارای تحصیلات دانشگاهی ۳۰ درصد و نرخ بیکاری افراد فاقد تحصیلات دانشگاه ۲۰ درصد باشد، دولت باید چند نفر از افراد دارای تحصیلات دانشگاهی را استخدام کند تا پس از استخدام نرخ بیکاری تحصیل کرده‌ها، ۶ درصد کم‌تر از نرخ بیکاری منطقه شود؟

۱۲۰ (۴)

۱۶۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۲۴۰ (۱)





پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ برای داده‌های ۸, ۶, ۴, ۴, ۳, ۲, ۱ با توجه به اینکه اختلاف زیادی با هم ندارند بهتر است خط فقر را به روش میانگین محاسبه کنیم.

$$\bar{x} = \frac{۳ + ۴ + ۴ + ۵ + ۶ + ۸}{۶} = \frac{۳۰}{۶} = ۵$$

$$\text{خط فقر} = ۵ \div ۲ = ۲,۵$$

برای داده‌های ۷, ۴, ۳, ۲, ۱ با توجه به اینکه اختلاف بین داده‌ها بسیار زیاد است بهتر است خط فقر را به روش نصف میانه به دست آوریم.

$$۱, ۱, ۲, ۳, ۴, ۷, ۰$$

$$\frac{۲+۳}{۲} = ۲,۵$$

$$\text{خط فقر} = ۲,۵ \div ۲ = ۱,۲۵$$

$$\text{اختلاف دو خط فقر} = ۲,۵ - ۱,۲۵ = ۱,۲۵$$

۲ - گزینه ۴ ابتدا با توجه به جدول تعداد بیکاران در سه شهر A, D و C را مشخص می‌کنیم.

$$\text{شهر A} = \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۰,۵ = ۰,۱ = ۱۰۰۰۰۰ \text{ نفر} = ۱ \text{ میلیون نفر}$$

$$\text{شهر C} = \frac{۳۲}{۱۰۰} \times ۱ = ۰,۳۲ = ۳۲۰۰۰۰ \text{ نفر} = ۰,۳۲ \text{ میلیون نفر}$$

$$\text{شهر D} = \frac{۱۰}{۱۰۰} \times ۰,۷ = ۰,۰۷ = ۷۰۰۰۰ \text{ نفر} = ۰,۰۷ \text{ میلیون نفر}$$

$$\text{نفر} = ۵۳۵۰۰۰ = ۵۳۵ \text{ میلیون نفر} = \frac{۵۳۵}{۱۰۰۰} \times ۲,۵ = \frac{۲۱۴}{۱۰۰۰} = ۰,۲۱۴ \text{ جمعیت بیکار استان}$$

$$۵۳۵۰۰۰ - ۱۰۰۰۰۰ - ۳۲۰۰۰۰ - ۷۰۰۰۰ = ۴۵۰۰۰ \text{ نفر}$$

جمعیت بیکار شهر B برابر ۴۵۰۰۰ نفر است.

در نتیجه جمعیت شاغل شهر B برابر است با:

$$۳۰۰۰۰۰ - ۴۵۰۰۰ = ۲۵۵۰۰۰ \text{ نفر}$$

۳ - گزینه ۲ در نمودار سری زمانی هرچه قدر میزان تغییرات کمتر و نزدیکتر به خط راست باشد درون یابی و برون یابی با خطای کمتری همراه خواهد بود.

در گزینه ۲ با توجه به اینکه قطار با سرعت ثابت در سطح بدون شیب حرکت می‌کند مقدار مصرف سوخت در آن در هر لحظه تغییر زیادی با بقیه لحظات ندارد لذا نمودار سری زمانی آن به خط راست نزدیکتر خواهد بود.

۴ - گزینه ۳ با توجه به نمودار در قسمت‌های (۱) و (۴) نمودار خطی است پس خطای درون یابی در این قسمت‌ها برابر صفر است.

$$e_۴ = ۰, e_۱ = ۰$$

همچنین نمودار در قسمت‌های ۲ و ۳ به صورت منحنی است در نتیجه $|e_۲|, |e_۳| > ۰$ است.

بنابراین گزینه ۱ نادرست است چون $|e_۱| > |e_۲|$ است. همچنین به طور قطع نمی‌توان گفت $e_۲ = e_۳$. پس گزینه ۲ نیز نادرست است و $|e_۳| > |e_۴|$. پس گزینه ۴ نادرست است.

۵ - گزینه ۱ برای برون یابی خطی کافی است معادله خطی که از میانگین نقاط و آخرین نقطه را به دست آوریم.

$$\text{میانگین ساعت‌ها} = \frac{۸ + ۱۰ + ۱۲ + ۱۴ + ۱۶ + ۱۸}{۶} = ۱۳$$

$$\text{میانگین تعداد مراجعین} = \frac{۱۱ + ۲۵ + ۲۰ + ۱۸ + ۳۶ + ۵۲}{۶} = ۲۷$$

معادله خط گذرنده از دو نقطه (۱۳, ۲۷) و (۱۸, ۵۲) را به دست می‌آوریم.

$$\text{شیب خط} = \frac{۵۲ - ۲۷}{۱۸ - ۱۳} = \frac{۲۵}{۵} = ۵$$

$$y = mx + h \Rightarrow y = ۵x + h \xrightarrow{\text{جابجایی (۱۸, ۵۲)}} \rightarrow$$



$$52 = 5 \times 18 + h \Rightarrow 52 = 90 + h \Rightarrow h = -38$$

$$\Rightarrow y = 5x - 38$$

۶ - گزینه ۲ برای درون یابی خطی در روز دوازدهم، معادله خط گذرنده از دو نقطه (۱۱, ۲۰۰) و (۱۶, ۷۰۰) را به دست می آوریم.

$$\text{شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{700 - 200}{16 - 11} = \frac{500}{5} = 100$$

$$y = mx + h \Rightarrow y = 100x + h \xrightarrow{\text{جایگذاری } (11, 200)} 200 = 100 \times 11 + h$$

$$\Rightarrow h = -900 \Rightarrow y = 100x - 900$$

حال با جایگذاری $x = 12$ در معادله خط داریم:

$$y = 100 \times 12 - 900 = 300$$

$$\text{خطای درون یابی} = |300 - 305| = 5$$

۷ - گزینه ۳ در جدول اول نیاز به درون یابی داریم. معادله خط گذرنده از دو نقطه سال های ۹۲ و ۹۴ را به دست می آوریم:

$$m \text{ شیب خط} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{2300000 - 1700000}{94 - 92} = 300000$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 1700000 = 300000(x - 92)$$

$$\xrightarrow{x=93} y - 1700000 = 300000(93 - 92)$$

$$\Rightarrow y = 2000000$$

در جدول دوم نیاز به برون یابی است بنابراین ابتدا نقطه مربوط به میانگین داده ها را مشخص می کنیم.

$$\bar{x} = \frac{90 + 91 + 92}{3} = 91, \quad \bar{y} = \frac{2800000 + 3600000 + 4400000}{3} = 3600000$$

معادله خط گذرنده از میانگین نقطه ها و آخرین نقطه را مشخص می کنیم.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{4400000 - 3600000}{92 - 91} = 800000$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 4400000 = 800000(x - 92)$$

$$\xrightarrow{x=93} y = 5200000$$

اختلاف قیمت یک متر مربع واحد مسکونی در تهران و اصفهان در سال ۹۳ برابر است با:

$$\text{اختلاف مورد نظر} = 5200000 - 2000000 = 3200000$$

۸ - گزینه ۱ روزهای هفته را به ترتیب شماره گذاری می کنیم: (شنبه = ۱، یکشنبه = ۲، دوشنبه = ۳، و ... جمعه = ۷)

تعداد بازدیدکنندگان در روز یکشنبه را درون یابی می کنیم. در این صورت:

$$\text{شیب خط (شنبه تا دوشنبه)} = \frac{a - 120}{3 - 1} = \frac{a - 120}{2}$$

$$y = mx + h \Rightarrow 120 = \frac{a - 120}{2}(1) + h \Rightarrow 240 = a - 120 + 2h$$

$$\Rightarrow h = \frac{360 - a}{2} \Rightarrow y = \frac{a - 120}{2}x + \frac{360 - a}{2}$$

حال تعداد بازدیدکنندگان روز یکشنبه را در معادله خط درون یابی جایگذاری می کنیم:

$$x = 2, y = 141 \Rightarrow 141 = \frac{a - 120}{2} \times 2 + \frac{360 - a}{2} \Rightarrow$$

$$141 = a - 120 + \frac{360 - a}{2} \Rightarrow 282 = 2a - 240 + 360 - a$$



$$\Rightarrow a = 162$$

$$m = \frac{b - a}{5 - 3} = \frac{b - 162}{2}, y = mx + h$$

$$\Rightarrow 162 = \frac{b - 162}{2}(3) + h \Rightarrow h = 162 - \frac{3}{2}(b - 162)$$

$$\Rightarrow y = \frac{b - 162}{2}x + 162 - \frac{3}{2}(b - 162) \xrightarrow{\text{جایگذاری روز سه شنبه}}$$

$$153 = \left(\frac{b - 162}{2}\right) \times 4 + 162 - \frac{3}{2}(b - 162)$$

$$\Rightarrow 153 = (b - 162)\left(\frac{4}{2} - \frac{3}{2}\right) + 162$$

$$\Rightarrow 153 = (b - 162) \times \frac{1}{2} + 162 \Rightarrow 306 = b - 162 + 324$$

$$b = 144$$

$$b + a = 144 + 162 = 306$$

با درون یابی بین روزهای دوشنبه و چهارشنبه تعداد بازدیدکنندگان روز سه شنبه را به دست می آوریم:

۹ - گزینه ۳ ابتدا به کمک درون یابی خطی، تعداد دانشجویان دختر و پسر را در سال ۹۶ به دست می آوریم:
دانشجویان دختر (درون یابی بین دو نقطه (۹۷, ۶۳۰۰) و (۹۵, ۷۹۰۰))

$$m = \frac{6300 - 7900}{97 - 95} = \frac{-1600}{2} = -800, y = mx + h$$

$$y = -800x + h \xrightarrow{(95, 7900)} 7900 = -800 \times 95 + h$$

$$\Rightarrow h = 7900 + 95 \times 800$$

تعداد دانشجویان دختر در سال ۹۶:

$$y = -800 \times 96 + 95 \times 800 + 7900 \Rightarrow y = 7900 - 800 = 7100$$

دانشجویان پسر:

$$m = \frac{5600 - 6000}{97 - 95} = \frac{-400}{2} = -200, y = mx + h$$

$$y = -200x + h \xrightarrow{(95, 6000)} 6000 = -200 \times 95 + h \Rightarrow h = 6000 + 200 \times 95$$

$$\xrightarrow{\text{سال ۹۶}} y = -200 \times 96 + 200 \times 95 + 6000$$

$$\Rightarrow y = 200 \times (-1) + 6000 \Rightarrow y = 5800$$

$$\text{درصد دانشجویان دختر} = \frac{7100}{7100 + 5800} = \frac{7100}{12900} = 0,55 = 55\%$$

۱۰ - گزینه ۴

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}} \Rightarrow \frac{5}{100} = \frac{600 - x}{2340 + 600} \Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{600 - x}{2940}$$

$$\Rightarrow 12000 - 20x = 2940 \Rightarrow 20x = 9060 \Rightarrow x = \frac{9060}{20} = 453$$



$$\begin{aligned} (9, 350) &\Rightarrow \text{شیب خط } m = \frac{650 - 350}{15 - 9} = \frac{300}{6} = 50 \\ (15, 650) & \end{aligned}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 350 = 50(x - 9) \xrightarrow{x=12} y - 350 = 50(12 - 9) \Rightarrow y = 500$$

$$\bar{x} = \frac{1 + 4 + 7 + 10 + 13}{5} = 7$$

$$\bar{x} = \frac{320 + 370 + 460 + 500 + 600}{5} = 450 \text{ تومان}$$

با روش برون یابی داریم:

$$\begin{aligned} (7, 450) &\Rightarrow \begin{cases} m = \frac{600 - 450}{13 - 7} = \frac{150}{6} = 25 \\ y - 450 = 25(x - 7) \end{cases} \\ (13, 600) & \end{aligned}$$

$$y = 25x + 275 = 25 \times 16 + 275 = 675$$

سال شانزدهم

$$\text{میزان افزایش قیمت نسبت به سال دهم (درصد)} = \frac{675 - 500}{500} \times 100 = \frac{175}{5} = 35$$

$$\text{نفر} = \frac{40}{100} \times 2000 = 800$$

$$\text{نرخ بیکاری تحصیل کرده ها} = \frac{30}{100} = \frac{\text{افراد بیکار}}{800}$$

$$\text{نفر} = 240 = \text{افراد بیکار دارای تحصیلات دانشگاهی}$$

$$\text{نفر} = 1200 = \frac{60}{100} \times 2000 = \text{تعداد افراد فاقد تحصیلات دانشگاهی}$$

$$\text{نرخ بیکاری افراد فاقد تحصیلات دانشگاهی} = \frac{20}{100} = \frac{\text{افراد بیکار}}{1200}$$

$$\text{نفر} = 240 = \text{افراد بیکار فاقد تحصیلات دانشگاهی}$$

اگر دولت x نفر از افراد دارای تحصیلات دانشگاهی را استخدام کند، تعداد افراد بیکار تحصیل کرده $x - 240$ و نرخ بیکاری آن‌ها $\frac{240 - x}{800}$ می شود و نرخ بیکاری کل منطقه

$$\frac{240 + 240 - x}{2000} \text{ خواهد شد.}$$

$$\frac{240 - x}{800} + \frac{6}{100} = \frac{480 - x}{2000} \xrightarrow{\times 4000} 5(240 - x) + 240 = 2(480 - x)$$

$$\Rightarrow 1200 - 5x + 240 = 960 - 2x \Rightarrow 3x = 480 \Rightarrow x = 160 \text{ نفر}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱

۳ - ۲

۵ - ۱

۷ - ۳

۹ - ۳

۱۱ - ۲

۱۳ - ۳

۲ - ۴

۴ - ۳

۶ - ۲

۸ - ۱

۱۰ - ۴

۱۲ - ۱