

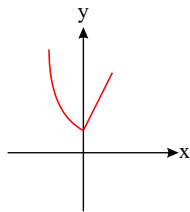
سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

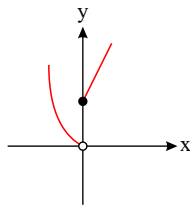


علی هاشمی

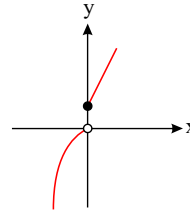
۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} -x + 1 & , x \geq 0 \\ x^2 + x & , x < 0 \end{cases}$  باشند، نمودار تابع  $f + g$  کدام است؟



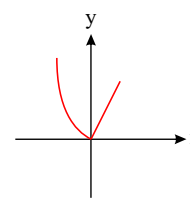
Ⓐ



Ⓑ



Ⓒ



Ⓓ

۲- تابع  $f$ ، تابعی ثابت و همانی است. دامنه این تابع کدام می تواند باشد؟

Ⓐ  $\{-1, 0, 1\}$

Ⓑ  $\{1\}$

Ⓒ  $\mathbb{N}$

Ⓓ  $\mathbb{R}$

۳- در تابع ثابت  $f(x) = c$  با دامنه اعداد حقیقی اگر  $f(a - b) = f(a) \cdot f(b) + 1$ ، مقدار  $c$ ، کدام است؟

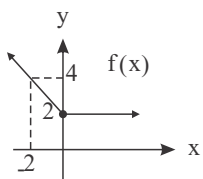
Ⓐ  $-2$

Ⓑ  $-1$

Ⓒ  $2$

Ⓓ  $1$

۴- ضابطه تابع  $f(x)$  که نمودار آن به صورت مقابل می باشد، کدام است؟



$f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ x + 2 & x > 0 \end{cases}$  Ⓐ

$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x \leq 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases}$  Ⓑ

$f(x) = \begin{cases} -2x & x \leq 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases}$  Ⓒ

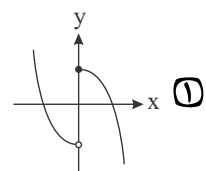
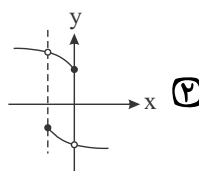
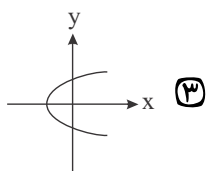
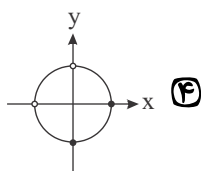
$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases}$  Ⓓ



۵- در تابع همانی  $f(x)$  اگر بدانیم  $f(a) + f(b) = 0$  و  $a - b = 4$ ، آن گاه حاصل  $a \times b$  کدام است؟

- ① صفر      ② ۲      ③ -۴      ④ ۴

۶- کدام یک از نمودارهای زیر مربوط به یک تابع است؟

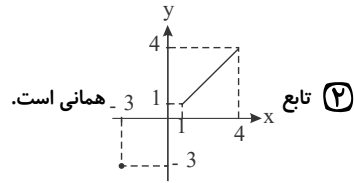


۷- اگر  $f$  یک تابع همانی باشد و  $f(2k + 3) = k + 5$  در این صورت  $f(k^2)$  کدام است؟

- ① ۲۵      ②  $\frac{9}{4}$       ③ ۴      ④  $\frac{4}{9}$

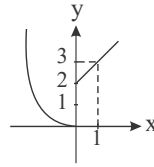


۸- کدام گزینه صحیح است؟



① هر تابعی که دامنه و برد یکسان داشته باشد، همانی است.

② تابع  $g(x) = x - 1$  نیز تابعی همانی است.



③ نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ x + 2, & x \geq 0 \end{cases}$  به شکل

۹- اگر  $f$  یک تابع همانی باشد و  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی دلخواه باشند، در این صورت چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

- الف)  $f(x + y) = f(x) + f(y)$       ب)  $f(xy) = f(x)f(y)$       پ)  $f(-x) = -f(x)$
- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ صفر

۱۰- اگر تابع ثابت  $f$  با ضابطه  $f(x) = -1$  و تابع  $g$  همانی باشد، مقدار عبارت زیر کدام است؟

$$A = \frac{g(2) + f(3) + g(-1)}{3f(3) + 5g(6)}$$

① صفر      ② ۲      ③ ۴      ④ -۶

۱۱- اگر  $f$  تابع همانی و  $g$  تابعی ثابت با دامنه‌های اعداد حقیقی باشد و نمودار این دو تابع یکدیگر را در نقطه  $(-3, -3)$  قطع کنند، در این صورت

$g(\sqrt{2}) + f(\sqrt{2})$  کدام است؟

①  $3 + \sqrt{2}$       ②  $\sqrt{2} - 3$       ③  $3 - \sqrt{2}$       ④  $-3 - \sqrt{2}$



۱۲- در تابع ثابت  $f(x) = c$ ، اگر  $f(a+1)f(b+1) = (f(a)+1)(f(b)+1)$  باشد، در این صورت  $c$  چه مقادیری را اختیار می‌کند؟

- ① فقط  $\frac{1}{2}$       ② فقط  $\pm \frac{1}{2}$       ③ فقط  $-\frac{1}{2}$       ④ چنین تابع ثابتی وجود ندارد.

۱۳- در تابع  $f(x) = \begin{cases} x & , x < -1 \\ x^2 + 2x - 5 & , -1 \leq x \leq 2 \\ -2 & , x > 2 \end{cases}$  حاصل عبارت  $f(\sqrt{2}-1) + f(\sqrt{2}+1)$  کدام است؟

- ①  $-2$       ②  $-6$       ③  $2\sqrt{2}-5$       ④  $-4$

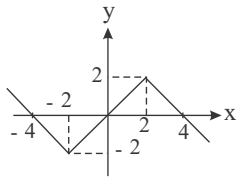
۱۴- برد تابع  $f(x) = \begin{cases} -x+2 & , x > 1 \\ 1 & , -1 \leq x \leq 1 \\ x+2 & , x < -1 \end{cases}$  کدام است؟

- ①  $y \geq 1$       ②  $\mathbb{R}$       ③  $y \leq 1$       ④  $y \leq 2$

۱۵- خط  $y = 4$  نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \geq 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$  را در دو نقطه به طول‌های  $A$  و  $B$  قطع می‌کند. در این صورت فاصله دو نقطه از

یکدیگر چقدر است؟

- ①  $2$       ②  $4$       ③  $6$       ④  $8$



$$f(x) = \begin{cases} -x + 4, & x > 4 \\ x, & -4 \leq x \leq 4 \quad \text{Ⓐ} \\ -x - 4, & x < -4 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 4, & x > 2 \\ x, & -2 \leq x \leq 2 \quad \text{Ⓒ} \\ -x + 4, & x < -2 \end{cases}$$

۱۶- ضابطه تابع زیر کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} -x + 4, & x > 4 \\ x, & -4 \leq x \leq 4 \quad \text{Ⓐ} \\ x + 4, & x < -4 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} -x + 4, & x > 2 \\ x, & -2 \leq x \leq 2 \quad \text{Ⓒ} \\ -x - 4, & x < -2 \end{cases}$$

۱۷- اگر دو زوج مرتب  $(x^2 + 3, 4x)$  و  $(\frac{x+1}{2}, x^2)$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشند، در این صورت مقدار  $x$  کدام است؟

$-\frac{3}{2}$  Ⓐ

۱ Ⓑ

۳ Ⓒ

$-\frac{1}{2}$  Ⓓ

۱۸- اگر رابطه  $A = \{(2^n, 16), (9, 3^m), (\frac{1}{p}, (\frac{\sqrt{2}}{2})^p)\}$  یک تابع همانی باشد، میانگین  $m, n$  و  $p$  کدام است؟

$\frac{7}{3}$  Ⓐ

۲ Ⓑ

$\frac{8}{3}$  Ⓒ

۳ Ⓓ

۱۹- تابع  $f(x) = \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x^2 + 2x + 2}$  همانی است.  $a + b + c$  کدام است؟

-۱ Ⓐ

۴ Ⓑ

۲ Ⓒ

صفر Ⓓ



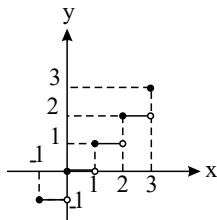
۲۰- مقدار تابع  $y = \text{sign}(x)$  به ازای  $x = -۲٫۵$  کدام است؟

- ۱ (۱)      -۱ (۲)      -۳ (۳)      صفر (۴)

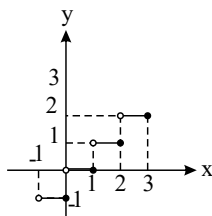
۲۱- مقدار تابع  $f(x) = [x] + [-x]$  به ازای  $x = -۱٫۲$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

- ۱ (۱)      -۲ (۲)      صفر (۳)      -۱ (۴)

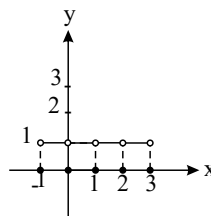
۲۲- نمودار تابعی که به هر عدد صحیح  $k$ ، خود آن عدد و به تمام اعداد بین دو عدد صحیح متوالی  $k$  و  $k + 1$ ، عدد صحیح  $k$  را نسبت می دهد، در بازه  $[-۱, ۳]$  کدام است؟



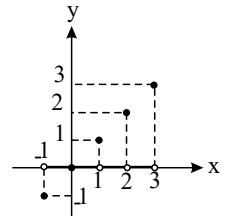
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۲۳- حاصل  $[-۲٫۷] - [-\frac{\pi}{۲}] + [۲]$  کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

- ۱ (۱)      -۳ (۲)      ۳ (۳)      -۱ (۴)



۲۴- جزء صحیح عدد  $x$  برابر ۳ شده است. محدوده  $x$  کدام است؟

۲ ≤  $x$  < ۳ (۴)

۳ ≤  $x$  < ۴ (۳)

۲٫۹ ≤  $x$  < ۳ (۷)

$\sqrt{2} \leq x < \sqrt{3}$  (۱)

۲۵- دامنه و برد تابع علامت ( $f(x) = \text{sign}(x)$ ) کدام است؟

$R_f = \{-1, 0, 1\}$  ,  $D_f = \mathbb{R}$  (۲)

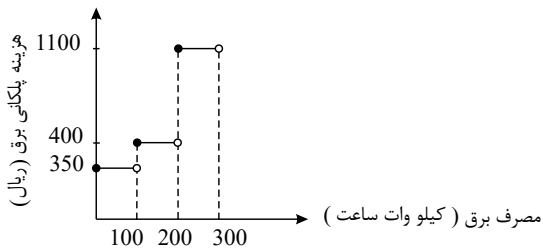
$R_f = \mathbb{R}$  ,  $D_f = \mathbb{R}$  (۱)

$R_f = \{-1, 0, 1\}$  ,  $D_f = \{-1, 0, 1\}$  (۴)

$R_f = \mathbb{R}$  ,  $D_f = \{-1, 0, 1\}$  (۳)

۲۶- نمودار پلکانی زیر برای محاسبه هزینه پلکانی برق مصرفی یک خانوار رسم شده است. اگر برق مصرفی این خانوار ۳۰۰ کیلووات ساعت باشد،

هزینه برق مصرفی این خانوار چند ریال است؟



۱۱۰۰ (۱)

۱۸۵۰ (۲)

۱۸۵۰۰۰ (۳)

۱۱۰۰۰۰ (۴)

۲۷- اگر دامنه تابع  $f$ ، مجموعه اعداد صحیح و ضابطه آن به صورت  $f(x) = -3$  باشد، مقدار  $f(-1) - 3f(2)$  کدام است؟

صفر (۴)

-۷ (۳)

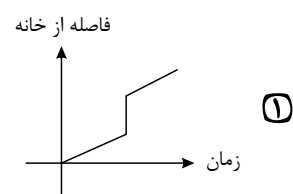
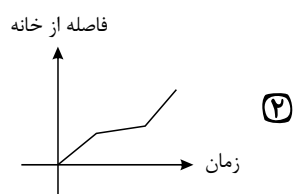
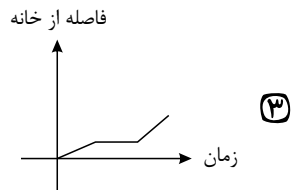
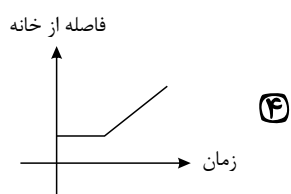
۸ (۷)

۶ (۱)





۲۸- کدام نمودار می‌تواند مربوط به عبارت «علی برای رفتن به مدرسه از منزل خود ابتدا قدم زنان شروع به حرکت کرد. سپس برای خرید تغذیه‌ی زنگ تفریحش ایستاد. پس از آن برای اینکه به موقع به مدرسه برسد، به سمت مدرسه دوید» باشد؟



۲۹- اگر تابع  $f = \{(2, x + y), (x + 4, y)\}$  تابع همانی باشد، حاصل  $2x + y$  کدام است؟

- ① ۱      ② -۱      ③ ۵      ④ -۵

۳۰- در تابع همانی  $f$  با دامنه‌ی اعداد حقیقی داریم:  $f(4a) = f(a) \times f(2a)$  مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

- ① ۱      ② ۲      ③  $\sqrt{2}$       ④ ۴

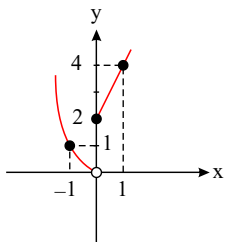


## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} 3x + 1 - x + 1 & , x \geq 0 \\ -x + x^2 + x & , x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f + g)(x) = \begin{cases} 2x + 2 & , x \geq 0 \\ x^2 & , x < 0 \end{cases}$$



۲ - گزینه ۳ نکته: تابع  $f: A \rightarrow B$  را همانی می نامند.

نکته: تابع  $f: A \rightarrow B$  را که در آن مجموعه  $R_f = \{c\}$  برد تابع است، تابع ثابت می نامند. برد تابع ثابت، یک مجموعه تک عضوی است.

برای اینکه تابعی هم ثابت باشد و هم همانی، مطابق نکات، دامنه آن حداکثر می تواند یک عضو داشته باشد که این عضو برابر با برد مجموعه است. با توجه به گزینه ها، گزینه ۳ پاسخ است.

۳ - گزینه ۱ نکته: تابع  $f: A \rightarrow B$  را که در آن مجموعه  $R_f = \{c\}$  برد تابع است، تابع ثابت می نامند. برد تابع ثابت، یک مجموعه تک عضوی است. چون  $f(x) = c$  پس  $f(a - b) = c$  و  $f(b) = c$  کافی است، این مقادیر را در تساوی داده شده جایگذاری کنیم:

$$2f(a - b) = f(a) \cdot f(b) + 1 \Rightarrow 2c = c \times c + 1 \Rightarrow 2c = c^2 + 1 \Rightarrow c^2 - 2c + 1 = 0$$

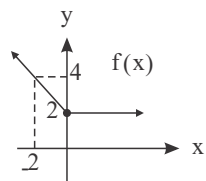
$$\Rightarrow (c - 1)^2 = 0 \Rightarrow c - 1 = 0 \Rightarrow c = 1$$

۴ - گزینه ۱ نکته: توابعی که در بخش های مختلف دامنه، ضابطه های مختلف دارند، توابع چند ضابطه ای نامیده می شوند.

نکته: تابع  $f: A \rightarrow B$  را که در آن مجموعه  $R_f = \{c\}$  برد تابع است، تابع ثابت می نامند. برد تابع ثابت، یک مجموعه تک عضوی است.

نکته: شیب خطی که از دو نقطه  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$  می گذرد برابر  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  است.

این تابع برای  $x > 0$  به صورت یک تابع با برد  $\{2\}$  است و برای  $x \leq 0$  به صورت یک تابع خطی است که از نقاط  $(0, 2)$  و  $(-2, 4)$  عبور می کند. بنابراین مطابق نکته، شیب این خط برابر است با:



$$m = \frac{2 - 4}{0 - (-2)} = \frac{-2}{2} = -1$$

اگر معادله خط را به صورت  $y = mx + n$  در نظر بگیریم، با جایگذاری مقدار شیب و یکی از نقاط در این معادله داریم:

$$y = mx + n \xrightarrow{m=-1} y = -x + n \xrightarrow{\text{از نقطه } (0, 2) \text{ می گذرد}} 2 = -1(0) + n \Rightarrow n = 2$$

پس معادله خط به صورت  $y = -x + 2$  است.

بنابراین ضابطه  $f(x)$  به صورت مقابل است:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 2 & x \leq 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases}$$

۵ - گزینه ۳ نکته: تابع با ضابطه  $f(x) = x$  را تابع همانی می نامند.

مطابق نکته می توان نوشت:

$$f(a) = a, \quad f(b) = b \xrightarrow{f(a)+f(b)=0} a + b = 0$$

از طرفی مطابق فرض سؤال  $a - b = 4$ ، با حل دستگاه زیر داریم:

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = -2$$



$$a \times b = 2 \times (-2) = -4$$

۶ - گزینه ۱ نمودار مختصاتی یک رابطه هنگامی تابع است که هر خط موازی محور  $y$ ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند که با توجه به این تعریف تنها نمودار رابطه گزینه ۱، تابع می‌باشد.

۷ - گزینه ۳ ضابطه تابع همانی به صورت  $f(x) = x$  است، یعنی به ازای هر مقدار از دامنه، برد آن نیز همان مقدار است:

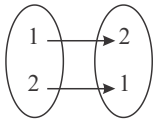
$$f(2k + 3) = k + 5 \Rightarrow 2k + 3 = k + 5 \Rightarrow 2k - k = 5 - 3 \Rightarrow k = 2$$

$$f(k^2) = f(2^2) = f(4) = 4$$

۸ - گزینه ۲ نمودار تابع همانی قسمتی از تابع خطی  $y = x$  است که گزینه ۲، به این شکل است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: ممکن است دامنه و برد تابعی یکسان باشد ولی همانی نباشد. مانند:



گزینه ۳:  $0 \leq x < 1$  در دامنه تابع نیست، در صورتی که در شکل داده شده وجود دارد.

گزینه ۴: ضابطه تابع همانی به صورت  $f(x) = x$  است، پس  $g(x)$  تابعی همانی نیست.

۹ - گزینه ۳ ضابطه یک تابع همانی به صورت  $f(x) = x$  است، یعنی به ازای هر مقدار از دامنه، همان مقدار از برد را نظیر می‌کند. حال به بررسی تک‌تک موارد می‌پردازیم:

الف) 
$$\begin{cases} f(x+y) = x+y \\ f(x) + f(y) = x+y \end{cases}$$

ب) 
$$\begin{cases} f(xy) = xy \\ f(x)f(y) = xy \end{cases}$$

پ) 
$$\begin{cases} f(-x) = -x \\ -f(x) = -x \end{cases}$$

تمامی موارد صحیح است، پس گزینه ۳، صحیح است.

۱۰ - گزینه ۱  $f(x)$  یک تابع ثابت است که به ازای هر مقدار  $x$  مقدار  $-1$  را می‌دهد و  $g$  تابعی همانی است که ضابطه آن  $g(x) = x$  است، لذا داریم:

$$A = \frac{g(2) + f(3) + g(-1)}{3f(3) + 5g(6)} = \frac{2 + (-1) + (-1)}{3 \times (-1) + 5 \times (6)} = \frac{0}{27} = 0$$

۱۱ - گزینه ۲ ضابطه تابع همانی به صورت  $f(x) = x$  و ضابطه تابع ثابت به صورت  $g(x) = c$  است. نمودار این دو تابع یکدیگر را در نقطه  $(-3, -3)$  قطع می‌کنند، داریم:

$$g(-3) = -3 \xrightarrow{\text{تابع ثابت } c=-3} g(x) = -3$$

ضابطه تابع ثابت به صورت  $g(x) = -3$  است، حال داریم:

$$g(\sqrt{2}) + f(\sqrt{2}) = -3 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 3$$

۱۲ - گزینه ۳ در تابع ثابت به ازای هر مقدار ورودی، خروجی تابع مقدار ثابت  $c$  است، لذا داریم:

$$f(a+1)f(b+1) = (f(a)+1)(f(b)+1) \xrightarrow{\substack{f(a+1)=f(b+1)=c \\ f(a)=f(b)=c}} c \times c = (c+1)(c+1) \Rightarrow c^2 = (c+1)^2 \Rightarrow c^2 = c^2 + 2c + 1 \Rightarrow 2c + 1 = 0 \Rightarrow c = \frac{-1}{2}$$

۱۳ - گزینه ۲

$$1 < 2 < 4 \Rightarrow \sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2 \Rightarrow 1 - 1 < \sqrt{2} - 1 < 2 - 1 \Rightarrow 0 < \sqrt{2} - 1 < 1$$

پس برای محاسبه  $f(\sqrt{2} - 1)$  می‌بایست از ضابطه دوم استفاده کنیم، در این حالت داریم:

$$f(x) = x^2 + 2x - 5 = x^2 + 2x + 1 - 1 - 5 = (x+1)^2 - 6 \xrightarrow{x=\sqrt{2}-1}$$

$$f(\sqrt{2} - 1) = (\sqrt{2} - 1 + 1)^2 - 6 = (\sqrt{2})^2 - 6 = 2 - 6 = -4 \quad (1)$$

$$1 < \sqrt{2} < 2 \Rightarrow 1 + 1 < \sqrt{2} + 1 < 2 + 1 \Rightarrow 2 < \sqrt{2} + 1 < 3$$

و برای محاسبه  $f(\sqrt{2} + 1)$  از ضابطه سوم استفاده می‌کنیم که تابعی ثابت است، لذا داریم:

$$f(\sqrt{2} + 1) = -2 \quad (2)$$

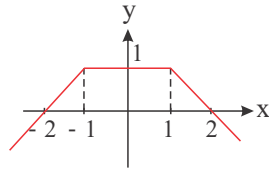
$$\xrightarrow{(2),(1)} f(\sqrt{2} - 1) + f(\sqrt{2} + 1) = -4 - 2 = -6$$

۱۴ - گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع چند ضابطه‌ای را رسم می‌کنیم:



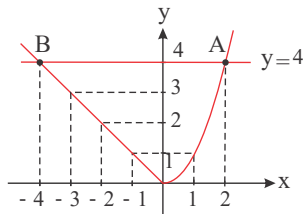
$$f(x) = \begin{cases} -x + 2, & x > 1 \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & 1 \\ y & 2 \\ \hline & 1 \end{array} \\ 1, & -1 \leq x \leq 1 \text{ تابع ثابت} \\ x + 2, & x < -1 \Rightarrow \begin{array}{c|c} x & -1 \\ y & -2 \\ \hline & 1 \end{array} \end{cases}$$

حال نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که از نمودار مشاهده می‌کنیم، برد این تابع  $y \leq 1$  است.

۱۵ - گزینه ۳ ابتدا نمودار تابع چند ضابطه‌ای را رسم می‌کنیم، به‌ازای  $x > 0$  نمودار تابع یک سهمی است که رأس آن روی مبدأ قرار دارد و به‌ازای  $x < 0$  نمودار تابع خطی است که از مبدأ می‌گذرد و نیمساز ناحیه دوم است.



همان‌طور که از نمودار مشاهده می‌کنید خط  $y = 4$  نمودار تابع را در نقطه  $A$  و  $B$  قطع می‌کند که طول این نقاط به‌ترتیب برابر  $x_A = 2$  و  $x_B = -4$  است. لذا فاصله این دو نقطه از یکدیگر برابر است با:

$$x_A - x_B = 2 - (-4) = 2 + 4 = 6$$

۱۶ - گزینه ۳ با توجه به نمودار، تابع به‌ازای  $x > 2$  به صورت خطی است که از دو نقطه  $(2, 2)$  و  $(4, 0)$  می‌گذرد و با استفاده از این دو نقطه ضابطه آن  $y = -x + 4$  می‌شود و به‌ازای  $-2 \leq x \leq 2$  تابع به صورت خطی است و ضابطه آن تابع همانی  $y = x$  و به‌ازای  $x < -2$  تابع از دو نقطه  $(-2, -2)$  و  $(-4, 0)$  می‌گذرد و با استفاده از این دو نقطه، ضابطه آن  $y = -x - 4$  می‌شود. لذا ضابطه تابع به صورت زیر می‌باشد:

$$f(x) = \begin{cases} -x + 4, & x > 2 \\ x, & -2 \leq x \leq 2 \\ -x - 4, & x < -2 \end{cases}$$

۱۷ - گزینه ۳ اگر زوج مرتبی روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشد، در این صورت مؤلفه‌های اول و دوم آن‌ها با یکدیگر برابر است، لذا داریم:

$$1) \text{ روی نیمساز ناحیه اول و سوم } (x^2 + 3, 4x) \xrightarrow{\text{روی نیمساز ناحیه اول و سوم}} x^2 + 3 = 4x \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ قق} \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ غقق} \end{cases}$$

$$2) \text{ روی نیمساز ناحیه اول و سوم } \left(\frac{x+1}{2}, x^2\right) \xrightarrow{\text{روی نیمساز ناحیه اول و سوم}} \frac{x+1}{2} = x^2 \Rightarrow x+1 = 2x^2 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow (2x+1)(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ غقق} \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ قق} \end{cases}$$

اشتراک جواب‌های معادله‌های ۱ و ۲، جواب است. پس این دو زوج مرتب تنها به‌ازای  $x = 1$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارند.

۱۸ - گزینه ۲ در تابع همانی مؤلفه‌های اول و دوم تمامی زوج مرتب‌ها با یکدیگر برابرند، لذا داریم:

$$A = \left\{ (2^n, 16), (9, 3^m), \left(\frac{1}{2}, \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^p\right) \right\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^n = 16 \Rightarrow 2^n = 2^4 \Rightarrow n = 4 \\ 9 = 3^m \Rightarrow 3^2 = 3^m \Rightarrow m = 2 \\ \frac{1}{2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^p \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^p \Rightarrow 2 = (\sqrt{2})^p \Rightarrow p = 2 \end{cases}$$

$$p, m, n \text{ میانگین} = \frac{m+n+p}{3} = \frac{2+4+2}{3} = \frac{8}{3}$$

۱۹ - گزینه ۳ برای اینکه  $f(x)$  تابعی همانی باشد، باید داشته باشیم:

$$f(x) = x \Rightarrow \frac{x^3 + ax^2 + bx + c}{x^2 + 2x + 2} = x \Rightarrow x^3 + ax^2 + bx + c = x^3 + 2x^2 + 2x$$



$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 2 + 2 + 0 = 4$$

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

۲۰ - گزینه ۲ نکته: تابع با ضابطه ۰ تابع علامت می‌نامیم.

با توجه به اینکه  $0 < -2,5 = x$ ، مقدار تابع به ازای این مقدار از ضابطه سوم به دست می‌آید و برابر است با:

$$\text{sign}(-2,5) = -1$$

۲۱ - گزینه ۴ نکته: تابع جزء صحیح، تابعی است که به هر عدد صحیح  $k$ ، خود آن عدد و به تمام اعدادی که بین دو عدد صحیح متوالی  $k$  و  $k + 1$  قرار دارند، عدد صحیح  $k$  را نسبت می‌دهد، به عبارت دیگر اگر  $k \leq x < k + 1$ ، آن‌گاه  $[x] = k$ .

$$f(x) = [x] + [-x] \Rightarrow f(-1,2) = [-1,2] + [1,2] \quad (*)$$

اکنون با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} -2 < -1,2 < -1 & \Rightarrow [-1,2] = -2 \\ 1 < 1,2 < 2 & \Rightarrow [1,2] = 1 \end{cases}$$

با جای گذاری این مقادیر در (\*) داریم:

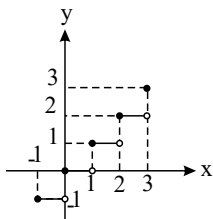
$$f(-1,2) = -2 + 1 = -1$$

۲۲ - گزینه ۴ نکته: تابع جزء صحیح، تابعی است که به هر عدد صحیح  $k$ ، خود آن عدد و به تمام اعدادی که بین دو عدد صحیح متوالی  $k$  و  $k + 1$  قرار دارند، عدد صحیح  $k$  را نسبت می‌دهد، به عبارت دیگر اگر  $k \leq x < k + 1$ ، آن‌گاه  $[x] = k$ .

با توجه به نکته، ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$g(x) = \begin{cases} \vdots & \vdots \\ -1 & -1 \leq x < 0 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 & 2 \leq x < 3 \\ \vdots & \vdots \end{cases}$$

بنابراین نمودار تابع در بازه  $[-1, 3]$  به صورت مقابل است:



۲۳ - گزینه ۱ نکته: تابع جزء صحیح، تابعی است که به هر عدد صحیح  $k$ ، خود آن عدد و به تمام اعدادی که بین دو عدد صحیح متوالی  $k$  و  $k + 1$  قرار دارند، عدد صحیح  $k$  را نسبت می‌دهد، به عبارت دیگر اگر  $k \leq x < k + 1$ ، آن‌گاه  $[x] = k$ .

با توجه به نکته بالا داریم:

$$-3 < -2,7 < -2 \Rightarrow [-2,7] = -3$$

$$-\frac{\pi}{2} \approx -1,57 \Rightarrow -2 < -\frac{\pi}{2} < -1 \Rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}\right] = -2$$

$$[2] = 2$$

بنابراین:

$$[-2,7] - \left[-\frac{\pi}{2}\right] + [2] = -3 - (-2) + 2 = 1$$

۲۴ - گزینه ۳ نکته: تابع جزء صحیح، تابعی است که به هر عدد صحیح  $k$ ، خود آن عدد و به تمام اعدادی که بین دو عدد صحیح متوالی  $k$  و  $k + 1$  قرار دارند، عدد صحیح  $k$  را نسبت می‌دهد، به عبارت دیگر اگر  $k \leq x < k + 1$ ، آن‌گاه  $[x] = k$ .

با توجه به نکته بالا داریم:

$$[x] = 3 \Rightarrow 3 \leq x < 4$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

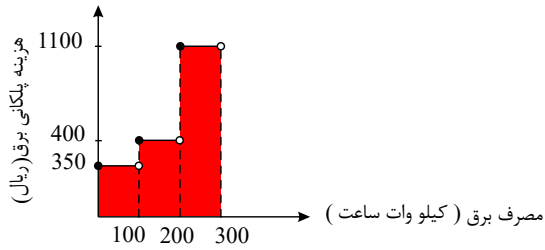
۲۵ - گزینه ۲ نکته: تابع با ضابطه ۰ تابع علامت می‌نامیم. واضح است که دامنه این تابع برابر  $\mathbb{R}$  و برد آن برابر  $\{-1, 0, 1\}$  است.

با توجه به نکته بالا، گزینه ۲ پاسخ است.

۲۶ - گزینه ۳ هزینه برق مصرفی برابر مساحت زیر نمودار است که برابر است با:



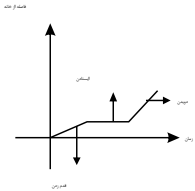
$$(100 - 0) \times 350 + (200 - 100) \times 400 + (300 - 200) \times 1100 = 35000 + 40000 + 110000 = 185000$$



۲۷ - گزینه ۱ نکته: تابع  $f: A \rightarrow B$  را که در آن مجموعه  $R = \{c\}$  برد تابع است، تابع ثابت می نامند. در تابع ثابت، برد تنها شامل یک عضو است. با توجه به صورت تست، تابع  $f$  یک تابع ثابت است، پس:

$$f(-1) - 3f(2) = -3 - 3(-3) = -3 + 9 = 6$$

۲۸ - گزینه ۳ علی ابتدا قدم زنان شروع به حرکت کرده است. در این مدت فاصله اش از خانه با شیب کم افزایش یافته است. زمانی که برای خرید متوقف شده است فاصله اش از خانه ثابت مانده است. وقتی به سمت مدرسه شروع به دویدن کرده است، فاصله اش از خانه با شیب زیادی افزایش یافته است. بنابراین نمودار مورد نظر به شکل زیر است:



۲۹ - گزینه ۱ نکته: در تابع همانی  $f$  برای هر عضوی مانند  $a$  از  $D_f$  داریم:  $f(a) = a$ . با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} (2, x+y) \in f \Rightarrow x+y=2 \\ (x+4, y) \in f \Rightarrow x+4=y \Rightarrow x-y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow 2x+y=2(-1)+3=1$$

۳۰ - گزینه ۲ نکته: تابع با ضابطه  $f(x) = x$  را تابع همانی می نامند. با توجه به نکته داریم:

$$f(4a) = 4a, \quad f(a) = a, \quad f(2a) = 2a$$

با جای گذاری این مقادیر در عبارت مورد نظر داریم:

$$f(4a) = f(a) \times f(2a) \Rightarrow 4a = a \times 2a \Rightarrow 4a = 2a^2 \Rightarrow 2a^2 - 4a = 0 \Rightarrow 2a(a-2) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ یا } a = 2$$

فقط مقدار  $a = 2$  در گزینه ها وجود دارد، پس گزینه ۲ پاسخ است.

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۱	۱۱ - ۲	۱۶ - ۳	۲۱ - ۴	۲۶ - ۳
۲ - ۳	۷ - ۳	۱۲ - ۳	۱۷ - ۳	۲۲ - ۴	۲۷ - ۱
۳ - ۱	۸ - ۲	۱۳ - ۲	۱۸ - ۲	۲۳ - ۱	۲۸ - ۳
۴ - ۱	۹ - ۳	۱۴ - ۳	۱۹ - ۳	۲۴ - ۳	۲۹ - ۱
۵ - ۳	۱۰ - ۱	۱۵ - ۳	۲۰ - ۲	۲۵ - ۲	۳۰ - ۲