

سایت علی جبرا Aligebra.com

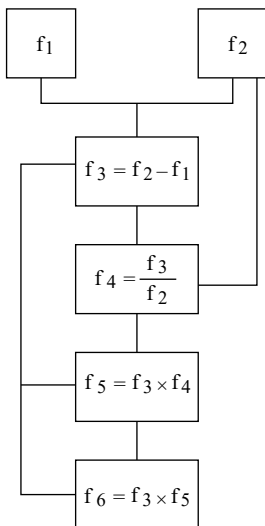
پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



علی هاشمی

۱- با فرض آنکه $f = \{(0, 2), (5, 8), (6, 3)\}$ ، $g = \{(5, 10), (6, 20)\}$ و $h = \{(-1, 2), (5, 1), (6, 23)\}$ باشند، تابع $\frac{f+g}{h}$ کدام است؟
 ① $\{(-1, 18), (5, 18), (6, 1)\}$ ② $\{(0, 18), (5, 1), (6, 2)\}$ ③ $\{(5, 18), (6, 1)\}$ ④ $\{(5, 6), (6, 2)\}$

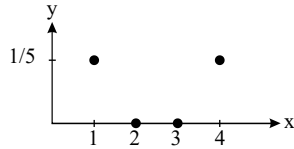
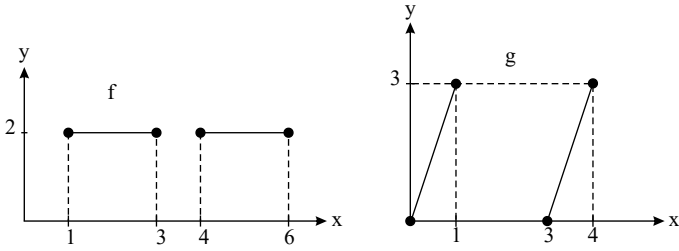
۲- با توجه به ضابطه های $f_1(x) = x^2 - 1$ و $f_2(x) = |x - 3|$ ، حاصل نهایی درخت زیر به ازای $x = -1$ کدام است؟



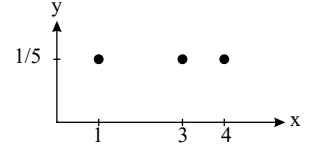
- ① ۱۶
- ② ۱۴
- ③ ۱۸
- ④ ۱۲



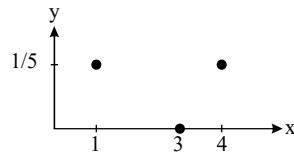
۳- با توجه به نمودار توابع f و g نمودار تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟



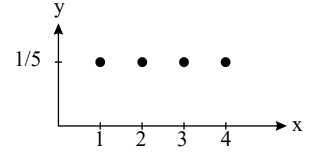
۱



۲



۳



۴

۴- اگر $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = -\frac{x}{3} - 1$ باشد، مقدار $\frac{(f \times g)(3)}{(f - g)(1)}$ کدام است؟

۱ -۶

۲ -۳

۳ -۳۰

۴ -۱۵

۵- عبارت ذکر شده در کدام گزینه درست است؟

- ۱ دو تابع دلخواه f و g را همواره می توان با هم جمع یا تفریق کرد.
- ۲ دو تابع دلخواه f و g را فقط وقتی می توان در هم ضرب کرد که اشتراک دامنه های f و g تهی نباشد.
- ۳ دو تابع دلخواه f و g را فقط وقتی می توان بر هم تقسیم کرد که صورت کسر حاصل، صفر نباشد.
- ۴ اگر f و g دو تابع باشند، توابع $f + g$ ، $f - g$ ، $f \times g$ و $\frac{f}{g}$ فقط با این شرط قابل تشکیل شدن هستند که هیچ کدام از مقادیر f و g صفر نباشند.



۶- اگر $f = \{(1, 6), (2, 9), (3, k)\}$ و $g = \{(0, -1), (2, 2m), (3, 12)\}$ ، $\frac{f}{g} = \{(2, 3), (3, 5)\}$ باشد، حاصل km کدام است؟

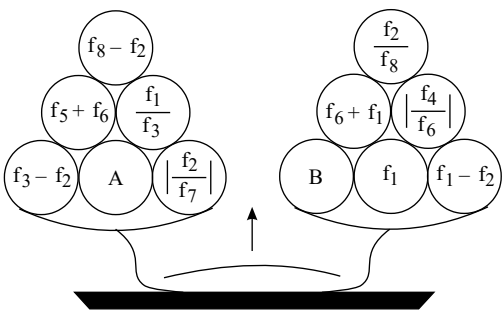
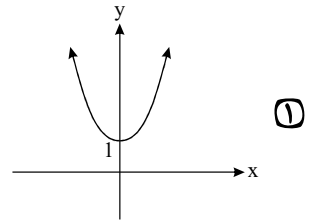
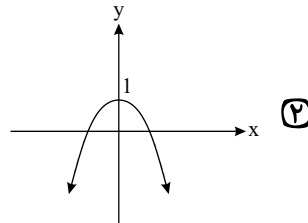
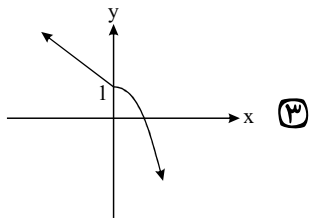
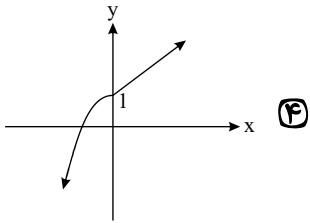
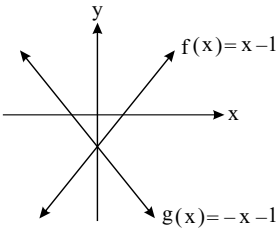
۱۱۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۰ (۲)

۸۰ (۱)

۷- با توجه به نمودار توابع f و g نمودار تابع $f \times g$ کدام است؟



۸- با توجه به ضابطه‌های $f_1(x) = x^2 + 1$ و $f_2(x) = x - 2$ و ضابطه‌های توابع زیر، برای اینکه دو کفه ترازو به‌ازای $x = 3$ با هم برابر باشند، به‌جای A و B به‌ترتیب کدام ضابطه‌ها باید قرار گیرند؟

$$f_+(x) = f_1(x) + f_2(x), \quad f_-(x) = f_2(x) - f_1(x), \quad f_\Delta(x) = f_1(x) \times f_2(x)$$

$$f_\Sigma(x) = \frac{f_1(x)}{f_2(x)}, \quad f_\Pi(x) = \frac{f_\Sigma(x)}{f_-(x)}, \quad f_\Lambda(x) = \frac{f_+(x)}{f_\Delta(x)}$$

$\frac{f_+}{f_1}$ و f_+ (۴)

f_Σ و $\frac{f_+}{f_1}$ (۳)

$|f_+|$ و $\frac{f_+}{f_\Delta}$ (۲)

f_Σ و $-\frac{f_+}{f_1}$ (۱)



۹- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , x < -1 \\ x^2 + 2\sqrt{3} & , -1 \leq x \leq 2 \\ 4 & , x > 2 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{3} - 1) + f(\sqrt{5}) + f(-2)$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۵ ۳) -۸ ۴) -۵

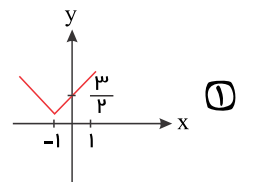
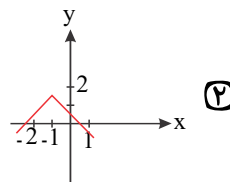
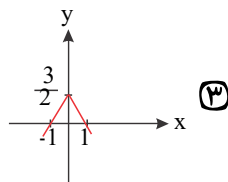
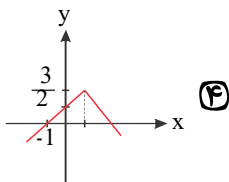
۱۰- اگر $\frac{7}{2} < x \leq 4$ باشد، مقدار $[-2x + 1]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

۱) -۴ ۲) ۳ ۳) -۷ ۴) -۶

۱۱- اگر $f(x) = -x + 2kx - 4k$ تابعی ثابت باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

۱) -۲ ۲) -۴ ۳) ۱ ۴) ۵

۱۲- نمودار تقریبی تابع $y = -|x + 1| + \frac{3}{2}$ کدام است؟





۱۳- اگر تابع $f = \left\{ (a-3, \sqrt{2}), (b+\sqrt{2}, 3), \left(\frac{3}{2}c-1, 5\right) \right\}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $\frac{ab}{c+3}$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۴- نمودار تابع $f(x) = |x-3|$ و تابع همانی در چه نقاطی یکدیگر را قطع می کنند؟

(۲, ۲) (۴)

$\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ (۳)

$\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (۲)

(۱, ۱) (۱)

۱۵- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & , -3 \leq x < 0 \\ -3 & , 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 2 & , -4 \leq x \leq -3 \\ 3x-2 & , -3 < x \leq 2 \end{cases}$ باشد، حاصل $(f-3g)(-3) + (f-3g)(2)$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۴ (۳)

-۲۶ (۲)

-۴ (۱)

۱۶- اگر $f(x) = |x| + 2$ و $g(x) = \text{sign}(x) + 1$ تابع $y = (f-g)(x)$ کدام است؟

$$y = \begin{cases} x+2 & , x > 0 \\ -1 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases} \quad (۴) \quad y = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ -x-1 & , x < 0 \end{cases} \quad (۳) \quad y = \begin{cases} x+1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x+1 & , x < 0 \end{cases} \quad (۲) \quad y = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ -x+2 & , x < 0 \end{cases} \quad (۱)$$



۱۷- مقدار $[\sqrt{5}]$ کدام می باشد؟ ([]، []) نماد جزء صحیح است.

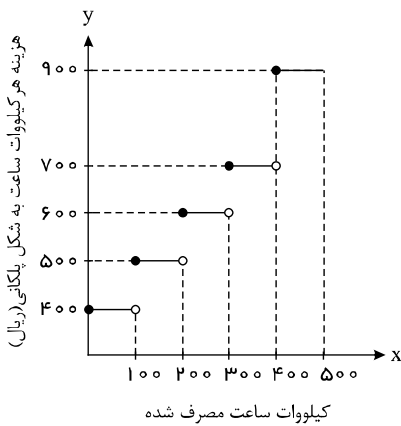
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۵)

صفر (۱)

۱۸- طبق نمودار زیر، هزینه برق مصرفی یک خانواده که در ماه ۴۶۰ کیلووات ساعت برق مصرف کرده اند چقدر خواهد بود؟



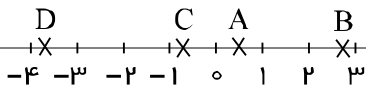
۳۱۰,۰۰۰ ریال (۱)

۲۷۴,۰۰۰ ریال (۲)

۲۸۴,۰۰۰ ریال (۳)

۲۸۰,۰۰۰ ریال (۴)

۱۹- با توجه به محور زیر که محل قرارگیری اعداد A, B, C, D را نشان می دهد، حاصل عبارت



کدام است؟ ([]، []) نماد جزء صحیح است.

$$\frac{2[A] - 3[B]}{4[C] + 6[D]}$$

$\frac{3}{14}$ (۴)

$\frac{7}{2}$ (۳)

$\frac{5}{8}$ (۵)

$\frac{2}{9}$ (۱)

۲۰- با فرض آنکه $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = [x^2] + [x]^2$ ، حاصل عبارت $(\frac{f}{g})(-\frac{1}{2})$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است).

۲ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۵)

۱ (۱)



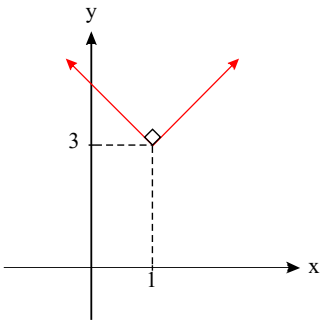
۲۱- اگر $f = \{(1, 3), (0, -1), (3, 0), (-2, -3)\}$ و $g = \{(0, 1), (-2, 0), (2, -3), (3, 3)\}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع $\frac{f}{g}$ چند برابر مجموع اعضای دامنه تابع $\frac{g}{f}$ است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

۲۲- مساحت ایجاد شده بین نمودار تابع $y = |x - 1|$ و محور x ها در محدوده $0 \leq x \leq 4$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

۲۳- اگر نمودار تابع زیر را ۲ واحد به سمت راست و ۴ واحد در راستای قائم به سمت پایین منتقل کنیم، کدام تابع زیر به دست می آید؟



- ۱) $y = |x - 1| - 1$
 ۲) $y = |x - 1| + 1$
 ۳) $y = |x - 3| - 1$
 ۴) $y = |x - 3| + 1$

۲۴- اگر $f = \{(-1, 2b), (b, a - 1)\}$ تابع همانی و $g = \{(-1, 4a), (1, -2c)\}$ تابع ثابت باشد، مقدار $a - b + c$ چقدر است؟

- ۱) -۱ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) صفر



۲۵- اگر $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = x + 1$ باشند، دامنه و ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟

$$\left\{ \begin{array}{l} (\frac{f}{g})(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \\ D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{\pm 1\} \end{array} \right. \textcircled{۴}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\frac{f}{g})(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1} \\ D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} \end{array} \right. \textcircled{۳}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\frac{f}{g})(x) = x - 1 \\ D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{-1\} \end{array} \right. \textcircled{۵}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (\frac{f}{g})(x) = x - 1 \\ D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{1\} \end{array} \right. \textcircled{۱}$$

۲۶- در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & , x < 0 \\ 5 & , 0 \leq x \leq 2 \\ 2x - b & , x > 2 \end{cases}$ اگر $f(-2) + 2f(3) = 10$ باشد، حاصل $f(-1) + f(4)$ کدام است؟

۶ $\textcircled{۴}$

۹ $\textcircled{۳}$

۱۲ $\textcircled{۵}$

۳ $\textcircled{۱}$

۲۷- حاصل عبارت $A = 2 \operatorname{sign}\left(\frac{1}{2}\right) - 3 \operatorname{sign}(|1 - \sqrt{3}|)$ کدام است؟ $\operatorname{sign} x$ تابع علامت و $[]$ نماد جزء صحیح است.

۳ $\textcircled{۴}$

-۳ $\textcircled{۳}$

-۲ $\textcircled{۵}$

۲ $\textcircled{۱}$

۲۸- اگر f تابع همانی و توابع g و h توابعی ثابت با دامنه \mathbb{R} باشند و داشته باشیم: $(f + g)(3) = 2$ و $h(3) = -4$ ، حاصل $(h \times g)(-2)$ کدام است؟

-۴ $\textcircled{۴}$

۴ $\textcircled{۳}$

-۲ $\textcircled{۵}$

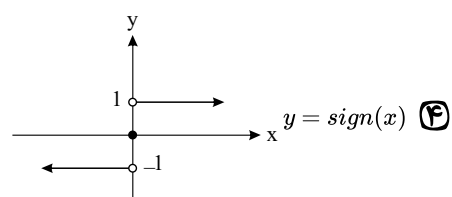
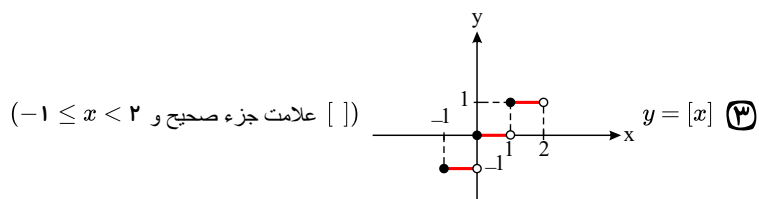
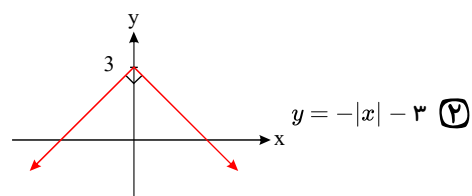
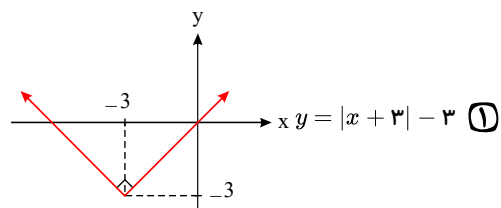
۲ $\textcircled{۱}$



۲۹- اگر نمودار تابع $f(x) = -2x + 3$ از نقطه $A(2b, a + 2)$ واقع بر نیم‌ساز ناحیه اول و سوم بگذرد، مقدار $a - b$ کدام است؟

- ① $-3,5$ ② -4 ③ $-1,5$ ④ 5

۳۰- نمودار کدام ضابطه اشتباه رسم شده است؟





پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ ابتدا تابع $f + g$ را در دامنه مشترک این دو تابع یعنی $\{5, 6\}$ به دست می آوریم:

$$f + g = \{(5, 8 + 10), (6, 3 + 20)\} = \{(5, 18), (6, 23)\}$$

سپس تابع $f + g$ را بر تابع h تقسیم می کنیم. (در دامنه مشترک و اینکه مخرج برابر صفر نشود).

$$\frac{f + g}{h} = \{(5, \frac{18}{1}), (6, \frac{23}{23})\} = \{(5, 18), (6, 1)\}$$

۲ - گزینه ۱

$$f_1(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$f_2(-1) = |-1 - 3| = 4$$

$$f_3(-1) = f_2(-1) - f_1(-1) = 4 - 0 = 4$$

$$f_4(-1) = \frac{f_3(-1)}{f_2(-1)} = \frac{4}{4} = 1$$

$$f_5(-1) = f_3(-1) \times f_4(-1) = 4 \times 1 = 4$$

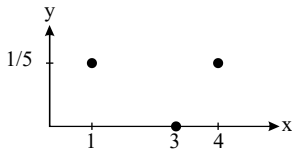
$$f_6(-1) = f_3(-1) \times f_5(-1) = 4 \times 4 = 16$$

۳ - گزینه ۴ با توجه به نمودار مختصاتی دو تابع f و g ، دامنه مشترک این دو تابع عبارت است از: $x = 1, 3, 4$ در نتیجه مقادیر $\frac{g}{f}$ را در این نقاط مشخص می کنیم.

$$\left(\frac{g}{f}\right)(1) = \frac{g(1)}{f(1)} = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(1, \frac{3}{2}\right) = (1, 1.5)$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{0}{2} = 0 \Rightarrow (3, 0)$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(4) = \frac{g(4)}{f(4)} = \frac{3}{2} \Rightarrow \left(4, \frac{3}{2}\right) = (4, 1.5)$$



نقاط به دست آمده برای تابع $\frac{g}{f}$ را در نمودار مختصاتی نمایش می دهیم.

۴ - گزینه ۴

$$\frac{(f \times g)(3)}{(f - g)(1)} = \frac{f(3) \times g(3)}{f(1) - g(1)} = \frac{10 \times (-2)}{2 - (-\frac{4}{3})} = \frac{-20}{2 + \frac{4}{3}} = \frac{-20}{\frac{10}{3}} = -20 \div \frac{10}{3} = -20 \times \frac{3}{10} = -6$$

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow \begin{cases} f(3) = 3^2 + 1 = 10 \\ f(1) = 1^2 + 1 = 2 \end{cases}$$

$$g(x) = -\frac{x}{3} - 1 \Rightarrow \begin{cases} g(3) = -\frac{3}{3} - 1 = -2 \\ g(1) = -\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3} \end{cases}$$



۵ - گزینه ۲ برای دو تابع دلخواه f و g توابع $f + g$ و $f - g$ و $f \times g$ و $\frac{f}{g}$ در دامنه مشترک آن‌ها به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$۱) (f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad , \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g$$

$$۲) (f - g)(x) = f(x) - g(x) \quad , \quad D_{f-g} = D_f \cap D_g$$

$$۳) (f \times g)(x) = f(x) \times g(x) \quad , \quad D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$۴) \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \quad , \quad D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

فقط در تقسیم دو تابع مخرج حاصل نباید برابر صفر باشد.

۶ - گزینه ۲

$$f = \{(1, 6), (2, 9), (3, k)\} \quad , \quad g = \{(0, -1), (2, 2m), (3, 12)\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(2, \frac{9}{2m}\right), \left(3, \frac{k}{12}\right) \right\} = \{(2, 3)(3, 5)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{9}{2m} = 3 \Rightarrow 9 = 6m \Rightarrow m = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \\ \frac{k}{12} = 5 \Rightarrow k = 60 \end{cases}$$

$$\Rightarrow km = \frac{3}{2} \times 60 = 90$$

۷ - گزینه ۲ با توجه به ضابطه‌های دو تابع f و g داریم:

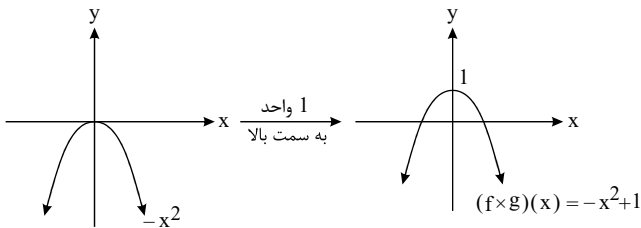
$$f(x) = x - 1 \quad D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = -x - 1 \quad D_g = \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow (f \times g)(x) = f(x) \times g(x) = (x - 1)(-x - 1) = -x^2 + 1$$

$$D_{f \times g} = \mathbb{R}$$

برای رسم تابع $(f \times g)(x) = -x^2 + 1$ کفایست نمودار تابع $-x^2$ را یک واحد به سمت بالا انتقال دهیم.



۸ - گزینه ۲ ابتدا با توجه به ضابطه دو تابع $f_1(x)$ و $f_2(x)$ مقادیر این دو تابع را به ازای $x = 3$ به دست می‌آوریم:

$$f_1(x) = x^2 + 1 \Rightarrow f_1(3) = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$

$$f_2(x) = x - 2 \Rightarrow f_2(3) = 3 - 2 = 1$$

حال با داشتن $f_1(3) = 10$ و $f_2(3) = 1$ مقادیر سایر توابع را در $x = 3$ به دست می‌آوریم:

$$f_+(3) = f_1(3) + f_2(3) = 10 + 1 = 11$$

$$f_-(3) = f_2(3) - f_1(3) = 1 - 10 = -9$$

$$f_\Delta(3) = f_1(3) \times f_2(3) = 10 \times 1 = 10$$

$$f_\frac{(3)}{(3)} = \frac{f_1(3)}{f_2(3)} = \frac{10}{1} = 10$$

$$f_\vee(3) = \frac{f_\frac{(3)}{(3)}}{f_-(3)} = \frac{10}{-9} = -\frac{10}{9}$$



$$f_{\lambda}(3) = \frac{f_{\nu}(3)}{f_{\rho}(3)} = \frac{11}{10}$$

حال با توجه به مقادیر به دست آمده مقادیر هر دو کفه را مشخص می‌کنیم.
کفه سمت راست:

$$\frac{f_{\nu}}{f_{\lambda}} = \frac{1}{\frac{11}{10}} = \frac{10}{11}, \quad f_{\rho} + f_1 = 10 + 10 = 20$$

$$\left| \frac{f_{\nu}}{f_{\rho}} \right| = \left| \frac{-9}{10} \right| = \frac{9}{10}$$

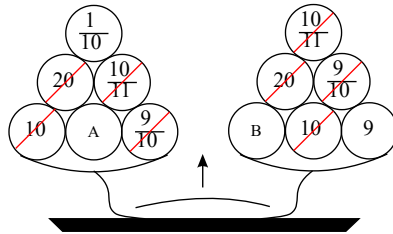
$$f_1 - f_{\nu} = 10 - 1 = 9, \quad f_1 = 10$$

کفه سمت چپ:

$$f_{\lambda} - f_{\nu} = \frac{11}{10} - 1 = \frac{1}{10}, \quad f_{\delta} + f_{\rho} = 10 + 10 = 20$$

$$\frac{f_1}{f_{\nu}} = \frac{10}{11}, \quad f_{\nu} - f_{\rho} = 11 - 1 = 10, \quad \left| \frac{f_{\nu}}{f_{\nu}} \right| = \left| \frac{1}{-\frac{10}{9}} \right| = \left| \frac{-9}{10} \right| = \frac{9}{10}$$

حال با کنار گذاشتن مقادیر مساوی در دو کفه داریم:



در این صورت مقدار A برابر 9 و مقدار B برابر $\frac{1}{10}$ است. با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$A = |f_{\rho}|, \quad B = \frac{f_{\nu}}{f_{\delta}}$$

۹ - گزینه ۲

$$f(\sqrt{3}-1) = (\sqrt{3}-1)^2 + 2\sqrt{3} = 3 + 1 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 4$$

$$f(\sqrt{5}) = 4$$

$$f(-2) = 2(-2) + 1 = -3$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{3}-1) + f(\sqrt{5}) + f(-2) = 4 + 4 - 3 = 5$$

۱۰ - گزینه ۳ باید عبارت داخل جزء صحیح را بسازیم:

$$\frac{\nu}{2} < x \leq 4 \Rightarrow -\nu > -2x \geq -8 \Rightarrow -8 \leq -2x < -\nu$$

یک واحد اضافه می‌کنیم.

$$\rightarrow -\nu \leq -2x + 1 < -6 \Rightarrow [-2x + 1] = -\nu$$

۱۱ - گزینه ۱ برای اینکه $f(x) = (-1 + 2k)x - 4k$ تابعی ثابت باشد، باید ضریب x برابر صفر باشد، پس:

$$-1 + 2k = 0 \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = -4\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \Rightarrow f(-1) = -2$$

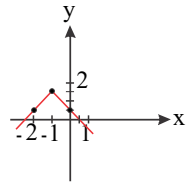
۱۲ - گزینه ۲ کافی است با دادن ریشه داخل قدرمطلق و ۲ عدد اطراف آن تابع را رسم کنیم:



$$x = -1$$

$$\uparrow$$

$$y = -|x + 1| + \frac{3}{2}$$



x	-2	-1	0	1
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

۱۳ - گزینه ۱ می‌دانیم برای تابع همانی بودن خواهیم داشت:

$$a - 3 = \sqrt{2} \Rightarrow a = 3 + \sqrt{2}$$

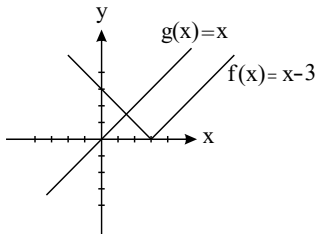
$$b + \sqrt{2} = 3 \Rightarrow b = 3 - \sqrt{2}$$

$$\frac{3}{2}c - 1 = 5 \Rightarrow \frac{3}{2}c = 6 \Rightarrow c = 4$$

$$\Rightarrow \frac{ab}{c + 3} = \frac{(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2})}{4 + 3} = \frac{9 - 2}{7} = \frac{7}{7} = 1$$

۱۴ - گزینه ۳

دو تابع $g(x) = x$ که همان تابع همانی است و $f(x) = |x - 3|$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



همان‌طور که در شکل مشخص است نقطه برخورد دو تابع در محدوده‌های کوچک‌تر از ۳ است:

$$x < 3 \Rightarrow x - 3 < 0 \Rightarrow f(x) = -x + 3$$

تابع همانی: $g(x) = x$

$$\Rightarrow -x + 3 = x \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

نقطه تقاطع: $A\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$

۱۵ - گزینه ۲

$$(f - 3g)(-3) = f(-3) - 3g(-3) = -5 - 3(2) = -11$$

$$(f - 3g)(2) = f(2) - 3g(2) = -3 - 3(4) = -15$$

$$\Rightarrow -11 - 15 = -26$$

۱۶ - گزینه ۱ باید $f(x)$ و $g(x)$ را به صورت چندضابطه‌ای نوشته و سپس با توجه به دامنه‌های مشترک، عملیات جبری بین آن‌ها را انجام دهیم:

$$f(x) = |x| + 2 = \begin{cases} x + 2 & , x > 0 \\ 2 & , x = 0 \\ -x + 2 & , x < 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \operatorname{sgn}(x) + 1 = \begin{cases} 2 & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = (f - g)(x) = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 1 & , x = 0 \\ -x + 2 & , x < 0 \end{cases}$$



$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

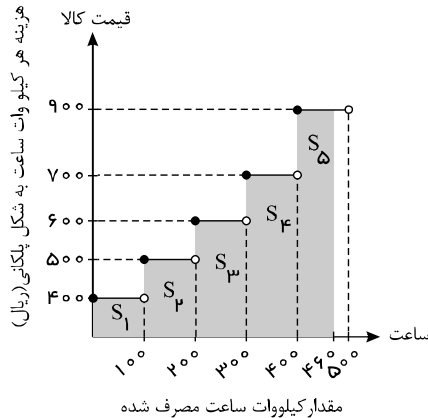
$$\downarrow$$

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

$\sqrt{5}$ عددی بین ۲ و ۳ است. (مقدار آن تقریباً برابر ۲٫۲ است) در نتیجه:

$$[\sqrt{5}] = 2$$

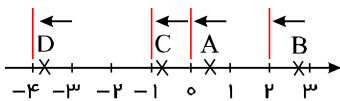
مساحت زیر نمودار برابر میزان برق مصرفی است.



$$\text{هزینه برق مصرفی} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$$

$$= 400000 + 500000 + 600000 + 700000 + 540000 = 2740000 = 2740000 \text{ ریال} = (100 \times 400) + (100 \times 500) + (100 \times 600) + (100 \times 700) + (60 \times 900)$$

جزء صحیح هر عدد صحیح برابر خودش و جزء صحیح هر عدد غیر صحیح برابر اولین عدد صحیح در سمت چپ عدد مورد نظر روی محور است.



$$[A] = 0, [B] = 2, [C] = -1, [D] = -4$$

$$\frac{2[A] - 3[B]}{4[C] + 6[D]} = \frac{2 \times 0 - 3 \times 2}{4 \times (-1) + 6 \times (-4)} = \frac{-6}{-4 + (-24)} = \frac{-6}{-28} = \frac{-6}{-28} = \frac{3}{14}$$

$$f(x) = \text{sign}(x) \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

$$g(x) = [x^2] + [x] \Rightarrow g\left(-\frac{1}{2}\right) = \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\right] + \left[-\frac{1}{2}\right]$$

$$= \left[\frac{1}{4}\right] + \left[-\frac{1}{2}\right] = 0 + (-1) = -1$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{f\left(-\frac{1}{2}\right)}{g\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-1}{1} = -1$$

۲۱ - گزینه ۳ ابتدا اشتراک دامنه دو تابع f و g را مشخص می کنیم.

$$\begin{cases} D_f = \{1, 0, 3, -2\} \\ D_g = \{0, -2, 2, 3\} \end{cases} \Rightarrow D_f \cap D_g = \{0, -2, 3\}$$

دامنه تابع $\frac{g}{f}$ برابر اشتراک دامنه دو تابع f و g منهای مقادیری که به ازای آن تابع f برابر صفر می شود.

$$f(3) = 0 \Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = \{0, -2, 3\} - \{3\} = \{0, -2\}$$

در نتیجه مجموع اعضای دامنه تابع $\frac{g}{f}$ برابر $0 + (-2) = -2$ است.



$$g(-2) = 0 \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \{0, -2, 3\} - \{-2\} = \{0, 3\}$$

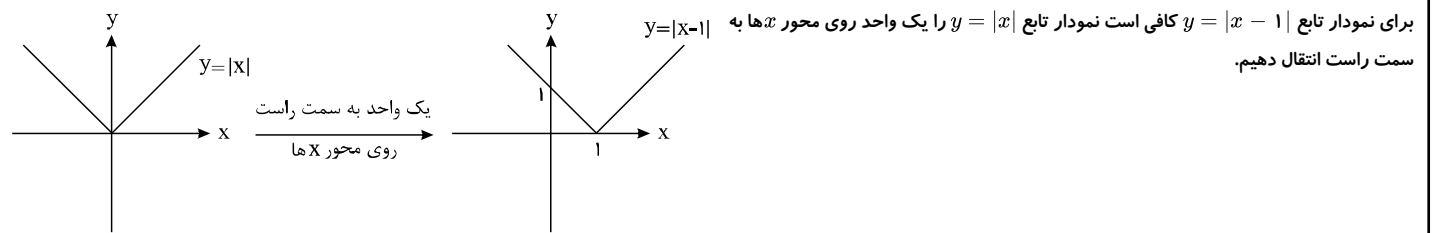
$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(0, \frac{f(0)}{g(0)}\right), \left(3, \frac{f(3)}{g(3)}\right) \right\} = \left\{ \left(0, \frac{-1}{1}\right), \left(3, \frac{0}{3}\right) \right\}$$

$$= \{(0, -1), (3, 0)\} \Rightarrow R_{\frac{f}{g}} = \{-1, 0\}$$

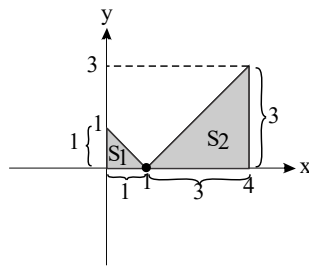
مجموع اعضای برد تابع $\frac{f}{g}$ برابر $-1 + 0 = -1$ است. در نتیجه داریم:

$$\frac{\frac{f}{g}}{\frac{g}{f}} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

۲۲ - گزینه ۱

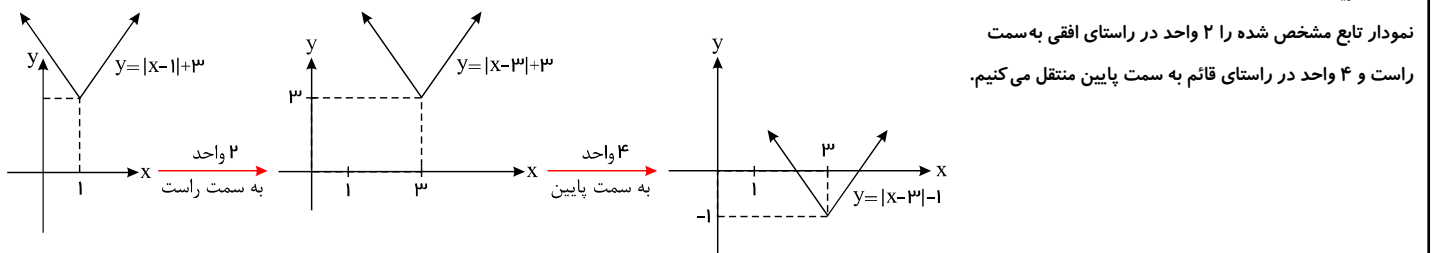


حال با توجه به محدوده دامنه تابع داریم:



$$0 \leq x \leq 4 \text{ در محور } x \text{ ها و } y = |x - 1| \text{ نمودار شده بین نمودار تابع } y = |x - 1| \text{ و محور } x \text{ ها در محدوده } 0 \leq x \leq 4 = \frac{3 \times 3}{2} + \frac{1 \times 1}{2} = 4,5 + 0,5 = 5$$

۲۳ - گزینه ۳



معادله نمودار به دست آمده به صورت $y = |x - 3| - 1$ خواهد بود. (سه واحد به سمت راست و یک واحد به سمت پایین)

۲۴ - گزینه ۴ می دانیم تابع همانی $f(x) = x$ می باشد و به عبارتی ورودی و خروجی با هم برابر است:

$$2b = -1 \Rightarrow b = \frac{-1}{2}$$

$$a - 1 = b = \frac{-1}{2} \Rightarrow a = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$4a = -2c \Rightarrow 4\left(\frac{1}{2}\right) = -2c \Rightarrow c = -1$$

$$a - b + c = \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) + (-1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 = 0$$

و تابع ثابت $f(x) = k$ می باشد و به عبارتی همه مؤلفه های دوم با هم برابرند.



$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x + 1} = x - 1$$

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = \mathbb{R} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}(x)} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1\} = \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$\begin{cases} f(-2) = (-2)^2 - 2a = 4 - 2a \Rightarrow f(-2) + 2f(3) = 4 - 2a + 2(6 - b) = 4 - 2a + 12 - 2b = 16 - 2(a + b) \\ f(3) = 2(3) - b = 6 - b \end{cases}$$

در نتیجه:

$$16 - 2(a + b) = 10 \Rightarrow 6 = 2(a + b) \Rightarrow \boxed{a + b = 3} \quad (1)$$

بنابراین:

$$f(-1) + f(4) = (-1)^2 - a + 2 \times 4 - b = 1 - a + 8 - b = 9 - (a + b) \stackrel{(1)}{=} 9 - 3 = 6$$

$$\text{sign } x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \text{ می دانیم:}$$

$$\begin{cases} \left[\frac{1}{\sqrt{5}}\right] = [0,5] = 0 \\ \Rightarrow \text{sign}\left[\frac{1}{\sqrt{5}}\right] = \text{sign}(0) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underbrace{|1 - \sqrt{3}|}_{\text{منفی}} = -1 + \sqrt{3} = -1 + 1,7 = +0,7 \\ \Rightarrow \text{sign}(0,7) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = 2(0) - 3(1) = -3$$

$$\begin{cases} (f + g)(3) = f(3) + g(3) \Rightarrow (f + g)(3) = 3 + g(3) = 2 \Rightarrow g(3) = -1 \\ f \text{ تابع همانی} \Rightarrow f(3) = 3 \end{cases}$$

$$g \text{ و } h \text{ تابع ثابت} \Rightarrow \begin{cases} g(-2) = -1 \\ h(-2) = -4 \end{cases}$$

$$(h \times g)(-2) = h(-2) \times g(-2) = (-4) \times (-1) = 4$$

۲۹ - گزینه ۳ نقطه A روی نیم‌ساز ناحیه اول و سوم ($y = x$) قرار دارد، بنابراین داریم:

$$a + 2 = 2b \Rightarrow a - 2b = -2$$

از طرفی مختصات این نقطه در ضابطه تابع خطی نیز صدق می‌کند و داریم:

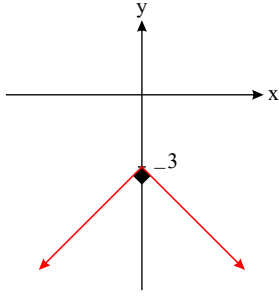
$$y = -2x + 3 \Rightarrow a + 2 = -2(2b) + 3 \Rightarrow a + 4b = 1$$

$$\begin{cases} a - 2b = -2 \\ a + 4b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + 2b = 2 \\ a + 4b = 1 \end{cases} \Rightarrow 6b = 3 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a - \frac{2}{2} = -2 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow a - b = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$



برای رسم نمودار $y = -|x| - 3$ باید نمودار $y = -|x|$ را ۳ واحد به پایین انتقال دهیم:



پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۲	۱۱ - ۱	۱۶ - ۱	۲۱ - ۳	۲۶ - ۴
۲ - ۱	۷ - ۲	۱۲ - ۲	۱۷ - ۳	۲۲ - ۱	۲۷ - ۳
۳ - ۴	۸ - ۲	۱۳ - ۱	۱۸ - ۲	۲۳ - ۳	۲۸ - ۳
۴ - ۴	۹ - ۲	۱۴ - ۳	۱۹ - ۴	۲۴ - ۴	۲۹ - ۳
۵ - ۲	۱۰ - ۳	۱۵ - ۲	۲۰ - ۲	۲۵ - ۲	۳۰ - ۲