

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



علی هاشمی

۱- در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x+1 & , x \leq 1 \\ 2x+3 & , 1 < x \leq 2 \\ 3x+5 & , x > 2 \end{cases}$ حاصل $f(\sqrt{2}-1) + f(2\sqrt{2}-1) - f(3\sqrt{2}-1)$ کدام است؟

۲۶ $\sqrt{2}$ - ۵ (۴)

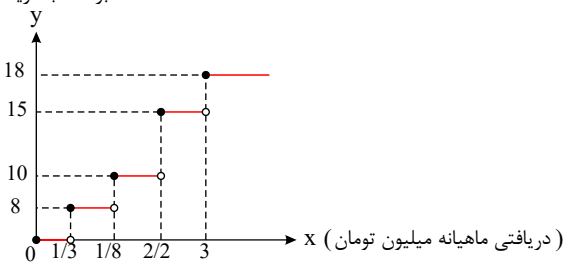
۲۶ $\sqrt{2}$ + ۵ (۳)

۲ $\sqrt{2}$ - ۱ (۲)

-۴ $\sqrt{2}$ - ۱ (۱)

۲- مطابق نمودار زیر، شخصی که ۲ میلیون تومان دریافتی ماهیانه دارد مالیات می پردازد و مبلغ زیر معاف از مالیات است.

درصد میزان مالیات پلکانی
بر حسب دریافتی



(۱) ۹۰ هزار تومان - یک میلیون و هشتصد هزار تومان

(۲) ۹۰ هزار تومان - یک میلیون و سیصد هزار تومان

(۳) ۶۰ هزار تومان - یک میلیون و سیصد هزار تومان

(۴) ۶۰ هزار تومان - یک میلیون و هشتصد هزار تومان

۳- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x-2 & 0 \leq x < 6 \\ 8 & x > 6 \end{cases}$ شامل چند عدد صحیح می شود؟

۸ (۴)

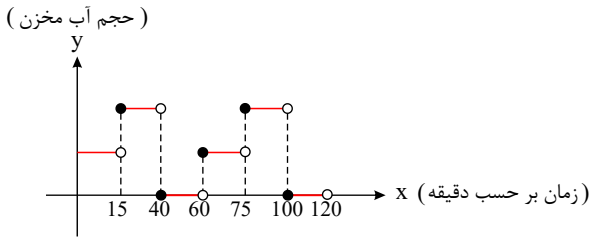
۷ (۳)

۶ (۲)

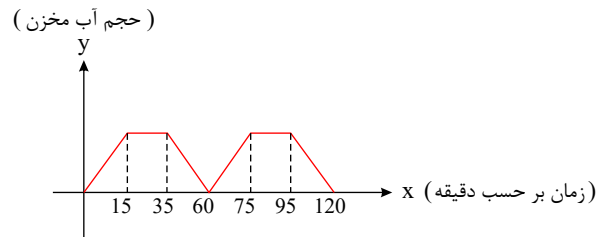
۵ (۱)



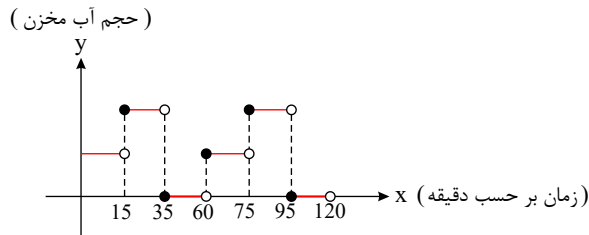
۴- یک مخزن آب در ابتدای هر ساعت به مدت ۱۵ دقیقه طول می کشد تا به صورت یکنواخت پُر شود و در ۲۰ دقیقه آخر به صورت یکنواخت خالی می شود. کدام نمودار بیانگر وضعیت مخزن می باشد؟



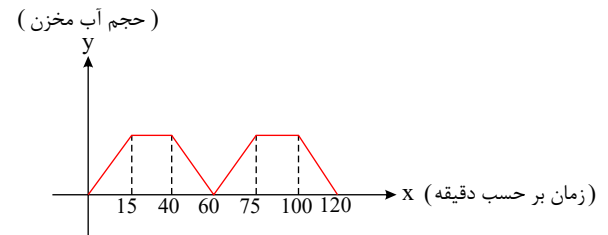
۲



۱



۴



۳

۵- تابع f همانی است. مقدار $f(1+k)$ کدام است؟

$$\frac{k}{k+3} \rightarrow [f] \rightarrow \frac{3k}{5k+5}$$

۱۰ یا ۷ ۴

۶ یا ۴ ۳

۵ یا ۲ ۵

۳ یا ۱ ۱

۶- در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 4 & , x \geq 0 \\ x - 2 & , x < 0 \end{cases}$ با فرض آن که $f(k) = 0$ باشد، چند مقدار قابل قبول برای k وجود دارد؟

چهار ۴

سه ۳

دو ۲

یک ۱

۷- در تابع ثابت f با دامنه مجموعه اعداد حقیقی، حاصل $f(a+1) - f(a)$ همواره کدام است؟

صفر ۴

$2a+1$ ۳

-۱ ۵

۱ ۱



۸- جدول زیر مربوط به تابع همانی f است. حاصل abc کدام است؟

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & ۴ & ۱۰b-۱ & \frac{c}{۵} & ۳۰ \\ \hline y & ۳a-۲ & ۱۹ & a-b & ۳۰ \end{array}$$

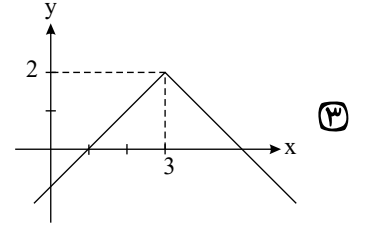
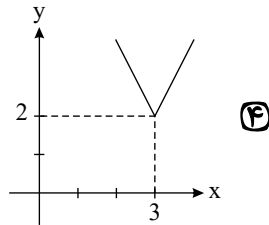
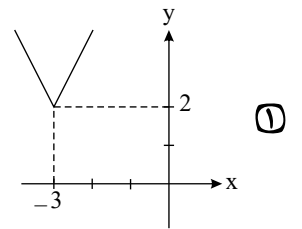
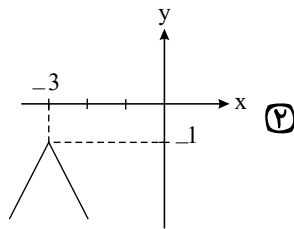
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۹- نمودار تابع $f(x) = -|x-3| + 2$ کدام است؟



۱۰- اگر $f = \{(4, 6), (5, 2), (-10, 18)\}$ باشد، آن گاه تابع $f + \frac{f}{f}$ کدام است؟

- (۱) $\{(4, 1), (5, 2), (-10, 18)\}$
 (۲) $\{(4, 7), (5, 3), (-10, 19)\}$
 (۳) $\{(4, 4), (5, 5), (-10, -10)\}$
 (۴) $\{(1, 6), (1, 2), (1, 18)\}$



۱۱- اگر $f(x) = -5$ تابع ثابت باشد، آنگاه حاصل $A = f(5) + f(2) - f(5) \times f(-2)$ کدام است؟

- ① -۳۵ ② ۱۵ ③ -۱۵ ④ ۲۵

۱۲- اگر $f = \{(2a, -4), (1, a + 2b)\}$ یک تابع همانی باشد، آنگاه مقدار $b - a$ کدام است؟

- ① -۲ ② -۱٫۵ ③ ۱ ④ ۳٫۵

۱۳- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^3} & , x < -1 \\ 0 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 2|1-x^2| & , x > 1 \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{2f(\frac{2}{3}) - f(-2)}{1 - f(\sqrt{2})f(\frac{3}{2})}$ کدام است؟

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{4}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $\frac{4}{7}$

۱۴- اگر برد تابع $\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = 3 \end{cases}$ را با R_f و برد تابع $g(x) = \begin{cases} -3 & , x < 0 \\ 0 & , x = 0 \\ 3 & , x > 0 \end{cases}$ را با R_g نمایش دهیم، کدام گزینه نادرست است؟ (دامنه D_f و D_g دامنه g است.)

- ① $R_f \subseteq R_g$ ② $R_f \cap D_g = \{3\}$ ③ f یک تابع همانی است. ④ g یک تابع پلکانی است.



۱۵- مقدار مساحتی که بین نمودار تابع پلکانی $f(x) = \begin{cases} 1 & , 0 \leq x < 2 \\ 3 & , 2 \leq x < 5 \\ 4 & , 5 \leq x \leq 8 \end{cases}$ و محور x ها ایجاد می‌شود، کدام است؟ (مساحت مستطیل‌هایی که از عمود کردن نقاط مرزی بر محور x ها به دست می‌آید.)

۲۵ (۴)

۲۳ (۳)

۲۰ (۷)

۱۸ (۱)

۱۶- اگر $f(x) = \frac{1}{2}|2x + 1| + 2$ باشد، ضابطه این تابع به ازای مقادیر $x < -2$ کدام است؟

$x - \frac{1}{2}$ (۴)

$-x + \frac{3}{2}$ (۳)

$-x + \frac{1}{2}$ (۷)

$-x - \frac{1}{2}$ (۱)

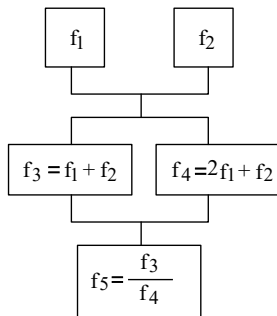
۱۷- اگر $f = \{(-1, 3), (-2, 5), (0, 2), (1, 4)\}$ و $g = \{(-1, 2), (0, 2), (2, 4), (1, 6)\}$ باشند، تابع $3f - \frac{g}{2}$ کدام است؟

$\{(-1, 1), (0, 0), (1, -2)\}$ (۷)

$\{(-1, 8), (0, 5), (1, 9)\}$ (۱)

$\{(2, 1), (-1, 1), (0, 0), (1, -2)\}$ (۴)

$\{(-2, 1), (-1, 8), (0, 5), (1, 9)\}$ (۳)



۱۸- اگر $f_1(x) = 2x - 1$ و $f_2(x) = x + 3$ باشند، باتوجه به نمودار درختی زیر $f_5(4)$ کدام است؟

$\frac{12}{7}$ (۱)

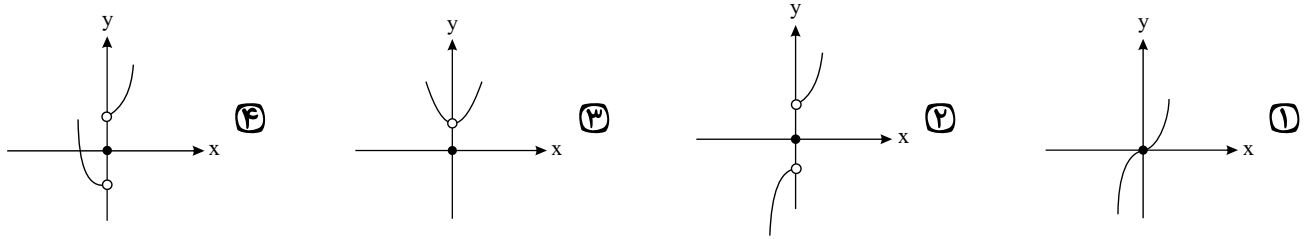
$\frac{15}{7}$ (۷)

۲ (۳)

۳ (۴)



۱۹- اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند، نمودار تابع $(f + g)(x)$ کدام است؟



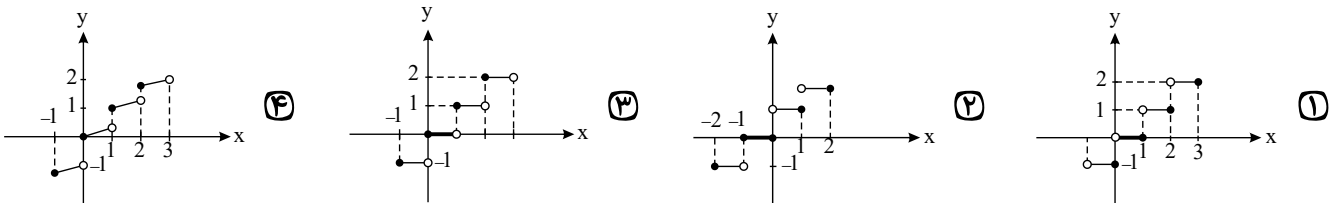
۲۰- طبق تعریف تابع جزء صحیح، مقدار $[\frac{-7}{2}]$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است)

- ① -۴ ② -۳ ③ -۷ ④ -۲

۲۱- با فرض آنکه $f(x) = [x] - [-x]$ باشد، حاصل عبارت $f(\frac{1}{2}) + f(2,6)$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است)

- ① ۶ ② ۵ ③ ۴ ④ ۳

۲۲- بخشی از نمودار تابع $f(x) = [x]$ مطابق کدام گزینه است؟ (علامت جزء صحیح است)





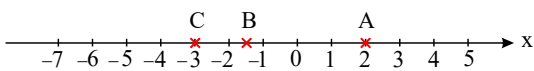
۲۳- اگر x یک عدد طبیعی و دلخواه باشد، در این صورت مقدار $\left[\frac{-1}{x}\right]$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است)

- ① فقط صفر ② صفر یا ۱ ③ صفر یا -۱ ④ فقط -۱

۲۴- اگر $sign(x)$ تابع علامت باشد، به ازای چه مقدار یا مقادیری از K رابطه $sign(K^2 + 3) = -1$ برقرار است؟

- ① $K \geq 0$ ② $K < 0$ ③ هر مقدار K ④ هیچ مقدار K

۲۵- با توجه به محور اعداد زیر حاصل $\frac{[A] + [-B]}{[2C]}$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است)



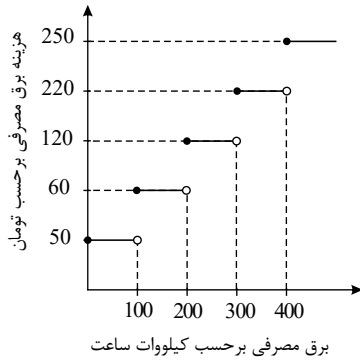
- ① $-\frac{1}{2}$ ② -۱ ③ $\frac{1}{2}$ ④ ۱

۲۶- تابع $f(x) = sign(x)$ و $g(x) = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$ در کدام طول‌ها یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- ① $-\frac{5}{4}, \frac{5}{4}$ ② $-\frac{15}{4}, \frac{15}{4}$ ③ $\frac{15}{4}, -\frac{5}{4}$ ④ $-\frac{15}{4}, \frac{5}{4}$



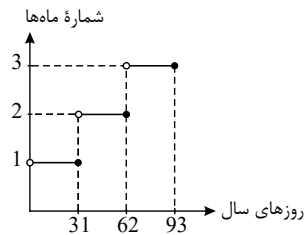
۲۷- نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی به صورت زیر می باشد. هزینه برق مصرفی خانواده ای که در یک ماه ۴۵۰ کیلووات ساعت برق مصرف می کند،



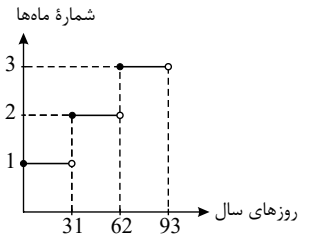
چند تومان است؟

- ① ۴۲۵۰۰
- ② ۵۷۵۰۰
- ③ ۶۲۵۰۰
- ④ ۶۷۵۰۰

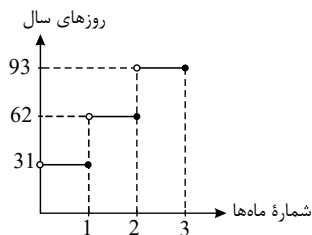
۲۸- اگر ماه های یک سال را به ترتیب با اعداد طبیعی نشان دهیم، در این صورت کدام نمودار زیر مربوط به ماه های سال بر حسب تعداد روزها برای سه ماهه نخست ابتدای سال را درست نشان می دهد؟



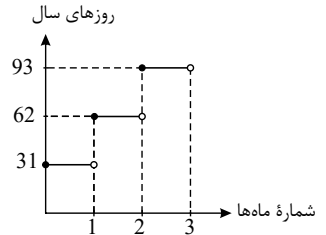
②



①



④



③

۲۹- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} (m-3)x+8 & x \geq 1 \\ (n+2)x^2+2 & x < 1 \end{cases}$ تابعی پلکانی باشد، حاصل $m \times n$ کدام است؟

④ ۵

③ -۵

② ۶

① -۶



۳- اگر $f(x)$ تابع همانی و $g(x)$ تابع علامت باشد $(g(x) = \text{sign}(x))$ ، در این صورت حاصل $\frac{2f(3) + g(-3)}{5g(7) + f(0)}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱

$$f(\sqrt{x}-1) \stackrel{\sqrt{x}-1 \leq 1}{=} x+1 = \sqrt{x}-1+1 = \sqrt{x}$$

$$f(2\sqrt{x}-1) \stackrel{1 \leq 2\sqrt{x}-1 \leq 2}{=} 2x+3 = 2(2\sqrt{x}-1)+3 = 4\sqrt{x}-2+3 = 4\sqrt{x}+1$$

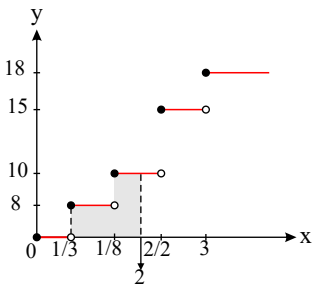
$$f(3\sqrt{x}-1) \stackrel{3\sqrt{x}-1 > 2}{=} 3x+5 = 3(3\sqrt{x}-1)+5 = 9\sqrt{x}-3+5 = 9\sqrt{x}+2$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{x}-1) + f(2\sqrt{x}-1) - f(3\sqrt{x}-1) = \sqrt{x} + 4\sqrt{x} + 1 - (9\sqrt{x} + 2)$$

$$= \sqrt{x} + 4\sqrt{x} + 1 - 9\sqrt{x} - 2 = -4\sqrt{x} - 1$$

۲ - گزینه ۳

مطاق نمودار میزان مالیات شخصی که دو میلیون حقوق دریافت می کند برابر سطح زیر نمودار است. در نتیجه داریم:



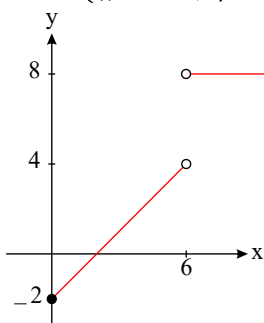
$$\text{میزان مالیات پرداختی} = (1,8 - 1,3) \times \frac{8}{100} + (2 - 1,8) \times \frac{10}{100}$$

$$= 0,5 \times \frac{8}{100} + 0,2 \times \frac{10}{100} = 0,04 + 0,02 = 0,06 \text{ میلیون تومان} = 60000 \text{ تومان}$$

با توجه به نمودار برای شخصی با حقوق دریافتی کمتر از یک میلیون و سیصد هزار تومان مالیاتی دریافت نمی شود. (معاف از مالیات است)

۳ - گزینه ۳ برای مشخص کردن برد تابع f نمودار مختصاتی آنرا رسم می کنیم:

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & 0 \leq x < 6 \\ 8 & x > 6 \end{cases}$$



برد تابع f به صورت $\{-2 \leq y < 4\} \cup \{8\}$ است و اعداد صحیح در این برد به صورت ۸ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ و -۱ و -۲ است.

۴ - گزینه ۳ مخزن از حالت خالی تا پر شدن آن به صورت یکنواخت به صورت یک تابع خطی می باشد و مدت زمان ۲۵ دقیقه به صورت پر باقی می ماند که در این مدت تابع آن به صورت یک تابع ثابت می باشد و در ۲۰ دقیقه آخر مخزن خالی می شود که نمودار مربوط به گزینه ۳ پاسخ صحیح می باشد.

۵ - گزینه ۱ تابع f همانی است (هر مقدار به روی خودش در برد متناظر می کند) پس مقادیر $\frac{3k}{5k+5}$ و $\frac{k}{k+3}$ با هم برابرند.

$$\frac{k}{k+3} = \frac{3k}{5k+5} \stackrel{\text{طرفین وسطین}}{\Rightarrow} k(5k+5) = 3k(k+3) \Rightarrow 5k^2 + 5k = 3k^2 + 9k$$

$$\Rightarrow 5k^2 - 3k^2 + 5k - 9k = 0$$



$$\Rightarrow 2k^2 - 4k = 0 \Rightarrow 2k(k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \text{یا} \\ k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \end{cases}$$

در نتیجه برای $f(1+k)$ داریم:

$$k = 0 \Rightarrow f(1+k) = f(1+0) = f(1) = 1$$

$$k = 2 \Rightarrow f(1+k) = f(1+2) = f(3) = 3$$

۶ - گزینه ۱ با توجه به اینکه مقدار k مشخص نیست پس آن را در هر دو ضابطه f قرار می‌دهیم تا مقادیر k به دست بیاید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x - 4, & x \geq 0 \\ x - 2, & x < 0 \end{cases}$$

$$f(k) = 0, k \geq 0 \Rightarrow k^2 - 3k - 4 = 0 \Rightarrow (k - 4)(k + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - 4 = 0 \Rightarrow k = 4 \text{ (ق ق)} \\ k + 1 = 0 \Rightarrow k = -1 \text{ (غ ق)} \end{cases}$$

($k = -1$ غیر قابل قبول است چون $k \geq 0$ فرض شده است.)

$$f(k) = 0, k < 0 \Rightarrow k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \text{ (غ ق)}$$

$k = 2$ غیر قابل قبول است چون در این قسمت $k < 0$ فرض شده است در نتیجه فقط یک مقدار قابل قبول برای k وجود دارد.

۷ - گزینه ۴ تابع ثابت به صورت $f(x) = k$ می‌باشد، بنابراین به ازای هر x ورودی از اعداد حقیقی به ما k می‌دهد:

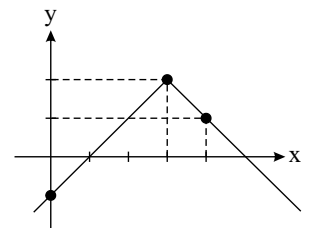
$$\begin{cases} f(a+1) = k \\ f(a) = k \end{cases} \Rightarrow f(a+1) - f(a) = k - k = 0$$

۸ - گزینه ۱ ضابطه تابع همانی به صورت $f(x) = x$ می‌باشد و خروجی و ورودی با هم برابرند.

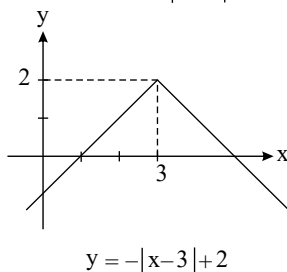
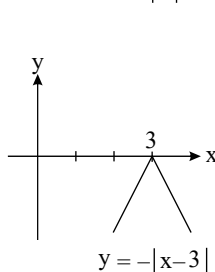
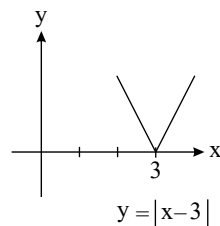
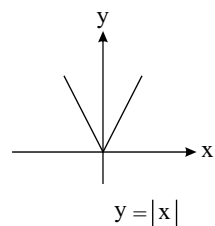
$$\begin{cases} 3a - 2 = 4 \rightarrow 3a = 6 \rightarrow a = 2 \\ 1 \cdot b - 1 = 19 \rightarrow 1 \cdot b = 20 \rightarrow b = 20 \\ \frac{c}{5} = a - b = 2 - 20 = -18 \rightarrow c = -90 \end{cases} \Rightarrow abc = 0$$

۹ - گزینه ۳ روش اول: کافی است عدد به تابع بدهیم و تابع را رسم کنیم، حواسمان باشد حتماً ریشه داخل قدر مطلق ($x = 3$) یکی از آن اعداد باشد.

$$f(x) = -|x - 3| + 2 \quad \begin{array}{c|ccc} x & 0 & 3 & 4 \\ \hline y & -1 & 2 & 1 \end{array}$$



روش دوم:



۱۰ - گزینه ۲ اگر بخواهیم چهار عمل اصلی را روی دو تابع که زوج مرتبی به ما داده شده‌اند انجام دهیم، مؤلفه‌های اول مشترک را نگه می‌داریم و ۴ عمل را روی مؤلفه‌های دوم آن‌ها انجام می‌دهیم:

$$f = \{(4, 6), (5, 2), (-10, 18)\} \Rightarrow \frac{f}{f} = \{(4, 1), (5, 1), (-10, 1)\}$$

$$f + \frac{f}{f} = \{(4, 6+1), (5, 2+1), (-10, 18+1)\} = \{(4, 7), (5, 3), (-10, 19)\}$$



اگر $f(x)$ تابعی ثابت باشد، به ازای هر ورودی فقط یک خروجی تحویل می دهد:

$$f(x) = -5$$

$$f(5) = f(2) = f(-2) = -5$$

$$\Rightarrow A = -5 - 5 - (-5) \times (-5) = -10 - 25 = -35$$

$$2a = -4 \Rightarrow a = -2$$

$$1 = a + 2b \xrightarrow{a=-2} 1 = (-2) + 2b \Rightarrow 3 = 2b \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$b - a = \frac{3}{2} - (-2) = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2} = 3,5$$

$$f\left(\frac{2}{3}\right) \xrightarrow{\text{ضابطه وسط}} 0$$

$$f(-2) \xrightarrow{\text{ضابطه بالا}} \sqrt{1 - (-2)^2} = \sqrt{1 - 4} = \sqrt{-3} = 3$$

$$f(\sqrt{2}) \xrightarrow{\text{ضابطه پایین}} 2|1 - (\sqrt{2})^2| = 2|1 - 2| = 2| -1| = 2$$

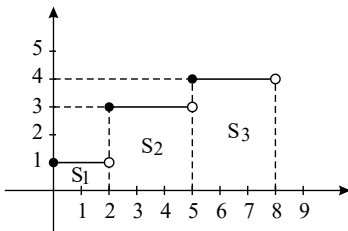
$$f\left(\frac{3}{2}\right) \xrightarrow{\text{ضابطه پایین}} 2\left|1 - \left(\frac{3}{2}\right)^2\right| = 2\left|1 - \frac{9}{4}\right| = 2\left|-\frac{5}{4}\right| = 2 \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2(0) - 3}{1 - 2\left(\frac{5}{2}\right)} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

۱۴ - گزینه ۳ باتوجه به ضوابط داده شده $R_f = \{3\}$ و $R_g = \{-3, 0, 3\}$ است بنابراین $R_f \subseteq R_g$ می باشد.

ازطرفی $f(x)$ تابعی ثابت است و $g(x)$ نیز تابع پلکانی است و $R_f \cap D_g = \{3\}$ است.

با رسم نمودار داده شده خواهیم داشت:



$$\begin{cases} S_1 = 1 \times 2 = 2 \\ S_2 = 3 \times 3 = 9 \\ S_3 = 3 \times 4 = 12 \end{cases} \Rightarrow \text{مساحت کل} = S_1 + S_2 + S_3 = 2 + 9 + 12 = 23$$

۱۶ - گزینه ۳ به ازای $x < -2$ داخل قدرمطلق عددی منفی می شود، بنابراین قرینه آن را از قدرمطلق خارج می کنیم:

$$f(x) = \frac{1}{2}(-2x - 1) + 2 = -x - \frac{1}{2} + 2 = -x + \frac{3}{2}$$

اگر عددی در زوج مرتبها ضرب شود، آن عدد در مؤلفه دوم یا برد آنها ضرب می شود.

$$3f = \{(-1, 9), (-2, 15), (0, 6), (1, 12)\} \xrightarrow{3f - \frac{1}{2}g} \{(-1, 8), (1, 9), (0, 5)\}$$

$$\frac{1}{2}g = \{(-1, 1), (0, 1), (2, 2), (1, 3)\}$$

$$f = \{(-1, 3), (-2, 5), (0, 2), (1, 4)\}$$



$$g = \{(-1, 2), (0, 2), (2, 4), (1, 6)\}$$

$$3f = \{(-1, 9), (-2, 15), (0, 6), (1, 12)\}$$

$$\frac{g}{2} = \{(-1, 1), (0, 1), (2, 2), (1, 3)\}$$

$$\begin{cases} D_{(3f)} = \{-1, -2, 0, 1\} \\ D_{(\frac{g}{2})} = \{-1, 0, 2, 1\} \end{cases} \Rightarrow D_{(3f)} \cap D_{(\frac{g}{2})} = \{-1, 0, 1\}$$

$$3f - \frac{g}{2} = \{(-1, 8), (0, 5), (1, 9)\}$$

۱۸ - گزینه ۳ باتوجه به نمودار خواهیم داشت:

$$f_{\Sigma}(x) = f_1(x) + f_{\Psi}(x) = 2x - 1 + x + 3 = 3x + 2$$

$$f_{\Gamma}(x) = 2f_1(x) + f_{\Psi}(x) = 2(2x - 1) - (x + 3) = 3x - 5$$

$$\Rightarrow f_{\Delta}(x) = \frac{f_{\Psi}(x)}{f_{\Gamma}(x)} = \frac{3x + 2}{3x - 5} \xrightarrow{x=4} \frac{3(4) + 2}{3(4) - 5} = \frac{14}{7} = 2$$

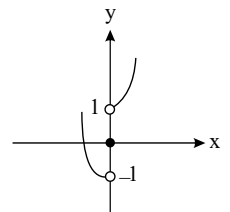
۱۹ - گزینه ۴

کافی است ضابطه ها را بنویسیم و سپس باهم جمع کنیم:

$$f(x) = x^x$$

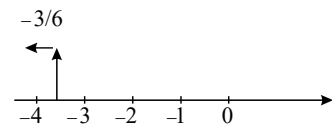
$$g(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f + g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} x^x + 1 & , x > 0 \\ x^x & , x = 0 \\ x^x - 1 & , x < 0 \end{cases}$$



۲۰ - گزینه ۱

$$\left[\frac{-7, 2}{2}\right] = [-3, 6] = -4$$



جزء صحیح هر عدد غیر صحیح برابر اولین عدد صحیح در سمت چپ عدد است.

۲۱ - گزینه ۱

$$f(x) = [x] - [-x]$$

$$f(2,6) = [2,6] - [-2,6] = 2 - (-3) = 5$$

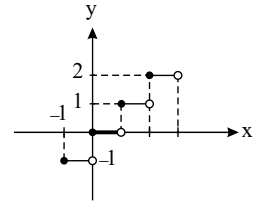
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left[\frac{1}{2}\right] - \left[-\frac{1}{2}\right] = 0 - (-1) = 1$$

$$f(2,6) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 5 + 1 = 6$$

۲۲ - گزینه ۳ تابع $f(x) = [x]$ را به صورت چند ضابطه ای می نویسیم و نمودار آن را رسم می کنیم. (تابع جزء صحیح نوعی تابع پلکانی است)



$$f(x) = [x] = \begin{cases} 2 & 2 \leq x < 3 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \\ -1 & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$



۲۳ - گزینه ۴ یک عدد طبیعی است در نتیجه مقدار x همواره بزرگ تر یا مساوی ۱ است $x \geq 1$

با توجه به اینکه $x \geq 1$ در نتیجه $0 < \frac{1}{x} \leq 1$ خواهد بود، پس:

$$0 < \frac{1}{x} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\frac{1}{x} < 0 \Rightarrow \left[-\frac{1}{x}\right] = -1$$

۲۴ - گزینه ۴ تابع $sign(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$ به ازای مقادیر منفی برابر -۱ است.

با توجه به اینکه حاصل $(K^2 + 3)$ همواره مقداری مثبت است، به ازای هیچ مقدار K حاصل $sign(K^2 + 3)$ برابر (-۱) نمی شود.

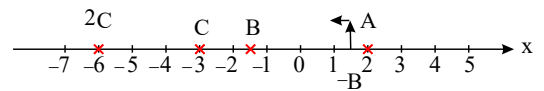
۲۵ - گزینه ۱ جزء صحیح هر عدد صحیح برابر خودش و جزء صحیح هر عدد غیر صحیح، اولین عدد صحیح در سمت چپ محور اعداد است.

$$[A] = [2] = 2$$

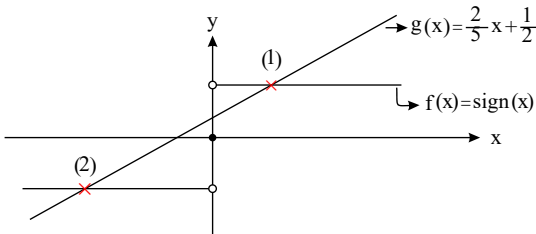
$$[-B] = [1, \dots] = 1$$

$$[2C] = [2 \times (-3)] = [-6] = -6$$

$$\frac{[A] + [-B]}{[2C]} = \frac{2 + 1}{-6} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2}$$



۲۶ - گزینه ۴ نمودار دو تابع $f(x) = sign(x)$ و $g(x) = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2}$ را رسم می کنیم.



برای به دست آوردن نقطه تلاقی شماره (۱) ضابطه تابع $g(x)$ را برابر ۱ قرار می دهیم:

$$g(x) = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{2}{5}x = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{5}x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{2} \div \frac{2}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{4}$$

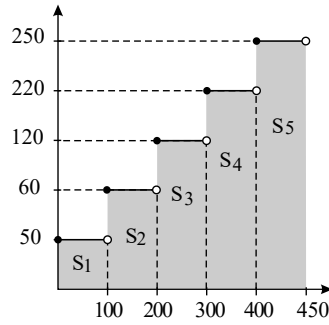
برای بدست آوردن نقطه تلاقی شماره (۲) ضابطه تابع $g(x)$ را برابر -۱ قرار می دهیم:

$$g(x) = \frac{2}{5}x + \frac{1}{2} = -1 \Rightarrow \frac{2}{5}x = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{5}x = -\frac{3}{2} \Rightarrow x = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{2}{5}} = -\frac{3}{2} \div \frac{2}{5} = -\frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = -\frac{15}{4}$$

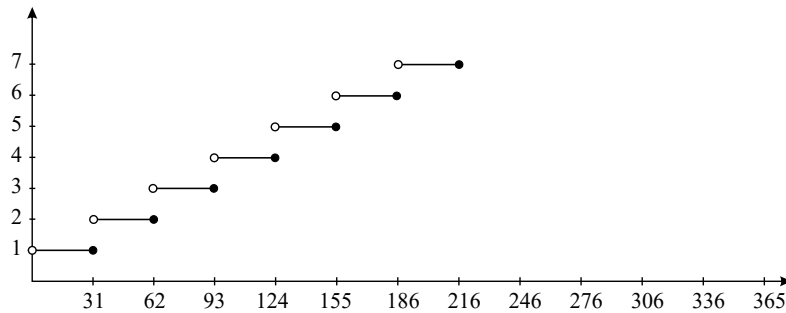


مساحت زیر نمودار برابر برق مصرفی خانوار است.



$$\begin{aligned} \text{هزینه برق مصرفی} &= S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 \\ &= 50 \times 100 + 60 \times 100 + 120 \times 100 + 220 \times 100 + 250 \times 50 \\ &= 5000 + 6000 + 12000 + 22000 + 12500 = 57500 \text{ تومان} \end{aligned}$$

۲۸ - گزینه ۲ نمودار مربوط به شماره ماهها برحسب شماره روز به صورت زیر است. دقت کنید که نقاط ابتدایی در هر ماه در نمودار پلکانی مربوط به آن تو خالی است، زیرا آخرین روز ماه قبل مربوط به شماره ماه قبل می باشد پس نقاط انتهایی را توپر در نظر می گیریم.



۲۹ - گزینه ۱ نکته: تابع پلکانی، تابع چند ضابطه ای است که هر ضابطه آن تابعی ثابت است. (مقدار ثابت است) با توجه به نکته بالا ضریب x و x^2 در هر دو ضابطه برابر صفر است.

$$f(x) = \begin{cases} (m-3)x + 8 & x \geq 1 \\ (n+2)x^2 + 2 & x < 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} m-3=0 &\Rightarrow m=3 \\ n+2=0 &\Rightarrow n=-2 \end{aligned} \Rightarrow m \times n = 3 \times (-2) = -6$$

۳۰ - گزینه ۲ تابع همانی f هر عضو از دامنه را به روی خودش در برد نظیر می کند.

ضابطه تابع علامت به صورت $\sin g(x) \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x = 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$ است که به ازای اعداد مثبت برابر ۱ و به ازای اعداد منفی برابر -۱ و به ازای صفر برابر صفر است.

در نتیجه داریم:

$$\frac{2f(3) + g(-3)}{5g(7) + f(0)} = \frac{2 \times 3 + (-1)}{5 \times 1 + 0} = \frac{6-1}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۱	۱۱ - ۱	۱۶ - ۳	۲۱ - ۱	۲۶ - ۴
۲ - ۳	۷ - ۴	۱۲ - ۴	۱۷ - ۱	۲۲ - ۳	۲۷ - ۲
۳ - ۳	۸ - ۱	۱۳ - ۲	۱۸ - ۳	۲۳ - ۴	۲۸ - ۲
۴ - ۳	۹ - ۳	۱۴ - ۳	۱۹ - ۴	۲۴ - ۴	۲۹ - ۱
۵ - ۱	۱۰ - ۲	۱۵ - ۳	۲۰ - ۱	۲۵ - ۱	۳۰ - ۲