

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



علی هاشمی

۱- اگر $f(x) = \begin{cases} \sqrt{2} + x & x < -1 \\ \sqrt{2} - x & x \geq -1 \end{cases}$ مقدار $f(\sqrt{2} - 1) + f(\sqrt{2} + 1)$ کدام است؟

- ① ۱ ② -۱ ③ صفر ④ $2\sqrt{2} - 2$

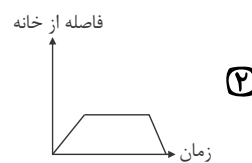
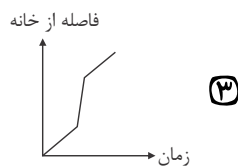
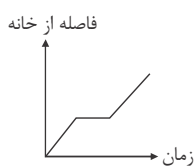
۲- جدول زیر مربوط به یک تابع همانی است، حاصل abc کدام است؟

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 4 & 10b-1 & \frac{c}{5} & 30 \\ \hline y & 3a-2 & 19 & a-b & 30 \end{array}$$

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

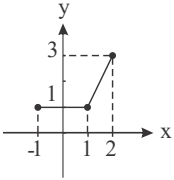
۳- نمودار کدام گزینه نشان‌دهنده‌ی داستان زیر است؟

«از خانه به طرف مدرسه با سرعت ثابت در حال حرکت بودیم. اوضاع خوب پیش می‌رفت تا این که ماشین پنچر شد. پس از گرفتن پنچری با سرعت ثابت به طرف مدرسه حرکت کردیم.»





۴- اگر نمودار f به شکل زیر باشد، ضابطه این تابع کدام است؟



$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 2x & , 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad \text{Ⓐ}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 1 & , 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad \text{Ⓑ}$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - 1 & , 1 < x \leq 2 \end{cases} \quad \text{Ⓒ}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , -1 \leq x < 2 \\ 2 & , 1 < x < 2 \end{cases} \quad \text{Ⓓ}$$

۵- کدام یک از خط‌های زیر، نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1 - x & , x \geq 0 \\ x - 1 & , x < 0 \end{cases}$ را قطع نمی‌کند؟

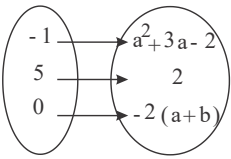
$y = -1$ Ⓐ

$y = x$ Ⓑ

$y = 1$ Ⓒ

$y = x + 2$ Ⓓ

۶- اگر تابع مقابل ثابت باشد، حاصل $a - b$ کدام می‌تواند باشد؟



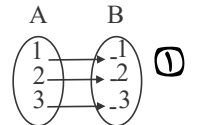
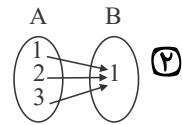
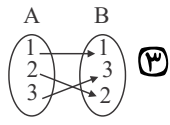
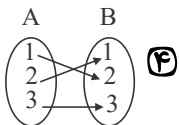
۱ Ⓐ

-۳ Ⓒ

-۷ Ⓓ

۲ Ⓑ

۷- کدام یک از نمودارهای پیکانی زیر، یک تابع همانی را معرفی می‌کند؟





۸- زوج مرتب $(1, n^2 + n - 1)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد. مجموع مقادیر ممکن n کدام است؟

- ① -۱ ② ۲ ③ ۳ ④ -۳

۹- تابع f یک تابع همانی با دامنه اعداد حقیقی است. حاصل $\frac{f(3) + 2f(-3)}{2f(3) - f(-3)}$ کدام است؟

- ① $-\frac{1}{3}$ ② -۳ ③ ۳ ④ $\frac{1}{3}$

۱۰- اگر $f = \{(m^2 - 4, 5), (m^2 - 4, m^2 - 11), (8 + m, 2)\}$ یک تابع باشد، m کدام است؟

- ① فقط ۴ ② فقط -۴ ③ ± 4 ④ هیچ مقداری برای m وجود ندارد.

۱۱- اگر تابع داده شده در جدول زیر را با یک ضابطه بتوان نشان داد، مقدار a کدام است؟

x	۰	۳	۴	$a + 1$
$f(x)$	۰	۲۷	۶۴	۲۱۶

- ① ۴ ② ۵ ③ ۶ ④ ۷

۱۲- رابطه‌ی $f = \{(a + 1, 8), (3, 27), (4, 2b), (3, a^3)\}$ یک تابع است. حاصل $2a - b$ کدام است؟

- ① ۱ ② ۲ ③ ۳ ④ ۴



۱۳- اگر $f = \{(5, a^2 - 1), (a, 3), (5, 48), (7, 2)\}$ یک تابع باشد، مقدار a کدام است؟

۴) -25

۳) 25

۲) -7

۱) 7

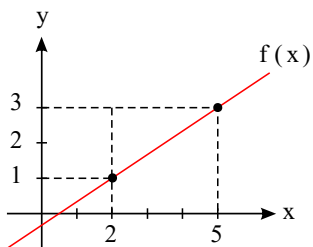
۱۴- اگر $f = \{(3, a + 1), (2, 7), (5, 4b - 2), (3, 3a + b), (5, 0)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a \times b$ کدام است؟

۴) $\frac{3}{8}$

۳) $\frac{1}{8}$

۲) $\frac{1}{4}$

۱) $\frac{2}{3}$



۱۵- نمودار تابع f به صورت مقابل است. $f(3)$ کدام است؟

۲) $5/2$

۴) $2/3$

۱) 2

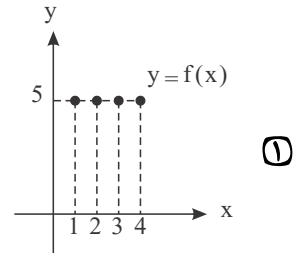
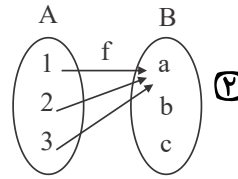
۳) $7/4$



۱۶- کدام گزینه یک تابع ثابت را مشخص نمی‌کند؟

$f = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$ (۴)

$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 7 \end{cases}$ (۳)



$\{2, -3, 5\}$ (۴)

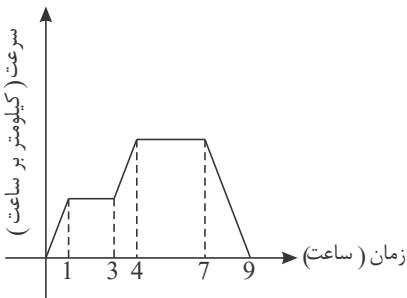
$\{2, 5\}$ (۳)

$\{0, -3\}$ (۷)

$\{0, 2, -3\}$ (۱)

۱۷- در تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = 1 - x^2 \end{cases}$ اگر $A = \{-1, 1, -2\}$ برد تابع کدام است؟

۱۸- نمودار روبه‌رو سرعت یک اتومبیل را برحسب زمان نشان می‌دهد. این اتومبیل چند ساعت را با سرعت ثابت حرکت کرده است؟



۵ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۱۹- اگر برد یک تابع ثابت به صورت $R = \{a - 3, 2a\}$ باشد، مقدار a کدام است؟

-۳ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۷)

۱ (۱)



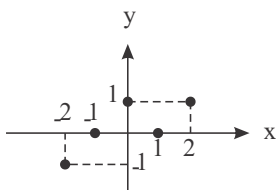
۲۰- کدام گزینه در مورد دامنه و برد تابع روبه‌رو درست است؟

① $R = \{1, -1\}$, $D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

② $R = \{-1, 0, 1\}$, $D = \{1, -1\}$

③ $R = \{1, 0, -1\}$, $D = \{-2, -1, 1, 2\}$

④ $R = \{-1, 0, 1\}$, $D = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$



۲۱- اگر $f = \{(1, 2a - 1), (a + 2, b + 1), (1, a + 1)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

④ ۴

③ -۲

② ۲

① ۱

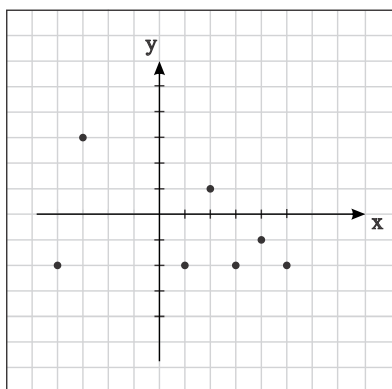
۲۲- از نمودار تابع روبه‌رو حداقل چند نقطه حذف کنیم تا نمودار حاصل تبدیل به یک تابع ثابت شود؟

① ۱

② ۲

③ ۳

④ ۶



۲۳- تابع $f(x)$ با دامنه اعداد حقیقی و برد $R = \{-3\}$ است. حاصل $f(0) + f(2) + f(4)$ کدام است؟

④ -۶

③ -۹

② ۶

① -۳



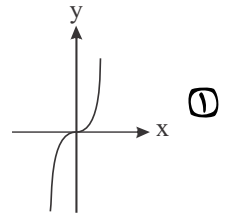
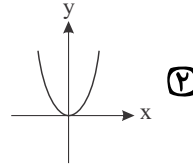
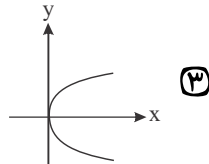
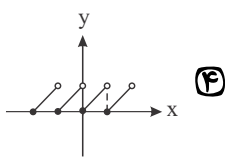
۲۴- اگر برد تابع $f(x) = x^2 - x - 1$ به صورت $R_f = \{1\}$ باشد، نمایش زوج مرتبی تابع f کدام است؟

- ۱ $f = \{(2, 1), (-1, 1)\}$
 ۲ $f = \{(-2, 1), (1, 1)\}$
 ۳ $f = \{(1, 1)\}$
 ۴ $f = \{(-2, 1)\}$

۲۵- تابع f ، تابعی ثابت با دامنه اعداد حقیقی است؛ به طوری که $f(2) + 2f(x) + f(1) = 9$ حاصل $f(1) + f(-1)$ کدام است؟

- ۱ صفر
 ۲ ۶
 ۳ ۳
 ۴ ۹

۲۶- کدام یک از نمودارهای زیر تابع نمی باشد؟



۲۷- کدام یک از ضابطه‌های زیر مربوط به یک تابع ثابت است؟

۴ $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x}{x+1} \end{cases}$

۳ $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x \end{cases}$

۲ $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt{x} \end{cases}$

۱ $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$



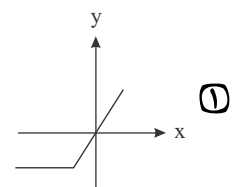
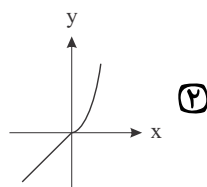
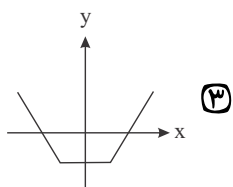
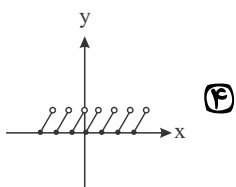
۲۸- اگر $f = \{(-3, a), (b, 5), (-5, 2a + b)\}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار b کدام است؟

- ۱) -۵
 ۲) -۳
 ۳) ۳
 ۴) ۵

۲۹- در تابع ثابت $f(x) = C$ اگر $\frac{f(a) - 4}{f(b) + 5} = f(c)$ باشد، در این صورت مقدار C کدام است؟

- ۱) صفر
 ۲) ۲
 ۳) -۲
 ۴) -۵

۳۰- برد کدام تابع مجموعه تمام اعداد حقیقی است؟





پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ می‌دانیم $\sqrt{2} - 1 \simeq 0.4$ و $\sqrt{2} + 1 \simeq 2.4$ هر دو از -1 بزرگ‌ترند، بنابراین با استفاده از ضابطه $f(x) = \sqrt{2} - x$ داریم:

$$f(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 = 1$$

$$f(\sqrt{2} + 1) = \sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1) = \sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 = -1$$

بنابراین:

$$f(\sqrt{2} - 1) + f(\sqrt{2} + 1) = 1 - 1 = 0$$

۲ - گزینه ۱ تابع همانی هر عضو دامنه را به روی خودش در برد تابع مربوط می‌کند.

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & ۴ & ۱۰b - ۱ & \frac{c}{۵} & ۳۰ \\ \hline y & ۳a - ۲ & ۱۹ & a - b & ۳۰ \end{array}$$

$$۳a - ۲ = ۴ \Rightarrow ۳a = ۶ \Rightarrow a = ۲$$

$$۱۰b - ۱ = ۱۹ \Rightarrow ۱۰b = ۲۰ \Rightarrow b = ۲$$

$$\frac{c}{۵} = a - b \xrightarrow[b=۲]{a=۲} \frac{c}{۵} = ۲ - ۲ = ۰ \Rightarrow \frac{c}{۵} = ۰ \Rightarrow c = ۰$$

چون $c = ۰$ است در نتیجه حاصل abc برابر صفر است.

۳ - گزینه ۴ طبق داستان ابتدا با سرعت ثابت حرکت می‌کردند. هنگامی که ماشین پنجر می‌شود زمان در حال سپری شدن است ولی فاصله از خانه ثابت است. پس از این که پنجرگیری کردند، دوباره با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهند.

۴ - گزینه ۴ در محدوده $1 \leq x \leq -1$ نمودار تابع، خطی موازی محور طول‌هاست، پس در این فاصله، ضابطه تابع به صورت $f(x) = 1$ است و در فاصله $1 \leq x \leq ۲$ ضابطه تابع خطی است که

از دو نقطه $A = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ عبور می‌کند. برای به دست آوردن ضابطه تابع خطی داریم:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{۳ - ۱}{۲ - ۱} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

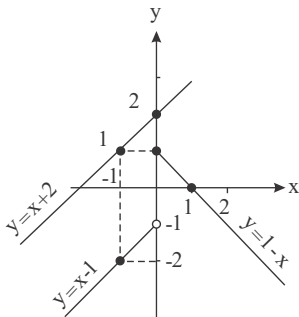
$$y - y_B = m(x - x_B) \Rightarrow y - ۳ = ۲(x - ۲) \Rightarrow y - ۳ = ۲x - ۴ \Rightarrow y = ۲x - ۱$$

تذکر: در $x = 1$ مقدار تابع در هر دو ضابطه یکسان است.

۵ - گزینه ۱

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & ۰ & ۱ \\ y & ۱ & ۰ \end{array} \\ x - 1, & x < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & ۰ & -۱ \\ y & -۱ & -۲ \end{array} \end{cases}$$

اگرچه $x = 0$ در بازه دوم قرار ندارد، اما برای رسم آن را انتخاب می‌کنیم و با نقطه توخالی رسم می‌کنیم.



از بین خطوط داده شده، فقط خط $y = x + 2$ نمودار f را قطع نمی‌کند (در نمودار بالا، خط $y = x + 2$ هم رسم شده است)، لذا گزینه ۱، درست است.

۶ - گزینه ۴ تابع ثابت به هر ورودی، یک خروجی ثابت نسبت می‌دهد یا به عبارت دیگر برد آن شامل فقط یک عنصر است که در این سؤال برابر با ۲ است. پس باید دو خروجی دیگر نیز برابر با ۲ باشند.

$$a^2 + ۳a - ۲ = ۲ \Rightarrow a^2 + ۳a - ۴ = ۰ \Rightarrow a^2 + (۴ - ۱)a + (۴)(-۱) = ۰$$

اتحاد جمله مشترک

$$\longrightarrow (a - 1)(a + ۴) = ۰ \Rightarrow a = ۱ \text{ یا } a = -۴$$



$$-2(a+b) = 2 \Rightarrow a+b = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } a = 1 \Rightarrow 1 + b = -1 \Rightarrow b = -2 & (1) \\ \text{اگر } a = -4 \Rightarrow -4 + b = -1 \Rightarrow b = 4 - 1 = 3 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow a = 1, b = -2 \Rightarrow a - b = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3$$

$$(2) \Rightarrow a = -4, b = 3 \Rightarrow a - b = -4 - 3 = -7$$

۷ - گزینه ۳ نکته: تابع با ضابطه $f(x) = x$ را تابع همانی نامند. در نمایش پیکانی این تابع، هر عضو دامنه به همان عضو از برد با پیکان وصل شده است. مطابق نکته فوق، تنها گزینه ۳ نمایش پیکانی یک تابع همانی است.

۸ - گزینه ۱ نکته: تابع با ضابطه $f(x) = x$ را تابع همانی نامند. از لحاظ هندسی، نمودار این تابع نیمساز ناحیه اول و سوم است.

مطابق نکته، هر نقطه روی نیمساز ناحیه اول و سوم دارای مؤلفه اول و دوم برابر است. چون زوج مرتب $(1, n^2 + n - 1)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم است، پس:

$$n^2 + n - 1 = 1 \Rightarrow n^2 + n - 2 = 0$$

برای به دست آوردن مجموع مقادیر ممکن برای m ، دو راه حل ارائه می‌کنیم:

راه حل اول:

با استفاده از اتحاد جمله مشترک داریم:

$$n^2 + n - 2 = 0 \Rightarrow (n-1)(n+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n-1 = 0 \Rightarrow n = 1 \\ \text{یا} \\ n+2 = 0 \Rightarrow n = -2 \end{cases}$$

بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای m ، برابر $1 + (-2) = -1$ است.

راه حل دوم:

نکته: اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آن‌گاه:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

با توجه به نکته، مجموع مقادیر ممکن برای n برابر است با:

$$-\frac{b}{a} = -\frac{1}{1} = -1$$

۹ - گزینه ۱ نکته: تابع $f: A \rightarrow B$ را همانی می‌نامند.

با توجه به نکته داریم:

$$f(3) = 3, f(-3) = -3$$

با جایگذاری مقادیر فوق در عبارت داده شده، داریم:

$$\frac{f(3) + 2f(-3)}{2f(3) - f(-3)} = \frac{3 + 2 \times (-3)}{2 \times 3 - (-3)} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3}$$

۱۰ - گزینه ۲

در تابع اگر دو زوج مرتب دارای مؤلفه‌های اول برابر باشند، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشند.

$$(m^2 - 4, 5) = (m^2 - 4, m^2 - 11) \Rightarrow m^2 - 11 = 5 \Rightarrow m^2 = 16 \xrightarrow{\text{جنر}} m = \pm 4$$

$$m = 4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (12, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع نیست}$$

$$m = -4 \Rightarrow f = \{(12, 5), (4, 2)\} \Rightarrow f \text{ تابع است}$$

پس فقط جواب $m = -4$ قابل قبول است.

۱۱ - گزینه ۲ با توجه به مقادیر داده شده در جدول و کمی دقت می‌توان فهمید که ضابطه‌ی تابع به صورت $f(x) = x^3$ است.

$$(a+1)^3 = 216 \Rightarrow (a+1)^3 = 6^3 \Rightarrow a+1 = 6 \Rightarrow a = 5$$

۱۲ - گزینه ۲ در صورتی مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها تشکیل تابع می‌دهند که اگر دو زوج مرتب مؤلفه‌ی اولشان برابر باشد، مؤلفه‌ی دومشان هم با هم برابر باشد.

$$\begin{cases} (3, 27) = (3, a^3) \\ a^3 = 27 \Rightarrow a = 3 \end{cases}, \begin{cases} (4, 8) = (4, 2b) \\ 2b = 8 \Rightarrow b = 4 \end{cases} \rightarrow 2a - b = 6 - 4 = 2$$

۱۳ - گزینه ۲ هنگامی مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب تشکیل تابع می‌دهند که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن مؤلفه‌های اول برابر نداشته باشد و اگر مؤلفه‌های اول آن‌ها با هم برابر بود حتماً مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشند.

$$\begin{cases} (5, a^2 - 1) \in f \\ (5, 48) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 - 1 = 48 \Rightarrow a^2 = 49 \Rightarrow a = \pm 7$$

$$a = 7 \Rightarrow f = \{(5, 48), (7, 3), (7, 2)\} \rightarrow \text{تابع نیست}$$

$$a = -7 \Rightarrow f = \{(5, 48), (-7, 3), (7, 2)\} \rightarrow \text{تابع است}$$

پس $a = -7$ قابل قبول است.



۱۴ - گزینه ۳ برای آن که مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب تشکیل تابع دهند باید هیچ دو زوج مرتب متمایزی مؤلفه‌ی اول برابر نداشته باشند پس اگر مؤلفه‌ی اول دو زوج با هم برابر بود حتماً مؤلفه‌ی دوم آن‌ها نیز باید با هم برابر باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$(\Delta, 4b - 2) = (\Delta, 0) \Rightarrow 4b - 2 = 0 \Rightarrow 4b = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$(3, a + 1) = (3, 3a + b) \Rightarrow a + 1 = 3a + b \xrightarrow{b = \frac{1}{2}} a + 1 = 3a + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{2} = 3a - a \Rightarrow 2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$$

پس: $a \times b = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

۱۵ - گزینه ۲ نمودار f خطی است که از دو نقطه $A \left(\frac{2}{3}, 1 \right)$ و $B \left(\frac{5}{3}, 2 \right)$ می‌گذرد. معادله این خط را می‌نویسیم:

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} \Rightarrow m_{AB} = \frac{1 - 2}{\frac{2}{3} - \frac{5}{3}} = \frac{-1}{-1} = 1$$

$$\begin{cases} A \left(\frac{2}{3}, 1 \right) \\ m = 1 \end{cases} \xrightarrow{y - y_A = m(x - x_A)} y - 1 = 1 \left(x - \frac{2}{3} \right) \Rightarrow y = x - \frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = x - \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

۱۶ - گزینه ۴ نکته: تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = c \end{cases}$ را که در آن مجموعه تک عضوی $R_f = \{c\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند. با توجه به نکته، تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

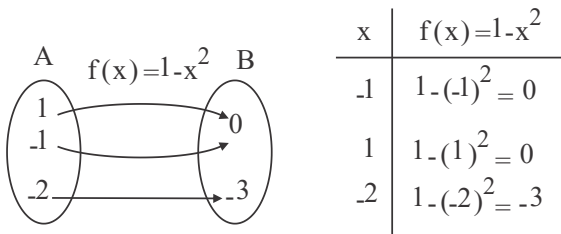
گزینه ۱: برد به صورت $R = \{5\}$ می‌باشد، پس تابع ثابت است.

گزینه ۲: برد به صورت $R = \{a\}$ می‌باشد، پس تابع ثابت است.

گزینه ۳: برد به صورت $R = \{7\}$ می‌باشد، پس تابع ثابت است.

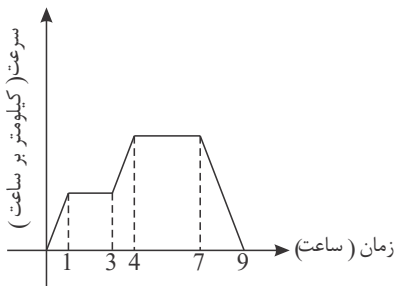
گزینه ۴: تابع نیست. زیرا دو زوج مرتب $(2, 2)$ و $(2, 1)$ که دارای مؤلفه اول برابر و مؤلفه دوم غیر برابر هستند، در این رابطه وجود دارند.

۱۷ - گزینه ۲ ابتدا به ازای هر کدام از اعضای دامنه، مقادیر تابع را به دست می‌آوریم:



۱۸ - گزینه ۱ نکته: در نمایش مختصاتی تابع ثابت، هر خط یا دسته نقاط موازی محور طول‌ها نشان دهنده یک تابع ثابت هستند.

با توجه به نکته، نمودار تابع ثابت نقاط روی خطی موازی محور طول‌ها است. بنابراین با توجه به نمودار داده شده، حرکت این اتومبیل از ۱ تا ۳ و از ۴ تا ۷ با سرعت ثابت بوده است. پس این اتومبیل در کل ۵ ساعت با سرعت ثابت حرکت کرده است.



۱۹ - گزینه ۴ نکته: تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = c \end{cases}$ را که در آن مجموعه تک عضوی $R_f = \{c\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند. مطابق نکته، برد تابع ثابت تک عضوی است. پس:

$$a - 3 = 2a \Rightarrow a = -3$$

۲۰ - گزینه ۴ نکته: در نمایش مختصاتی تابع، محور طول‌ها مربوط به دامنه و محور عرض‌ها مربوط به برد تابع است.

با توجه به نکته بالا نقاط $\{2, -1, 0, 1, 2\}$ روی محور طول‌ها هستند پس دامنه این تابع است و نقاط $\{1, -1, 0\}$ روی محور عرض‌ها هستند پس برد این تابع است.

۲۱ - گزینه ۴ نکته: در نمایش زوج مرتبی یک تابع ثابت، تمامی مؤلفه‌های دوم با هم برابرند.

چون تابع ثابت است، پس مطابق نکته داریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \boxed{1}: 2a - 1 = a + 1 \Rightarrow a = 2 \\ \boxed{2}: b + 1 = a + 1 \xrightarrow{a=2} b + 1 = 3 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$

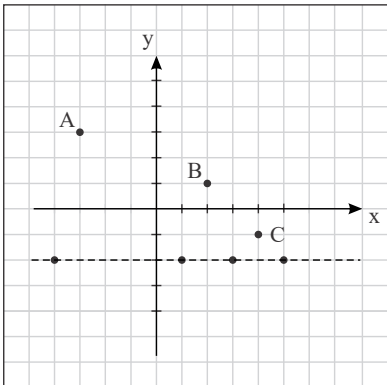
$$2a - 1 = b + 1 = a + 1$$

$$\Rightarrow a + b = 2 + 2 = 4$$

۲۲ - گزینه ۳

نکته: در نمایش مختصاتی تابع ثابت، هر خط یا دسته نقاط موازی محور طول‌ها نشان دهنده یک تابع ثابت هستند.

چون ۴ نقطه روی یک خط افقی قرار دارند، پس باید برای اینکه حداقل تعداد نقاط را حذف کنیم، نقاط A، B و C را حذف کنیم. در غیر این صورت تعداد نقاطی که باید حذف شود، بیشتر از ۳ است.



۲۳ - گزینه ۳ نکته: تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = c \end{cases}$ را که در آن مجموعه تک عضوی $R_f = \{c\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند. مطابق نکته $f(x)$ تابعی ثابت با برد $R = \{-3\}$ است. پس به ازای هر عدد حقیقی، $f(x) = -3$ ؛ بنابراین:

$$f(0) + f(2) + f(4) = (-3) + (-3) + (-3) = -9$$

۲۴ - گزینه ۱ نکته: تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = c \end{cases}$ را که در آن مجموعه تک عضوی $R_f = \{c\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند.

با توجه به نکته، این تابع، یک تابع ثابت است. برای به دست آوردن دامنه، ضابطه تابع را برابر مقدار برد آن قرار می‌دهیم تا مقادیری از x را که به ازای آن، مقدار تابع ۱ می‌شود، به دست آوریم:

$$x^2 - x - 1 = 1 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = -1$$

بنابراین نمایش زوج مرتبی این تابع به صورت $f = \{(2, 1), (-1, 1)\}$ است.

۲۵ - گزینه ۲ نکته: تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = c \end{cases}$ را که در آن مجموعه تک عضوی $R_f = \{c\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند.

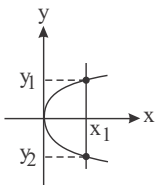
با توجه به نکته، تابع ثابت f را به صورت $f(x) = c$ در نظر می‌گیریم. در این صورت داریم:

$$2f(x) + f(2) = 9 \Rightarrow 2c + c = 9 \Rightarrow 3c = 9 \Rightarrow c = 3$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت $f(x) = 3$ است. پس: $f(1) + f(-1) = 3 + 3 = 6$

۲۶ - گزینه ۳ در گزینه ۳، از آنجا که خط موازی با محور y ها وجود دارد که نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند.

لذا این نمودار تابع نمی‌باشد. زیرا به ازای یک x دو مقدار برای y به دست می‌آید.



۲۷ - گزینه ۲ تابع $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = c \end{cases}$ را که در آن مجموعه تک عضوی $R = \{c\}$ برد تابع است، تابع ثابت می‌نامند. با توجه به این تعریف تابع گزینه ۲، یک تابع ثابت است.

۲۸ - گزینه ۱ چون f یک تابع ثابت است، لذا برد تابع تنها شامل یک عضو است، یعنی تمامی مؤلفه‌های دوم می‌بایست با یکدیگر برابر باشند، لذا داریم:

$$a = 5 = 2a + b \Rightarrow \begin{cases} a = 5 & (1) \\ 2a + b = 5 & \xrightarrow{(1)} 2 \times 5 + b = 5 \Rightarrow b = 5 - 10 = -5 \end{cases}$$

پس $b = -5$ است.

۲۹ - گزینه ۳ تابع ثابت به ازای هر مقدار ورودی یک مقدار ثابت می‌دهد، با توجه به عبارت صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} f(a) = C \\ f(b) = C \Rightarrow \frac{f(a)-4}{f(b)+5} = f(c) \Rightarrow \frac{C-4}{C+5} = C \\ f(c) = C \end{cases}$$

$$\Rightarrow C^2 + 5C = C - 4 \Rightarrow C^2 + 5C - C + 4 = 0$$

$$\Rightarrow C^2 + 4C + 4 = 0 \Rightarrow (C + 2)^2 = 0 \Rightarrow C + 2 = 0$$

$$\Rightarrow C = -2$$

۳۰ - گزینه ۲ برای به دست آوردن برد تابع از روی نمودار، کافی است تصویر نقاط را روی محور y ها به دست آوریم، سپس محدوده برد تابع را می‌یابیم، که با توجه به نمودارها، تنها برد تابع

گزینه ۲، شامل مجموعه تمام اعداد حقیقی است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۴	۱۱ - ۲	۱۶ - ۴	۲۱ - ۴	۲۶ - ۳
۲ - ۱	۷ - ۳	۱۲ - ۲	۱۷ - ۲	۲۲ - ۳	۲۷ - ۲
۳ - ۴	۸ - ۱	۱۳ - ۲	۱۸ - ۱	۲۳ - ۳	۲۸ - ۱
۴ - ۴	۹ - ۱	۱۴ - ۳	۱۹ - ۴	۲۴ - ۱	۲۹ - ۳
۵ - ۱	۱۰ - ۲	۱۵ - ۲	۲۰ - ۴	۲۵ - ۲	۳۰ - ۲