

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



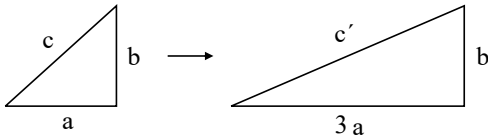
علی هاشمی

نام آزمون: آشنایی با منطق ریاضی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- در یک مثلث قائم الزاویه، مطابق شکل، طول یکی از اضلاع ۳ برابر شده است. در استدلالی که برای یافتن وتر مثلث جدید نوشته شده، در کدام مرحله، اشتباه رخ داده است؟ مقدار وتر در مثلث جدید کدام است؟



(۱) مرحله : $c'^2 = a^2 + b^2$

(۲) مرحله : $c'^2 = (3a)^2 + b^2$

(۳) مرحله : $c'^2 = 9a^2 + b^2 = 9(a^2 + b^2) = 9c^2$

(۴) مرحله : $c'^2 = 9c^2 \xrightarrow{\text{جذر}} c' = 3c$

- ① مرحله ۱، $c' = 3a$ ② مرحله ۲، $c' = \sqrt{9a^2 + b^2}$ ③ مرحله ۳، $c' = \sqrt{9a^2 + b^2}$ ④ مرحله ۴، $c' = 3a$

۲- اگر ارزش گزاره $p \wedge (p \vee r) \Rightarrow q \wedge (q' \vee r)$ و برعکس این گزاره، همواره درست باشد و ارزش گزاره r نادرست باشد، آن گاه $p \Leftrightarrow r$ با کدام گزاره هم ارز است؟

- ① $\sim p$ ② r ③ $r \wedge q$ ④ $p \vee r$

۳- اگر ارزش گزاره $p \Rightarrow q$ نادرست و ارزش گزاره $r \Rightarrow \sim s$ نیز نادرست باشد، کدام گزینه در مورد گزاره $(s \Leftrightarrow r) \vee (q \Rightarrow p)$ درست است؟

- ① ارزش درست دارد. ② ارزش نادرست دارد. ③ ارزش نامعلوم دارد. ④ با گزاره $(\sim p \wedge \sim s)$ هم ارز است.



۴- کدام یک از موارد زیر گزاره نیست؟

- ① $3 + 5 > 6$ ② خیام پزشک ایرانی است. ③ عدد ۱۹۱۷ عددی اول است. ④ لطفاً تخته سیاه را پاک کنید.

۵- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، کدام گزینه در مورد ستون نتیجه گزاره $q \wedge \sim (p \vee q)$ در جدول ارزش گذاری درست است؟ (T یعنی درست و F یعنی نادرست)

- | |
|-----|
| F |
| T |
| F |
| T |
- ④
- | |
|-----|
| F |
| F |
| F |
| F |
- ③
- | |
|-----|
| T |
| F |
| T |
| F |
- ②
- | |
|-----|
| T |
| T |
| T |
| T |
- ①

۶- در چند مورد از موارد زیر گزاره شرطی $(p \Rightarrow q)$ به انتفای مقدم نادرست است؟

- الف) اگر $\sqrt{5}$ گویا باشد، آن گاه ۲ عددی فرد است.
 ب) اگر سعدی یک شاعر باشد، آن گاه گوته نیز یک شاعر است.
 پ) اگر مربع ۴ ضلع مساوی دارد، آن گاه لوزی یک مربع است.
 ت) اگر ۵ مضرب ۳ باشد، آن گاه ۱۵ مضرب ۵ است.

- ① ۲ ② ۳ ③ هیچ کدام ④ همه موارد

۷- اگر ارزش گزاره $p \wedge (\sim q \vee r) \Rightarrow \sim r$ درست باشد، ارزش گزاره $[\sim p \wedge (\sim q \vee r)]$ کدام است؟

- ① T ② F ③ با q هم ارزش است. ④ با r هم ارزش است.



۸- اگر p گزاره‌ای نادرست، q گزاره‌ای درست و r گزاره‌ای دلخواه باشد. چند مورد از گزاره‌های زیر، همواره درست هستند؟

الف) $p \Rightarrow (q \vee r)$

ب) $(\sim q \Leftrightarrow p) \vee (r \Leftrightarrow r)$

پ) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$

ت) $(p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$

- ① ۳ ② ۲ ③ ۱ ④ هیچ‌کدام درست نیستند.

۹- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره‌های $(q \wedge \sim p) \Leftrightarrow (p \vee \sim q)$ و $(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Leftrightarrow \sim q)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ① درست، نادرست ② نادرست، درست ③ نادرست، نادرست ④ درست، درست

۱۰- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره‌های $(p \Leftrightarrow \sim p) \Rightarrow q$ و $(q \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ① درست، نادرست ② نادرست، نادرست ③ نادرست، درست ④ درست، درست

۱۱- اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره مرکب با بقیه متفاوت است؟

- ① $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$ ② $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$ ③ $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$ ④ $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$



۱۲- چه تعداد از هم ارزی‌های زیر درست است؟

الف) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow \sim q)$

ب) $\sim (p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$

پ) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \wedge q$

ت) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۱۳- اگر دو سوم عددی به علاوه نصف آن عدد، یک واحد از خود عدد بیشتر باشد، نماد ریاضی آن کدام است؟

۴) $\frac{3}{2}x + \frac{x}{2} + 1 = x$

۳) $\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} + 1 = x$

۲) $\frac{3}{2}x + \frac{x}{2} = x + 1$

۱) $\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} = x + 1$

۱۴- کدام گزینه مغالطه نیست؟

۱) 2 عددی گویاست. $\Rightarrow (a = 10) \wedge (\frac{a}{5}$ گویاست $\Rightarrow a$ عددی گویا)

۲) $(x > 0 \Rightarrow x^2 > 0) \wedge (x^2 = 16) \Rightarrow x = 4$

۳) $ABCD$ لوزی است $\Rightarrow (ABCD$ متوازی الاضلاع است) \wedge (چهارضلعی متوازی الاضلاع است. \Rightarrow اگر یک چهارضلعی لوزی باشد).

۴) $(x > -5 \Rightarrow |x| > -5) \wedge (|x| = 1) \Rightarrow x > -5$

۱۵- با توجه به استدلال به کمک عکس نقیض یک گزاره شرطی، به جای اثبات گزاره شرطی « $a > b \Rightarrow a^3 > b^3$ » می‌توانیم کدام گزاره زیر را اثبات کنیم؟

۴) $a^3 \leq b^3 \Rightarrow a \leq b$

۳) $a^3 < b^3 \Rightarrow a < b$

۲) $a < b \Rightarrow a^3 < b^3$

۱) $a \geq b \Rightarrow a^3 \geq b^3$



- ۱۶- در هر یک از گزینه‌های زیر تعدادی لیوان وجود دارد که در هر مورد تعدادی از لیوان‌ها وارونه قرار گرفته‌اند. اگر مجاز باشیم در هر بار تنها حالت ۲ لیوان را تغییر دهیم، در کدام گزینه می‌توانیم با انجام تعدادی حرکت تمام لیوان‌ها را به حالت درست قرار دهیم؟ (لیوان وارونه نداشته باشیم)
- ① ۷ لیوان داریم که ۲ تای آن‌ها درست قرار گرفته‌اند.
 ② ۸ لیوان داریم که ۳ تای آن‌ها وارونه قرار گرفته‌اند.
 ③ ۶ لیوان داریم که یک لیوان وارونه قرار گرفته‌است.
 ④ ۹ لیوان داریم که ۷ تای آن‌ها درست قرار گرفته‌اند.

- ۱۷- برای اثبات حکم «اگر $x^2 - 1$ عددی فرد باشد، آن‌گاه $x + 1$ عددی فرد است.» به کمک عکس نقیض گزاره، کدام گزاره شرطی را ثابت می‌کنیم؟
- ① اگر $x + 1$ عددی فرد باشد، آن‌گاه $x^2 - 1$ زوج است.
 ② اگر $x + 1$ عددی زوج باشد، آن‌گاه $x^2 - 1$ زوج است.
 ③ اگر $x - 1$ عددی زوج باشد، آن‌گاه $x^2 + 1$ عددی فرد است.
 ④ اگر $x^2 - 1$ عددی زوج باشد، آن‌گاه $x + 1$ عددی زوج است.

۱۸- از تساوی $x = \frac{2y - a}{y - 1}$ می‌خواهیم y را به دست آوریم، در کدام گزینه درست استدلال شده است؟

$$x = \frac{2y - a}{y - 1}$$

$$\Rightarrow -xy = 2y - a$$

$$\Rightarrow -xy - 2y = -a \quad \text{④}$$

$$\Rightarrow y(-x - 2) = -a$$

$$\Rightarrow y = \frac{-a}{-x - 2}$$

$$x = \frac{2y - a}{y - 1}$$

$$\Rightarrow xy - x = 2y - a \quad \text{③}$$

$$\Rightarrow xy = \frac{2y - a}{-x}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2y - a}{-x^2}$$

$$x = \frac{2y - a}{y - 1}$$

$$\Rightarrow xy - 1 = 2y - a \quad \text{⑤}$$

$$\Rightarrow xy - 2y = 1 - a$$

$$\Rightarrow y(x - 2) = 1 - a$$

$$y = \frac{1 - a}{x - 2}$$

$$x = \frac{2y - a}{y - 1}$$

$$\Rightarrow xy - x = 2y - a \quad \text{①}$$

$$\Rightarrow xy - 2y = x - a$$

$$\Rightarrow y(x - 2) = x - a$$

$$\Rightarrow y = \frac{x - a}{x - 2}$$



۱۹- با توجه به جدول ارزشی مقابل، کدام گزینه درست است؟

p	$\sim q$	$p \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow q$
ن	د	□	△

□, △ (۴)

□, △ (۳)

□, △ (۷)

□, △ (۱)

۲۰- عکس نقیض گزاره «اگر n^2 عددی زوج باشد، آن گاه n عددی زوج است» کدام است؟ (n عددی طبیعی است.)

(۲) اگر n عددی زوج باشد، آن گاه n^2 عددی زوج است.

(۴) n عددی زوج نیست و n^2 عددی فرد است.

(۱) اگر n^2 عددی فرد باشد، آن گاه n عددی فرد است.

(۳) اگر n عددی فرد باشد، آن گاه n^2 عددی فرد است.

۲۱- کدام گزینه یک قیاس استثنایی است؟

مقدمه ۱: اگر تابع f همانی باشد، آن گاه دامنه و برد آن با هم برابر است.
 مقدمه ۲: در تابع g دامنه و برد برابر است.
 نتیجه: تابع g همانی است.

مقدمه ۱: اگر تابع f ثابت باشد، آن گاه: $f(a) = f(b)$.
 مقدمه ۲: در تابع g داریم: $g(-1) = g(1)$.
 نتیجه: تابع g ثابت است.

مقدمه ۱: اگر تابع f ثابت باشد، آن گاه برد آن تک عضوی است.
 مقدمه ۲: در تابع g دارای برد تک عضوی است.
 نتیجه: تابع g ثابت است.

مقدمه ۱: اگر تابع f همانی باشد، آن گاه تمام نقاط آن روی نیمساز ناحیه اول و سوم است.
 مقدمه ۲: تابع g همانی است.
 نتیجه: تمام نقاط g روی نیمساز ناحیه اول و سوم است.



۲۲- اگر گزاره p به صورت «۵ عددی مثبت است» و گزاره q به صورت «۲ عددی اول است» بیان شود، نقیض گزاره $(p \wedge \sim q)$ به کدام صورت است؟

- ① ۵ عددی منفی است و ۲ عددی اول است.
 ② ۵ عددی مثبت نیست یا ۲ عددی اول است.
 ③ ۵ عددی منفی است و ۲ عددی اول نیست.
 ④ ۵ عددی منفی نیست یا ۲ عددی اول نیست.

۲۳- در جدول مقابل به جای \square کدام گزاره را می توان قرار داد؟

p	q	r	\square
د	ن	د	د

- ① $(p \vee q) \Rightarrow q$
 ② $(p \Leftrightarrow q) \wedge r$
 ③ $(r \Rightarrow q) \Rightarrow p$
 ④ $(\sim r \Rightarrow p) \wedge q$

۲۴- اگر ارزش گزاره $p \vee r$ به ارزش r بستگی داشته باشد و q گزاره ای دلخواه باشد، ارزش گزاره $(q \vee r) \Rightarrow \sim p$ کدام است؟

- ① درست
 ② نادرست
 ③ هم ارزش با r
 ④ هم ارزش با q

۲۵- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند به کمک جدول، در کدام حالت، ارزش گزاره $(\sim p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)$ نادرست است؟

- ① p و q هر دو درست باشند.
 ② p درست و q نادرست باشد.
 ③ p نادرست و q درست باشد.
 ④ p و q هر دو نادرست باشند.

۲۶- ارزش کدام گزاره زیر، همواره درست است؟ (p و q دو گزاره دلخواه، F گزاره ای نادرست و T گزاره ای درست می باشد.)

- ① $\sim p \wedge F$
 ② $\sim (\sim p) \wedge \sim p$
 ③ $(\sim p \wedge F) \vee (\sim p \vee T)$
 ④ $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$



۲۷- در جای خالی، چه گزاره‌ای قرار دهیم تا ارزش کل گزاره حاصل، درست باشد؟

$$\left[\left(\frac{-1}{3} > \frac{-1}{2}\right) \wedge \dots\right] \wedge ((-3) \notin \mathbb{N})$$

① حاصل $(-5)^{n+1}$ به ازای هر مقدار طبیعی n مثبت است. ② حاصل ضرب ریشه‌های معادله $x^2 - 7x - 11 = 0$ برابر با (-7) می‌باشد.

③ حاصل جمع ریشه‌های معادله $x^2 - 3x + 8 = 0$ برابر با $(-\frac{3}{2})$ می‌باشد. ④ مقدار پارامتر، همیشه از مقدار تمام آماره‌ها بزرگ‌تر است.

۲۸- هم‌ارز گزاره $(p \wedge q) \vee (\sim p)$ کدام است؟

$p \Rightarrow q$ ④

$p \wedge q$ ③

p ②

T ①



۲۹- در مثال زیر خطا در گام چندم استدلال زیر باعث شده تا استدلالی غلط به دست آید؟

مثال: اگر $x > y$ آنگاه $\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}}$

گام اول: $\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}}$

گام دوم: $(\sqrt[3]{\frac{(x+1)^2}{4}})^3 > (\sqrt[3]{\frac{(y+1)^2}{4}})^3$ طرفین را به توان ۳ می‌رسانیم.

گام سوم: $\frac{(x+1)^2}{4} > \frac{(y+1)^2}{4}$ رادیکال از طرفین حذف می‌شود.

گام چهارم: $\sqrt{\frac{(x+1)^2}{4}} > \sqrt{\frac{(y+1)^2}{4}}$ از طرفین جذر می‌گیریم.

گام پنجم: $\frac{x+1}{2} > \frac{y+1}{2}$ طرفین را در ۲ ضرب می‌کنیم.

گام ششم: $x+1 > y+1$ ۱ را از طرفین حذف می‌کنیم.

گام هفتم: $x > y$

پنجم (۴)

چهارم (۳)

سوم (۲)

دوم (۱)

۳۰- اگر $x^2 + 1$ عددی زوج باشد، کدام نتیجه زیر نادرست است؟

(۴) $x^3 + 1$ فرد است.

(۳) $(x+1)^2$ زوج است.

(۲) $x+1$ زوج است.

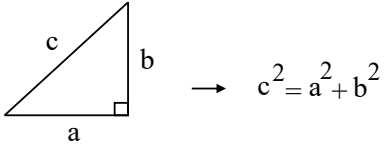
(۱) x فرد است.



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ در مرحله ۳ اشتباه فاکتورگیری شده است. c' واقعی برابر است با:

$$c'^2 = 9a^2 + b^2 \xrightarrow{\text{جذر}} c' = \sqrt{9a^2 + b^2}$$



در هر مثلث قائم الزاویه، رابطه فیثاغورت برقرار است، یعنی:

۲ - گزینه ۱ چون ارزش گزاره شرطی داده شده و عکس آن درست است، یعنی ارزش گزاره دو شرطی درست است. پس باید ارزش مقدم و تالی هر دو یکسان باشد. چون r نادرست است، پس

$(q \wedge r)$ نیز نادرست است. در نتیجه: تالی همواره نادرست است.

$$q \wedge (q' \vee r) \equiv \underbrace{(q \wedge q')}_F \vee \underbrace{(q \wedge r)}_F$$

پس ارزش مقدم نادرست است، یعنی

p	r	$p \vee r$	$p \wedge (p \vee r)$
د	ن	د	د
ن	ن	ن	ن

طبق جدول ارزش گزاره‌ها:

$$p \wedge (p \vee r) \equiv p$$

ارزش p نیز نادرست است.

پس ارزش گزاره $r \Leftrightarrow p$ همواره درست است که با $p \sim$ هم ارز است.

۳ - گزینه ۱ $p \Rightarrow q$ نادرست است، پس p درست و q نادرست است.

$\sim s \Rightarrow \sim r$ نادرست است پس $s \sim$ درست و $r \sim$ نادرست است، لذا s نادرست و r درست است:

$$(s \Leftrightarrow r) \vee (q \Rightarrow p) \equiv \underbrace{(F \Leftrightarrow T)}_F \vee \underbrace{(F \Rightarrow T)}_T$$

$$\equiv F \vee T \equiv T$$

توجه کنید که:

$$\sim p \wedge \sim s \equiv F \wedge T \equiv F$$

۴ - گزینه ۴ گزینه‌های «۱»، «۲»، «۳» همه یک جمله خبری هستند که ارزش آن‌ها دقیقاً درست یا نادرست است. پس گزاره هستند. ولی جمله گزینه «۴» جمله امری می‌باشد و جملات امری - احساسی - عاطفی - پرسشی گزاره نیستند.

۵ - گزینه ۳ با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$q \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	F	F
T	F	T	F	F
F	T	T	F	F
F	F	F	T	F

۶ - گزینه ۳ می‌دانیم در گزاره‌های شرطی $(p \Rightarrow q)$ اگر مقدم (p) نادرست باشد (انتفای مقدم) آن‌گاه گزاره $p \Rightarrow q$ همواره دارای ارزش درست است و هیچ‌گاه نمی‌تواند به انتفای مقدم ارزش نادرست داشته باشد.

۷ - گزینه ۱ گفته شده $p \wedge (\sim q \vee r)$ درست است. پس گزاره‌های p و $(\sim q \vee r)$ هر دو درست هستند و برای آن‌که $(\sim q \vee r)$ درست باشد، ۳ حالت رخ می‌دهد:

$$1 \text{ حالت } 1 \rightarrow \underbrace{[\sim T \wedge (T \vee T)]}_F \Rightarrow F \equiv T$$

$$2 \text{ حالت } 2 \rightarrow \underbrace{[\sim T \wedge (T \vee F)]}_F \Rightarrow T \equiv T$$



$$۳ \quad q \rightarrow [\underbrace{\sim T \wedge (F \vee T)}_T] \Rightarrow F \equiv T$$

پس گزاره حاصل، همیشه درست است.

۸ - گزینه ۱

الف) $[p \Rightarrow (q \vee r)] \equiv [F \Rightarrow \underbrace{(T \vee r)}_T] \equiv T$

ب) $[(\sim q \Leftrightarrow p) \vee (r \Leftrightarrow r)] \equiv [\underbrace{(F \Leftrightarrow F)}_T \vee \underbrace{(r \Leftrightarrow r)}_T] \equiv T$

پ) $[(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)] \equiv [\underbrace{(F \wedge T)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(T \Rightarrow F)}_F] \equiv T$

ت) $[(p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q] \equiv [\underbrace{(F \Rightarrow r)}_T \Rightarrow F] \equiv F$

پس ۳ تا از گزاره‌های داده شده، ارزش درست دارند.

۹ - گزینه ۳ اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت داریم:

$$p \vee \sim p \equiv T, \quad q \wedge \sim q \equiv F$$

(در گزاره دو شرطی، در حالتی درست است که ارزش دو گزاره یکسان باشد.)

$$\underbrace{(p \vee \sim p)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \equiv T \Leftrightarrow F \equiv F$$

نقیض گزاره دو شرطی $p \Leftrightarrow q$ به صورت $p \Leftrightarrow \sim q$ و $\sim p \Leftrightarrow q$ است، لذا در ترکیب عطفی داده شده یکی ارزش درست و یکی نادرست دارد. لذا داریم:

$$(p \Leftrightarrow q) \wedge (p \Leftrightarrow \sim q) \equiv F$$

پس ارزش هر دو گزاره نادرست است.

۱۰ - گزینه ۴ اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت داریم:

$$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$$

گزاره شرطی $q \Rightarrow (p \Rightarrow \sim p) \Rightarrow q$ به انتقای مقدم همواره درست است.

(اگر مقدم یک گزاره شرطی نادرست باشد آن گاه به انتقای مقدم ترکیب شرطی همواره درست است.)

$$\underbrace{(p \Leftrightarrow \sim p)}_F \Rightarrow q \equiv T$$

عکس نقیض گزاره شرطی $p \Rightarrow \sim q$ به صورت $q \Rightarrow \sim p$ است، لذا این دو گزاره با یکدیگر هم ارز هستند و هر دو دارای ارزش یکسان هستند.

$$(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow \sim p) \equiv T$$

۱۱ - گزینه ۴

$$۱) (p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r) \equiv \underbrace{(T \wedge F)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(\sim T \wedge r)}_F \equiv F \Leftrightarrow \underbrace{(F \wedge r)}_F$$

$$\equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

$$۲) (q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv \underbrace{(F \vee r)}_r \Rightarrow \underbrace{(r \Rightarrow T)}_T \equiv \underbrace{r \Rightarrow T}_T \equiv T$$

$$۳) (\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q \equiv (\sim T \Rightarrow r) \Rightarrow \sim F \equiv \underbrace{(F \Rightarrow r)}_{\text{به انتقای مقدم}} \Rightarrow T$$

$$\equiv T \Rightarrow T \equiv T$$

$$۴) (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q) \equiv \underbrace{(T \wedge F)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(T \vee F)}_T \equiv F \Leftrightarrow T \equiv F$$

۱۲ - گزینه ۲ با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	~p	~q	p↔q	~(p↔q)	p⇒~q
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	ن	د

ت الف الف

p⇒q	~(p⇒q)	p∧~q	~p∧q
د	ن	ن	ن
ن	د	د	ن
د	ن	ن	د
د	ن	ن	ن

پ ب ب پ

q⇒p	(p⇒q)∧(q⇒p)
د	د
د	ن
ن	ن
د	د

ت

پس تنها هم ارزی‌های (ب) و (ت) صحیح هستند. پس دو مورد از هم ارزی‌ها صحیح است.



۱۳ - گزینه ۱ اگر عدد مورد نظر را x در نظر بگیریم، $\frac{2}{3}$ عدد مورد نظر به علاوه نصف آن معادل $\frac{2}{3}x + \frac{x}{2}$ است که یک واحد از خود عدد بیشتر است، لذا داریم:

$$\frac{2}{3}x + \frac{x}{2} = x + 1$$

۱۴ - گزینه ۱ در استدلال به کمک قیاس استثنایی اگر از گزاره p گزاره q نتیجه گرفته شود و گزاره p درست باشد، پس نتیجه می‌گیریم گزاره q نیز درست است، یعنی:

$$(p \Rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$$

اما در مغالطه به صورت زیر نوشته می‌شود که نتیجه گیری می‌تواند نادرست باشد و در واقع از استدلال قیاس استثنایی به اشتباه استفاده شده است.

$$(p \Rightarrow q) \wedge q \Rightarrow p$$

تنها در گزینه ۱، استدلال قیاس استثنایی به درستی استفاده شده است و سایر گزینه‌ها یک مغالطه است.

۱۵ - گزینه ۴ می‌دانیم همواره می‌توانیم به جای اثبات گزاره $(p \Rightarrow q)$ گزاره $(\sim q \Rightarrow \sim p)$ را ثابت کنیم. لذا اگر گزاره‌های $a > b$ و $a^x > b^x$ را به ترتیب p و q بنامیم، نقیض p می‌شود: $a \leq b$ و نقیض q می‌شود: $a^x \leq b^x$

لذا می‌توانیم به جای گزاره داده شده، گزاره $(a^x \leq b^x \Rightarrow a \leq b)$ را ثابت کنیم.

۱۶ - گزینه ۴ برای پاسخ دادن به سؤال به تعداد لیوان‌های وارونه هر گزینه نیاز داریم. جواب صحیح گزینه‌ای است که تعداد لیوان‌های وارونه آن عددی زوج باشد.

گزینه ۱: ۵ لیوان وارونه

گزینه ۲: ۳ لیوان وارونه

گزینه ۳: ۱ لیوان وارونه

گزینه ۴: ۲ لیوان وارونه

۱۷ - گزینه ۲ عکس نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ برابر است با: $\sim p \Rightarrow \sim q$ پس باید ثابت کنیم، اگر $x + 1$ عددی زوج باشد، آن‌گاه $x^2 - 1$ عددی زوج است.

$$x + 1 = 2k \Rightarrow x = 2k - 1 \Rightarrow x^2 = (2k - 1)^2 = 4k^2 - 4k + 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 2(2k^2 - 2k) \Rightarrow x^2 - 1 = 2k'$$

۱۸ - گزینه ۱ در گزینه ۱، استدلال به درستی انجام شده است.

در گزینه‌های ۲، ۳، ۴، در مرحله اول طرفین وسطین درست انجام نشده است.

در گزینه ۳، در مرحله دوم تقسیم بر $x - 1$ اشتباه است.

۱۹ - گزینه ۲ نکته: جدول ارزش گذاری ترکیب شرطی، عطفی و فصلی دو گزاره به صورت زیر است:

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \vee q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	ن

با توجه به نکته فوق، جدول را کامل می‌کنیم:

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

p	$\sim q$	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow q$
د	د	ن	د	ن	د

۲۰ - گزینه ۳ نکته: عکس نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ به صورت $\sim p \Rightarrow \sim q$ می‌باشد.

با توجه به نکته، عکس نقیض گزاره «اگر n^2 عددی زوج باشد، آن‌گاه n عددی زوج است»، به صورت «اگر n عددی فرد باشد، آن‌گاه n^2 عددی فرد است»، می‌باشد.

تذکر: دقت کنید اعداد طبیعی یا زوج هستند و یا فرد.

۲۱ - گزینه ۴ نکته: قیاس استثنایی را به کمک نمادگذاری می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\frac{p \rightarrow q}{p} \therefore q$$

با توجه به نکته، تنها گزینه ۴ یک قیاس استثنایی است.

۲۲ - گزینه ۲

نکته: (قوانین دمورگان)

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q, \quad \sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$\sim(p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee q$$

بنابراین با استفاده از گزاره‌های داده شده، گزاره $\sim p \vee q$ به صورت زیر است:

«۵ عددی مثبت نیست یا ۲ عددی اول است.»

۲۳ - گزینه ۳ نکته: جدول ارزش گذاری ترکیب شرطی، عطفی و فصلی دو گزاره به صورت زیر است:



p	q	$p \Rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \vee q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	ن

به کمک نکته فوق و جدول داده شده در صورت سؤال، ارزش گزاره های داده شده در گزینه ها را می نویسیم:

p	q	r	$(p \vee q) \Rightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge r$	$(r \Rightarrow q) \Rightarrow p$	$(\sim r \Rightarrow p) \wedge q$
د	د	د	د	د	د	د
د	ن	د	ن	ن	د	ن
ن	د	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	ن

بنابراین گزینه ۳ پاسخ است.

۲۴ - گزینه ۱ نکته: جدول ارزش گذاری ترکیب شرطی و فصلی دو گزاره به صورت زیر است:

p	r	$p \Rightarrow r$	$p \vee r$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	د	د
ن	ن	د	ن

ارزش $p \vee r$ به ارزش r بستگی دارد. بنابراین مطابق نکته، p دارای ارزش نادرست است. پس $p \sim$ دارای ارزش درست است. بنابراین در گزاره شرطی $p \Rightarrow \sim q$ تالی دارای ارزش درست است و ارزش گزاره درست می باشد.

۲۵ - گزینه ۲ نکته: جدول ارزش گذاری ترکیب شرطی، عطفی و فصلی دو گزاره به صورت زیر است:

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \wedge q$	$p \vee q$
د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د
ن	ن	د	ن	ن

مطابق نکته فوق، جدول ارزش گذاری گزاره داده شده را تشکیل می دهیم:

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$(\sim p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د	د

مطابق جدول فوق، تنها در حالتی که گزاره p دارای ارزش درست و گزاره q دارای ارزش نادرست باشد، ارزش گزاره داده شده نادرست است.

۲۶ - گزینه ۳

$$\sim p \wedge F \equiv F, \quad \sim(\sim p) \wedge (\sim p) \equiv p \wedge \sim p \equiv F$$

$$\underbrace{(\sim p \wedge F)}_F \vee \underbrace{(\sim p \vee T)}_T \equiv F \vee T \equiv T$$

$$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv p \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F \equiv p$$

برای به دست آوردن ارزش گزینه ۴، از قانون زیر استفاده کرده ایم:

$$(p \vee q) \wedge (p \vee r) \equiv p \vee (q \wedge r)$$

۲۷ - گزینه ۳ باید در جای خالی، گزاره ای با ارزش درست قرار داد. فقط گزاره مربوط به گزینه ۳، درست است، چون می دانیم در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع ریشه ها برابر $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه ها برابر $\frac{c}{a}$ است. ضمناً توجه کنید که پارامتر لزوماً از آماره ها بزرگ تر نیست و حاصل $(-5)^{n+1}$ به ازای n های طبیعی، گاهی مثبت و گاهی منفی است.

۲۸ - گزینه ۴

$$\sim p \vee (p \wedge q) \equiv \underbrace{(\sim p \vee p)}_T \wedge (\sim p \vee q)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \equiv p \Rightarrow q$$

دقت کنید در مرحله اول از توزیع ترکیب فصلی روی ترکیب عطفی استفاده کردیم و در مرحله آخر از هم ارزی $p \vee q \equiv p \Rightarrow q$ استفاده کردیم. با استفاده از جدول ارزش گزاره ها نیز به این نتیجه می رسیدیم، به عنوان تمرین بیشتر خودتان بررسی کنید.

۲۹ - گزینه ۴ در گام چهارم اگر از طرفین نامساوی جذر بگیریم، در گام پنجم نامعادله باید به صورت زیر نوشته شود:



$$\frac{|x+1|}{2} > \frac{|y+1|}{2}$$

۳- گزینه ۴ $x^2 + 1$ عددی زوج است، پس x^2 عددی فرد است در نتیجه x نیز عددی فرد است.

چون x فرد است، پس $x + 1$ زوج و در نتیجه $(x + 1)^2$ نیز زوج است.

چون x فرد است، پس x^3 فرد است و در نتیجه $x^3 + 1$ زوج است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳

۲ - ۱

۳ - ۱

۴ - ۴

۵ - ۳

۶ - ۳

۷ - ۱

۸ - ۱

۹ - ۳

۱۰ - ۴

۱۱ - ۴

۱۲ - ۲

۱۳ - ۱

۱۴ - ۱

۱۵ - ۴

۱۶ - ۴

۱۷ - ۲

۱۸ - ۱

۱۹ - ۲

۲۰ - ۳

۲۱ - ۴

۲۲ - ۲

۲۳ - ۳

۲۴ - ۱

۲۵ - ۲

۲۶ - ۳

۲۷ - ۳

۲۸ - ۴

۲۹ - ۴

۳۰ - ۴