



علی هاشمی

نام آزمون: آشنایی با منطق ریاضی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- اگر  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست باشد، در این صورت ارزش کدام دو گزاره با دیگر گزاره‌ها متفاوت است؟

- ۱  $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q)$     
 ۲  $p \vee (p \wedge q)$     
 ۳  $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$     
 ۴  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow q$

۲- با توجه به گزاره «اگر  آن گاه ۱۰۰ مربع کامل است و برعکس» در جای خالی کدام گزاره زیر را قرار دهیم تا ارزش کل گزاره نادرست شود؟

- ۱ وزن افراد، متغیر کمی فاصله‌ای است.  
 ۲ رابطه  $f = \{(1, 6), (2, 7), (3, 10)\}$  تابع است.  
 ۳ عدد ۱ نه اول است نه مرکب.  
 ۴ میانه یک‌سری از داده‌های آماری متمایز، همیشه از چارک سوم آن‌ها کوچکتر است.

۳- ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

- ۱ طول رأس سهمی  $y = x^2 - 6x + 8$  برابر ۳ است و مجموع هر دو عدد زوج، عددی زوج است.  
 ۲ اگر درآمد افراد، متغیر کمی نسبتی باشد، آن گاه ۵۱ عددی اول است.  
 ۳ ۶، ۲۳ عددی گنگ است و  $f = \{(5, 6), (7, 9)\}$  تابع است.  
 ۴ اگر دامنه تابع  $y = x^2$  برابر  $\mathbb{R}$  باشد، آن گاه برد تابع  $y = 1$  نیز برابر  $\mathbb{R}$  است.

۴- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت هم‌ارز گزاره مرکب  $(p \vee q) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee \sim q)$  کدام است؟

- ۱  $q \Rightarrow p$     
 ۲  $p \Rightarrow q$     
 ۳  $p \Leftrightarrow q$     
 ۴  $p \Rightarrow \sim q$



۵- ارزش کدام گزاره شرطی نادرست است؟

- ① اگر  $0 < -3$  باشد، آنگاه  $23$  عددی اول است.  
 ② اگر  $1 + \sqrt{2}$  عددی گنگ باشد، آنگاه  $2,1$  عددی گنگ است.  
 ③ اگر  $a$  عددی فرد باشد، آنگاه  $a^2$  هم عددی فرد است.  
 ④ اگر  $10^{\circ} = 0,01$  باشد، آنگاه  $1 \neq (\frac{1}{p})^{\circ}$  می باشد.

۶- کدام هم ارزی، درست است؟

- ①  $-2$  عددی گویا نیست  $\equiv \sqrt{2}$  عددی گنگ است.  
 ② عدد  $121$  مربع کامل است.  $\equiv$  عدد  $1$ ، عددی اول است.  
 ③  $(\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}) \equiv (-4 \notin \mathbb{N})$   
 ④  $2 = \sqrt[3]{-8} = (-1)^2$  عددی منفی است.

۷- با توجه به استدلال های زیر، کدام گزینه صحیح است؟

استدلال A:

مقدمه (۱): اگر خط  $ax + by + c = 0$  عمودی باشد (موازی محور  $y$ ها)، آن گاه  $a = 0$  است.

مقدمه (۲): خط  $6 + 2kx + (k-1)y = 0$  عمودی است.

$$k = 1$$

استدلال B:

مقدمه (۱): اگر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  یک ریشه مضاعف داشته باشد، آن گاه  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$

مقدمه (۲): در معادله  $9 + 6x + x^2 = 0$  مقدار  $\Delta$  برابر صفر است.

معادله  $9 + 6x + x^2 = 0$  یک ریشه مضاعف دارد.

- ① فقط نتیجه استدلال A صحیح است.  
 ② نتیجه استدلال B و کلاً هر استدلال مغالطه، نادرست است.  
 ③ استدلال A قیاس استثنایی و استدلال B مغالطه است.  
 ④ روش به کار رفته در هر دو استدلال، درست است.



۸- در کدام گزینه، قطعاً خطای محاسباتی رخ نداده است؟

$x^2 + 36 = 0 \Rightarrow x = \pm 6$  (۴)     
  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$  (۳)     
  $a > b \xrightarrow{c > 0} \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$  (۲)     
  $a > b \xrightarrow{\text{به توان ۴}} a^4 > b^4$  (۱)

۹- نماد ریاضی گزاره «مجموع مربعات دو عدد از مجموع معکوس‌های آن‌ها بزرگتر است»، کدام است؟

$x^2 + y^2 > \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  (۴)     
  $(x + y)^2 > \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  (۳)     
  $x^2 + y^2 > \frac{1}{x + y}$  (۲)     
  $(x + y)^2 > \frac{1}{x + y}$  (۱)

۱۰- اگر ارزش گزاره  $(p \vee q) \Rightarrow r$  به انتفای مقدم، درست باشد، هم‌ارز گزاره  $(q \wedge r) \Rightarrow \sim p$  کدام است؟

$r \Rightarrow p$  (۱)     
  $\sim q \Leftrightarrow r$  (۲)     
  $T$  (۳)     
  $F$  (۴)

۱۱- با توجه به جدول  $\frac{p \vee \sim q \mid p \mid q \mid \sim (p \Leftrightarrow q) \wedge \sim p}{F \mid A \mid B \mid C}$  به جای  $A, B$  و  $C$  کدام گزینه قرار گیرد؟

$C \equiv T, B \equiv T, A \equiv F$  (۱)     
  $C \equiv T, B \equiv T, A \equiv T$  (۲)     
  $C \equiv T, B \equiv F, A \equiv F$  (۳)     
  $C \equiv F, B \equiv F, A \equiv T$  (۴)

۱۲- اگر ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  هر دو یکسان باشد، آنگاه کدام گزاره هم‌ارز گزاره  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$  است؟

$p \vee q$  (۱)     
  $\sim (p \wedge q)$  (۲)     
  $p \Leftrightarrow q$  (۳)     
  $p \wedge \sim q$  (۴)



۱۳- نماد ریاضی کدام گزاره با متن فارسی آن تطابق کامل دارد؟

- ① مربع عددی از خود عدد ۷۲ واحد بیشتر است. /  $x^2 + 72 = x$
- ② مجموع هر عدد طبیعی با معکوسش همواره بزرگ تر از ۲ یا مساوی ۲ می باشد. /  $x \in \mathbb{N}, x + \frac{1}{x} > 2$
- ③ مربع هر عدد حقیقی بین صفر و یک از خود آن عدد کوچک تر است. /  $x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1 \Rightarrow x^2 < x$
- ④ اگر  $n > 1$  باشد، آنگاه حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی  $n$  و  $n + 1$  از مجموع آن ها بزرگ تر است. /  $n > 1, n(n + 1) > n^2 + 1$

۱۴- هم ارز گزاره  $(p \vee \sim q) \sim (q \vee \sim p)$  کدام گزینه است؟

- ①  $\sim p \wedge \sim q$       ②  $\sim p \vee \sim q$       ③  $p \vee q$       ④  $p \wedge q$

۱۵- عکس نقیض گزاره «اگر  $\sqrt{3}$  گنگ باشد، آنگاه ۳ فرد نیست.» کدام است؟

- ① (اگر  $\sqrt{3}$  گنگ است.)  $\Rightarrow$  (اگر ۳ فرد باشد)
- ② (اگر  $\sqrt{3}$  گنگ است.)  $\Rightarrow$  (اگر ۳ زوج باشد)
- ③ (اگر  $\sqrt{3}$  گویا است.)  $\Rightarrow$  (اگر ۳ فرد باشد)
- ④ (اگر  $\sqrt{3}$  گنگ نباشد.)  $\Rightarrow$  (اگر ۳ فرد است.)

۱۶- از نامساوی  $a > b$  به شرط ..... نتیجه گرفته ایم که  $a^2 > b^2$  و این نتیجه گیری همواره درست است.

- ①  $a > 0$  و  $b > 0$  باشد      ②  $a > 0$  و  $b < 0$  باشد      ③  $a$  و  $b$  هم علامت باشد      ④  $0 < a < 1$  و  $-1 < b < 0$  باشد



۱۷- اگر  $q \equiv \sim p$  و گزاره‌ای درست باشد، کدام گزینه درست است؟

$(p \vee q) \equiv (p \wedge q)$  (۲)     
  $(p \vee r) \equiv (p \wedge q)$  (۲)     
  $(p \vee q) \equiv (p \vee q)$  (۱)

$(\sim p \wedge \sim r) \equiv (p \Leftrightarrow q)$  (۴)     
  $\sim(\sim r \Rightarrow q) \equiv (\sim q \vee r)$  (۳)

۱۸- اگر ارزش گزاره  $(p \wedge \sim q)$  درست باشد و ارزش گزاره  $(p \Rightarrow r)$  نادرست باشد، کدام گزینه درست است؟

$\sim[(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow r] \equiv T$  (۱)     
  $\sim[(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow \sim p] \equiv F$  (۲)     
  $[(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee r)] \equiv F$  (۳)     
  $[(q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q)] \equiv F$  (۴)

۱۹- اگر دو گزاره  $p$  و  $q$  هم‌ارزش باشند ( $p \equiv q$ ) و گزاره‌ای نادرست باشد، ارزش کدام گزاره همواره نادرست است؟

$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow \sim r$  (۱)     
  $(r \Rightarrow q) \Rightarrow (q \Leftrightarrow p)$  (۲)     
  $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow r$  (۳)     
  $(\sim p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$  (۴)

۲۰- چه تعداد از موارد زیر گزاره می‌باشند؟

الف) آیا عددی زوج است؟

ب) هوای ابری دلگیر است.

پ) لطفاً کامپیوتر را خاموش کنید.

ت) مجموع زوایای شش ضلعی منتظم ۵۴۰ درجه است.

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)      صفر



۲۱- در کدام گزینه نقیض گزاره درست نوشته نشده است؟

- ① گزاره: هر عدد صحیحی عدد گویاست. نقیض گزاره: وجود دارد عددی صحیح که گویا نیست.
- ② گزاره: هر عدد حسابی عددی طبیعی است. نقیض گزاره: وجود دارد عددی حسابی که عددی طبیعی نیست.
- ③ گزاره: وجود دارد عددی طبیعی که حاصل ضرب آن در عدد دلخواه  $x$  برابر  $x$  است. نقیض گزاره: وجود ندارد عددی طبیعی که حاصل ضرب آن در هر عدد دلخواه  $x$  برابر  $x$  است.
- ④ گزاره: حاصل جمع هر دو عدد گویا عددی گویاست. نقیض گزاره: حاصل جمع هر دو عدد گویایی عددی گنگ نیست.

۲۲- ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر مخالف گزاره‌ی "بعضی از مستطیل‌ها مربع‌اند" است؟ (۶مرداد۹۶)

- الف) همه‌ی مستطیل‌ها مربع هستند.  
 ب) وجود دارد مستطیلی که مربع نباشد.  
 پ) بعضی از مستطیل‌ها مربع نیستند.  
 ت) هیچ مستطیلی مربع نیست.
- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۲۳- کدام عبارت زیر، یک گزاره است؟

- ① سیب از پرتقال خوشمزه‌تر است.
- ② لطفاً کتاب‌های خود را باز کنید.
- ③ توان دوم اعداد منفی، عددی منفی است.
- ④ محمد دانش‌آموز پر تلاشی است.

۲۴- نقیض جمله‌ی «متغیر  $x$  یک نام معتبر در زبان  $y$  است» کدام است؟

- ① متغیر  $y$  یک نام معتبر در زبان  $x$  است.
- ② متغیر  $x$  یک نام معتبر در هر زبان  $y$  است.
- ③ متغیر  $y$  یک نام معتبر در زبان  $x$  نیست.
- ④ متغیر  $x$  یک نام معتبر در زبان  $y$  نیست.



۲۵- چند مورد از گزاره‌های ترکیبی زیر درست است؟

الف) ۲ عددی اول است و ۷ شمارنده ۴۲ است.

ب) ۱۳ شمارنده‌ی اول ندارد و ۵ عددی فرد است.

پ) ۲۵ یک شمارنده‌ی اول دارد و  $1 + 3^2$  عددی زوج است.

ت)  $\sqrt{49}$  عددی گویاست و ۲۴ سه شمارنده‌ی اول دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۶- ارزش کدام گزاره‌ی مرکب با ارزش بقیه متفاوت است؟

①  $(-5 \notin \mathbb{Z}) \wedge \left[ \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} > (-1)^2 \right]$

② معادله‌ی  $x^2 - 16 = 0$  دو ریشه دارد یا ۲ بزرگتر از ۳ است

③ مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۱۵ عبارت‌اند از ۱، ۳، ۵، ۱۵ و میانه‌ی داده‌ها همان چارک اول است

④  $(\sqrt{49 - 25} = 7 - 5) \vee (\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N})$

۲۷- چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر درست است؟

الف)  $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

ب)  $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

پ)  $\sim (\sim p) \equiv p$

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۲۸- اگر  $p$  و  $q$  و  $r$  سه گزاره‌ی دلخواه باشند در این صورت هم‌ارز گزاره‌ی  $p \wedge (q \vee r)$  کدام است؟

$r \wedge (q \vee p)$  (۴)

$q \vee (p \wedge r)$  (۳)

$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$  (۲)

$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$  (۱)

۲۹- در چند مورد از ترکیب شرطی دو گزاره، ارزش گزاره‌ی شرطی درست است؟

الف) اگر  $۱ < ۵$  باشد، آن‌گاه  $۵ > ۵$  است.

ب) اگر  $۲^۴ = ۸$  باشد، آن‌گاه  $۲$  عددی اول است.

پ) اگر  $۸$  عددی فرد باشد، آن‌گاه  $۸$  عددی اول است.

ت) اگر  $۵$  عددی اول باشد آن‌گاه  $۴ + ۵^۲$  عددی اول است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۰- کدام یک از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

$p \wedge (\sim p \wedge \sim q)$  (۴)

$\sim q \Rightarrow \sim p$  (۳)

$\sim p \Rightarrow \sim p$  (۲)

$p \wedge \sim q$  (۱)





## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ با توجه به این که  $p$  گزاره‌ای درست و  $q$  گزاره‌ای نادرست است گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.  
گزینه (۱):

$$\underbrace{\underbrace{(p \Leftrightarrow q)}_{\substack{T \quad F \\ F}} \Leftrightarrow \underbrace{(p \Rightarrow \sim q)}_{\substack{T \quad F \\ T}}}_{F} \equiv F$$

گزینه ۲:

$$\underbrace{\underbrace{p}_{T} \vee \underbrace{(p \wedge q)}_{\substack{T \quad F \\ F}}}_{T} \equiv T$$

گزینه ۳:

$$\underbrace{\underbrace{(p \wedge \sim q)}_{\substack{T \quad F \\ T}} \vee \underbrace{(p \Rightarrow q)}_{\substack{T \quad F \\ F}}}_{T} \equiv T$$

گزینه ۴:

$$\underbrace{\underbrace{(p \Rightarrow q)}_{\substack{T \quad F \\ F}} \Leftrightarrow \underbrace{q}_{F}}_{T} \equiv T$$

پس ارزش گزاره ۱ با سایر گزینه‌ها متفاوت است.

۲ - گزینه ۱ نکته: گزاره دوشرطی  $p \Leftrightarrow q$  زمانی درست است که  $p$  و  $q$  هر دو درست یا هر دو نادرست باشد و اگر یکی درست و دیگری نادرست باشد ارزش گزاره دوشرطی نادرست است.  
ارزش گزاره ۱۰۰۰ مربع کامل است، درست است. پس برای اینکه ارزش گزاره دوشرطی نادرست باشد باید در جای خالی گزاره‌ای با ارزش نادرست قرار بگیرد.  
باتوجه به گزینه‌ها فقط ارزش گزاره مربوط به گزینه (۱) نادرست است چون وزن افراد متغیر کمی نسبتی می‌باشد.

۳ - گزینه ۱ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱):

$$\underbrace{\underbrace{(طول رأس سهمی  $y = x^2 - 6x + 8$  برابر با ۳ است)}_{T}} \wedge \underbrace{\underbrace{(مجموع هر دو عدد زوج، عددی زوج است)}_{T}} \equiv T$$

طول رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  از رابطه  $\frac{-b}{2a}$  به دست می‌آید.

$$y = x^2 - 6x + 8 \Rightarrow \begin{cases} a : 1 \\ b : -6 \\ c : 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \times 1} = \frac{6}{2} = 3$$

گزینه (۲):

$$\underbrace{\underbrace{(درآمد افراد، متغیر کمی نسبتی است)}_{T}} \Rightarrow \underbrace{\underbrace{(۵۱ عددی اول است)}_{F}} \equiv F$$

عدد ۵۱ اول نیست چون بر ۳ بخش پذیر است.

گزینه (۳):

$$\underbrace{\underbrace{(۶,۲۳ عددی گنگ است)}_{F}} \wedge \underbrace{\underbrace{(f تابع است  $f = \{(5, 6), (7, 9)\}$ )}_{T}} \equiv F$$

گزینه (۴):



$$\underbrace{(دامنه تابع } x^2 = y \text{ برابر } \mathbb{R} \text{ است)}_T \Rightarrow \underbrace{(برد تابع } y = 1 \text{ برابر } \mathbb{R} \text{ است)}_F \equiv F$$

۴ - گزینه ۳ جدول ارزش درستی گزاره مرکب  $(p \vee q) \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee \sim q)$  را رسم می کنیم.

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$
$T$	$T$	$F$	$F$	$F$	$T$	$F$	$T$
$T$	$F$	$F$	$T$	$T$	$T$	$F$	$F$
$F$	$T$	$T$	$F$	$T$	$T$	$F$	$F$
$F$	$F$	$T$	$T$	$T$	$F$	$T$	$T$

جدول ارزش درستی گزینه ها را نیز رسم می کنیم.

گزینه ۱:

$p$	$q$	$q \Rightarrow p$
$T$	$T$	$T$
$T$	$F$	$T$
$F$	$T$	$F$
$F$	$F$	$T$

گزینه ۲:

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
$T$	$T$	$T$
$T$	$F$	$F$
$F$	$T$	$T$
$F$	$F$	$T$

گزینه ۳:

$p$	$q$	$p \Leftrightarrow q$
$T$	$T$	$T$
$T$	$F$	$F$
$F$	$T$	$F$
$F$	$F$	$T$

گزینه ۴:



$p$	$q$	$\sim q$	$p \Rightarrow \sim q$
$T$	$T$	$F$	$F$
$T$	$F$	$T$	$T$
$F$	$T$	$F$	$T$
$F$	$F$	$T$	$T$

باتوجه به گزینه‌ها و جدول ارزش درستی صورت سؤال داریم:

$$(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \equiv p \Leftrightarrow q$$

۵ - گزینه ۲ می‌دانیم تنها زمانی ارزش گزاره  $q \Rightarrow p$  نادرست است که  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد در بقیه حالات ارزش گزاره درست است؛ بنابراین گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱:  $p: -3 > 0 (F) \Rightarrow q: 23$  عدد اول  $(T) \Rightarrow$  ارزش:  $T$

گزینه ۲:  $p: 1 + \sqrt{2}$  گنگ  $(T) \Rightarrow q: 2,1$  عدد گنگ  $(F) \Rightarrow$  ارزش:  $F$

گزینه ۳:  $p: a$  عددی فرد  $(T)$  و  $F$  (یا  $T$ )  $\Rightarrow q: a^2$  عددی فرد  $(T)$  و  $T$  (یا  $F$ )  $\Rightarrow$  ارزش:  $T$

گزینه ۴:  $p: 10^{-2} = 0,01 (F) \Rightarrow q: (\frac{1}{2})^0 \neq 1 (F) \Rightarrow$  ارزش:  $T$

۶ - گزینه ۳ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱:  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است.  $(T) \times$   $-2$  عددی گویا نیست.  $(F)$

گزینه ۲:  $1$  عددی اول است.  $(F) \times$   $121$  مربع  $11$  است.  $(T)$

گزینه ۳:  $\checkmark$   $(T)$  مجموعه اعداد صحیح زیرمجموعه اعداد گویا است.  $(T) \equiv -4$  عددی طبیعی نیست.  $(T)$

گزینه ۴:  $\times$   $(T)$  عددی منفی  $(-1)^2 = 1$   $\equiv \sqrt[3]{-8} = -2 (F)$

۷ - گزینه ۳ حالت کلی قیاس استثنایی به صورت  $p \Rightarrow q$  و حالت کلی مغالطه به صورت  $p \Rightarrow q$  است.

$$\frac{q}{\therefore p} \qquad \frac{p}{\therefore q}$$

استدلال  $A$  از نوع قیاس استثنایی و استدلال  $B$  از نوع مغالطه است می‌دانیم که روش به کار رفته در قیاس استثنایی، همواره درست و در مغالطه همواره نادرست است. ولی نتیجه‌های این دو استدلال باید بررسی شوند یعنی این‌طور نیست که نتیجه قیاس استثنایی همیشه درست و نتیجه مغالطه همیشه نادرست باشد. درستی نتیجه قیاس استثنایی بستگی به مقدمه  $1$  دارد. می‌دانیم اگر خطی عمود باشد آنگاه ضریب  $y$  صفر است پس چون مقدمه  $1$  استدلال  $A$  درست است نتیجه آن هم درست است. استدلال  $B$  با آن که مغالطه است، نتیجه‌اش درست است چون اگر دلتای یک معادله صفر شود یک ریشه مضاعف دارد.

۸ - گزینه ۲ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: با قراردادن  $a = -1$  و  $b = -2$  داریم:

$$a^4 = (-1)^4 = 1 \text{ و } b^4 = (-2)^4 = 16 \Rightarrow a^4 < b^4$$

گزینه ۳: علامت جمعی که بین  $2$  و  $\sqrt{3}$  وجود دارد مانع از آن می‌شود که بتوانیم  $2$  صورت را با  $2$  مخرج ساده کنیم.

گزینه ۴: معادله  $x^2 + 36 = 0$  فاقد جواب حقیقی است. چون  $x^2 = -36$  و می‌دانیم نمی‌توانیم از عدد منفی جذر بگیریم (توان دوم هیچ عددی نمی‌تواند برابر عددی منفی باشد)

۹ - گزینه ۴

مجموع مربعات دو عدد از مجموع معکوس‌های آن‌ها بزرگتر است.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} < x^2 + y^2$$

$$x^2 + y^2 > \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

۱۰ - گزینه ۴

گزاره شرطی  $r \Rightarrow (p \vee q)$  به انتفای مقدم درست است پس ارزش مقدم نادرست و ارزش تالی نامعلوم است. در نتیجه:

$$\underbrace{(p \vee q)}_F \Rightarrow r$$

$p \vee q$  نادرست است پس هم  $p$  و هم  $q$  نادرست هستند.



$$\underbrace{\underbrace{\sim p}_T \Leftrightarrow \underbrace{(q \wedge r)}_F}}_F = F$$

۱۱ - گزینه ۱

$$p \vee \sim q \Rightarrow \begin{cases} \text{نادرست } p \\ \text{درست } q \Rightarrow \text{نادرست } \sim q \end{cases}$$

$$\Rightarrow [\sim(p \Leftrightarrow q) \wedge \sim p] \equiv [\sim(\underbrace{F \Leftrightarrow T}_F) \wedge \sim F] \equiv (T \wedge T) \equiv T$$

۱۲ - گزینه ۳ ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  یکسان است پس یا هر دو درست و یا هر دو نادرست است، پس ارزش گزاره  $(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$  همواره درست است.

$p$	$q$	$(p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)$	$p \vee q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \Leftrightarrow q$	$p \wedge \sim q$
د	د	د	د	ن	د	ن
ن	ن	د	ن	د	د	ن

۱۳ - گزینه ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱)  $x^2 - x = 72$  یا  $x^2 = x + 72$

گزینه ۲)  $x + \frac{1}{x} \geq 2$ ,  $x \in \mathbb{N}$ , باید علامت بزرگ تر مساوی استفاده شود.

گزینه ۴) مجموع دو عدد متوالی  $n + (n + 1) = 2n + 1$  می‌باشد پس به ازای  $n > 1$   $n(n + 1) > 2n + 1$

۱۴ - گزینه ۲

$$[\sim p \vee \sim(q \vee \sim p)] \equiv [\sim p \vee (\sim q \wedge p)] \equiv [\sim p \vee (p \wedge \sim q)]$$

$$\equiv (\sim p \vee p) \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv T \wedge (\sim p \vee \sim q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

۱۵ - گزینه ۳ می‌دانیم عکس نقیض  $p \Rightarrow q$  گزاره  $\sim q \Rightarrow \sim p$  است. در نتیجه:

$\sqrt{3}$  گویا است.  $\Rightarrow$  اگر ۳ فرد است.

۱۶ - گزینه ۱  $a > b \xrightarrow{a, b > 0} a^2 > b^2$

۱۷ - گزینه ۴ چون  $\sim q \equiv p$  بنابراین  $p$  و  $q$  مخالف یکدیگرند و  $r \equiv T$  است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱:  $(p \Leftrightarrow q) \equiv F$ ,  $(p \vee q) \equiv T$

گزینه ۲:  $\underbrace{(p \vee r)}_T \equiv T$ ,  $(p \wedge q) \equiv F$

گزینه ۳:  $\sim(\underbrace{\sim r \Rightarrow q}_F) \equiv F$ ,  $(\sim q \vee r) \equiv T$

گزینه ۴:  $(\sim p \wedge \underbrace{\sim r}_F) \equiv F$ ,  $(p \Leftrightarrow q) \equiv F$

۱۸ - گزینه ۲ با توجه به ارزش گزینه‌ها داریم:

درست  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow p \equiv T$ ,  $q \equiv F$

نادرست  $(p \Rightarrow q)$ ,  $p \equiv T \Rightarrow r \equiv F$

بنابراین خواهیم داشت:

گزینه ۱)  $\sim[\underbrace{(\underbrace{p \Rightarrow q}_F \Leftrightarrow \underbrace{r}_T)}_F] \equiv F$

گزینه ۲)  $\sim[\underbrace{(\underbrace{r \Rightarrow p}_F \Leftrightarrow \underbrace{p}_T)}_F] \equiv F$



گزینه ۳) 
$$\underbrace{(p \wedge q)}_F \Rightarrow \underbrace{(p \vee r)}_T \equiv T$$

گزینه ۴) 
$$\underbrace{(q \vee r)}_F \Leftrightarrow \underbrace{(p \wedge q)}_F \equiv T$$

۱۹ - گزینه ۳ طبق فرض  $p \equiv q$  و  $r \equiv F$  بنابراین داریم:

گزینه ۱) 
$$\underbrace{(p \Leftrightarrow q)}_T \Rightarrow \underbrace{\sim r}_T \equiv T$$

گزینه ۲) 
$$\underbrace{(r \Rightarrow q)}_T \Rightarrow \underbrace{(q \Leftrightarrow p)}_T \equiv T$$

گزینه ۳) 
$$\underbrace{(q \Rightarrow p)}_T \Leftrightarrow \underbrace{r}_F \equiv F$$

گزینه ۴) 
$$\underbrace{(\sim p \Leftrightarrow q)}_F \Rightarrow \underbrace{(r \Rightarrow p)}_T \equiv T$$

۲۰ - گزینه ۱ الف) به طور کلی جملات پرسشی گزاره محسوب نمی‌شوند، چون درستی یا نادرستی آن‌ها قابل مشخص کردن نمی‌باشد.

ب) جملات عاطفی، دعایی و ندایی گزاره محسوب نمی‌شوند، این یک جمله عاطفی است.

پ) جملات امری یا خواهشی گزاره نیستند، چون درخواستی را مطرح می‌کنند و تعیین درستی یا نادرستی آن‌ها قابل بررسی نیست.

ت) این یک جمله خبری است که با استناد به قوانین هندسه می‌توان درست یا نادرست بودن آن را بررسی کرد.

۲۱ - گزینه ۴ یکی از راه‌های بیان نقیض یک گزاره که با هر شروع می‌شود آن است که با عبارت وجود دارد یک استثنا بیان کنیم. مثلاً نقیض گزاره‌ی "هر گردی گرد است" آن است که بگوییم

وجود دارد گردی که گرد نیست با این توضیح گزینه‌های ۱ و ۲ درست هستند.

در گزینه ۳ هم، چون فعل گزاره در نقیض آن منفی شده درست است.

در گزینه ۴ نقیض گزاره عبارت است از: حاصل جمع هر دو عدد گویا عددی گویا نیست.

۲۲ - گزینه ۲ ارزش گزاره‌ی "بعضی از مستطیل‌ها مربع‌اند" درست است کافی است در یک مستطیل طول و عرض برابر باشند و گزاره‌های ب) و پ) درست هستند.

گزاره‌های الف) و ت) نادرست هستند، چون همه‌ی مستطیل‌ها مربع نیستند، و وجود دارد مستطیلی که مربع باشد.

۲۳ - گزینه ۲ گزینه ۱) خوش‌مزه بودن امری سلیقه‌ای است و ارزش آن دقیقاً قابل تعیین نیست.

گزینه ۲) یک جمله خبری است که ارزش آن نادرست است، چون هر عدد به توان ۲ برسد مثبت خواهد بود، پس چون دقیقاً تعیین ارزش شده است، گزاره است.

گزینه ۳) جمله‌ای که با لطفاً و نظایر آن شروع می‌شود جمله‌ای خبری نیست، بلکه نوعی خواهش و درخواست در آن بیان شده است.

گزینه ۴) یک جمله کاملاً توصیفی است، پس گزاره تلقی نمی‌شود.

۲۴ - گزینه ۴ برای نوشتن و بیان نقیض یک جمله خبری کافی است فعل جمله را منفی کنیم یا اگر فعل منفی است آن را به فعل مثبت تبدیل کنیم. برای مثال نقیض جمله‌ی «عدد زوج بر ۲

بخش‌پذیر نمی‌باشد»، جمله‌ی «عدد زوج بر ۲ بخش‌پذیر می‌باشد» خواهد بود.

۲۵ - گزینه ۲ ترکیب عطفی (ترکیب گزاره‌ها با و) وقتی ارزش درست دارد که هر دو گزاره درست باشند. موارد الف و پ درست هستند چون ۲ عددی اول است. ۴۲ بر ۷ بخش‌پذیر است پس ۷

شمارنده‌ی (مقسوم‌علیه) ۴۲ است همچنین تنها شمارنده‌ی (مقسوم‌علیه) اول عدد ۵، ۲۵ است و  $1 = 0 + 1$  که عددی زوج است هر دو درست می‌باشند. در موارد ب و پ چون ۱۳ شمارنده

خود ۱۳ و اول است پس گزاره‌ی ابتدایی، نادرست و ترکیب عطفی است. پس کل (پ) نادرست است. از طرفی در مورد ت) شمارنده‌های عدد ۲۴ عبارتند از:  $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$  که تنها

۲ و ۳ شمارنده‌های اول ۲۴ هستند از طرفی ترکیب عطفی است پس گزاره «ت» نادرست است.

۲۶ - گزینه ۲

درست  $T =$  و نادرست  $F =$

گزینه ۱) 
$$-5 \in \mathbb{Z} \Rightarrow -5 \notin \mathbb{Z} \equiv F$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{9}{4} = \frac{3}{2}, (-1)^2 = 1 \Rightarrow \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} > (-1)^2 \equiv T$$

$$F \wedge T \equiv F$$

در ترکیب عطفی اگر تنها یکی از گزاره‌ها نادرست باشد ترکیب نادرست است.

$$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4 \equiv T$$

گزینه ۲)

$$2 > 3 \equiv F \Rightarrow T \vee F \equiv T$$

گزینه ۳)  $T \equiv$  مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۱۵ عبارتند از: ۱، ۳، ۵، ۱۵



$F \Rightarrow T \wedge F \equiv F$  میانه چارک اول است  $\rightarrow$  میانه چارک دوم است

گزینه ۴)

$$\sqrt{49 - 25} = \sqrt{24} \rightarrow \sqrt{49 - 25} = 7 - 5 \equiv F$$

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{N} \equiv F \Rightarrow F \vee F \equiv F$$

۲۷ - گزینه ۳

موارد الف و ب قوانین دمورگان هستند که درست می‌باشند. باتوجه به قانون دمورگان اگر نقیض روی ترکیب فصلی و عطفی توزیع شود  $\vee$  را به  $\wedge$  و  $\wedge$  را به  $\vee$  تبدیل می‌کند. مورد پ هم صحیح است. زیرا نقیض نقیض یک گزاره با خود گزاره هم‌ارز است، پس هر سه مورد صحیح است.

۲۸ - گزینه ۲

قوانین توزیع  $\wedge$  روی  $\vee$  و  $\vee$  روی  $\wedge$  به صورت زیر باتوجه به جدول ارزش‌ها قابل نتیجه‌گیری است.

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

پس نتیجه گزینه‌ی ۲ هم‌ارز  $p \wedge (q \vee r)$  است.

۲۹ - گزینه ۳ الف) این گزاره‌ی شرطی نادرست است، چون مقدم درست و تالی نادرست است.

توضیح: بدیهی است  $0.5$  از  $1$  کوچک‌تر است پس درست است. از طرفی می‌دانیم اگر عددی بین صفر و یک باشد (مانند  $0.5$ ) هرچه توانش بزرگ‌تر شود کوچک‌تر می‌شود پس  $0.5^2 < 0.5$

ب) این گزاره درست است. زیرا  $2^4 \neq 8$  است یعنی  $2^4 = 16$  نادرست است پس گزاره‌ی شرطی به انتقای مقدم درست است.

پ)  $8$  عددی فرد است نادرست است. پس گزاره‌ی شرطی به انتقای مقدم درست است.

ت)  $5$  عددی اول است درست است،  $5^2 + 4 = 29$  عددی اول است نیز درست است، پس گزاره‌ی شرطی درست است.

توجه: گزاره‌ی شرطی فقط وقتی نادرست است که مقدم درست و تالی نادرست باشد.

۳۰ - گزینه ۲ در گزینه‌های ۱ و ۳ و ۴ با تغییر ارزش گزاره‌های  $p$  و  $q$  ارزش کلی گزاره‌ی ترکیبی تغییر می‌کند اما در گزینه‌ی ۲ چه  $p$  درست باشد چه نادرست خواهیم داشت مقدم و تالی هر دو هم‌ارز هستند پس گزاره‌ی شرطی درست است:

$p$	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow \sim p$
د	ن	$\Rightarrow$ د $\equiv$ د
ن	د	د $\equiv$ ن

توضیح:

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	گزینه‌ی ۱ $p \wedge \sim q$	گزینه‌ی ۳ $\sim q \Rightarrow \sim p$	گزینه‌ی ۴ $p \wedge (\sim p \wedge \sim q)$
د	د	ن	ن	ن	د	د $\wedge$ ن $\equiv$ ن
ن	ن	د	د	ن	د	ن $\wedge$ د $\equiv$ ن
د	ن	ن	د	د	ن	د $\wedge$ ن $\equiv$ ن
ن	د	د	ن	ن	د	ن $\wedge$ ن $\equiv$ ن

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۳	۱۱ - ۱	۱۶ - ۱	۲۱ - ۴	۲۶ - ۲
۲ - ۱	۷ - ۳	۱۲ - ۳	۱۷ - ۴	۲۲ - ۲	۲۷ - ۳
۳ - ۱	۸ - ۲	۱۳ - ۳	۱۸ - ۲	۲۳ - ۲	۲۸ - ۲
۴ - ۳	۹ - ۴	۱۴ - ۲	۱۹ - ۳	۲۴ - ۴	۲۹ - ۳
۵ - ۲	۱۰ - ۴	۱۵ - ۳	۲۰ - ۱	۲۵ - ۲	۳۰ - ۲