



علی هاشمی

نام آزمون: آشنایی با منطق ریاضی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- اگر گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $s$  گزاره‌ای باشد که ارزش آن را ندانیم، آنگاه درباره ارزش گزاره  $((s \vee \sim q) \vee (p \wedge \sim r))$  کدام گزینه درست است؟

- ۱ به ارزش  $r$  بستگی دارد.    
 ۲ به ارزش  $s$  بستگی دارد.    
 ۳ همواره درست است.    
 ۴ همواره نادرست است.

۲- اگر  $T \equiv p \vee q$  باشد، ارزش گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \wedge (\sim p \Rightarrow q) \sim$  همواره کدام است؟

- ۱  $F$     
 ۲  $T$     
 ۳ هم‌ارز با  $p$     
 ۴ هم‌ارز با  $q$

۳- گزاره «مجموع جواب‌های معادله  $x^2 - 5x + 4 = 0$  برابر است با ۵-» با کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز است؟

- ۱ خطی به معادله  $y = mx + m - 3$  به‌ازای هر عدد منفی  $m$  از ناحیه اول محورهای مختصات نمی‌گذرد.    
 ۲ معادله  $0 = 3x^2 + 2x - 7$  دو ریشه حقیقی دارد.    
 ۳ اگر  $S$  مجموع و  $P$  حاصل ضرب ریشه‌های یک معادله درجه دوم باشند، آنگاه آن معادله همواره به صورت  $x^2 + Px + S = 0$  است.    
 ۴ اگر بین ضرایب معادله درجه دوم  $0 = ax^2 + bx + c$  رابطه  $a + b + c = 0$  برقرار باشد، آنگاه یکی از ریشه‌های معادله ۱ و ریشه دیگر  $\frac{c}{a}$  است.

۴- چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر همواره درست است؟

- ۱  $T \equiv p \vee \sim p$     
 ۲  $F \equiv p \sim p$     
 ۳  $F \equiv p \Rightarrow \sim p$     
 ۴  $q \equiv q \wedge (p \vee \sim q) \sim$



۵- نقیض گزاره  $(\sim q \vee r) \Rightarrow p$  با کدام گزاره هم‌ارز است؟

- ۱  $p \wedge (q \vee \sim r)$     
  ۲  $p \wedge (q \wedge \sim r)$     
  ۳  $\sim p \wedge (q \wedge \sim r)$     
  ۴  $\sim p \vee (q \wedge \sim r)$

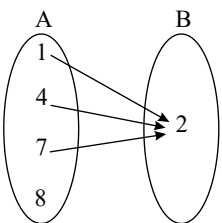
۶- کدام گزاره، ارزش نادرست دارد؟

- ۱ کوچکترین عدد اول دو رقمی ۱۱ است.  
 ۲ کوچکترین عدد مربع کامل سه رقمی ۱۰۰ است.  
 ۳ اگر ارزش یک جمله خبری برای ما معلوم نباشد، ولی دقیقاً درست یا نادرست باشد، آن جمله، گزاره نیست.  
 ۴ هر عدد طبیعی، عدد صحیح نیز محسوب می‌شود.

۷- اگر  $p$  گزاره‌ای دلخواه باشد، کدام هم‌ارزی زیر درست است؟

- ۱  $(p \Rightarrow \sim p) \equiv T$     
  ۲  $(p \Leftrightarrow \sim p) \equiv F$   
 ۳  $[(\sim p \vee F) \wedge (\sim p \wedge F)] \equiv \sim p$     
  ۴  $\sim (\sim p \wedge p) \equiv p$

۸- با توجه به گزاره‌های زیر، ارزش گزاره‌های  $q \Leftrightarrow \sim (p \wedge q)$  و  $(p \Rightarrow q) \vee (p \wedge q)$  به ترتیب کدام است؟ گزاره  $p$ :



- خط  $y = 3$  موازی محور  $x$  هاست.  
 گزاره  $q$ : نمودار پیکانی مقابل بیان گر تابع است.
- ۱  $T, T$     
  ۲  $T, F$     
  ۳  $F, T$     
  ۴  $F, F$



۹- نماد ریاضی گزاره «هر عدد حقیقی مثبت همواره بزرگتر یا مساوی تفاضل معکوسش از عدد ۲ است.» کدام است؟

- ۱  $x \geq 2 + \frac{1}{x}, x > 0$     
  ۲  $x \leq 2 + \frac{1}{x}, x > 0$     
  ۳  $x \geq 2 - \frac{1}{x}, x > 0$     
  ۴  $x \leq 2 - \frac{1}{x}, x > 0$

۱۰- نتیجه کدام استدلال، همواره درست نیست؟

اگر دو خط بر هم عمود باشند، آن گاه زاویه بین آن‌ها  $90^\circ$  است.

خط  $L$  بر خط  $d$  عمود است  ۱

۱  $x < 0 \Rightarrow x^5 < 0$

$\therefore$  زاویه بین  $L$  و  $d$  برابر  $90^\circ$  است

$x^2 = y^2 \Rightarrow x = \pm y$

$(x+y)$  زوج است  $\Rightarrow (x$  و  $y$  فرد هستند)

۲  $(2m-1)^2 = (m+6)^2$

۳  $x+y=200$

$m = -\frac{5}{3}$  یا  $7$   $\therefore$

$\therefore x$  و  $y$  فرد هستند

۱۱- در کدام گزینه، خطا رخ نداده است؟

- ۱  $a > b \Rightarrow a - 2 < b - 2$     
  ۲  $x > y \Rightarrow -2x > -2y$     
  ۳  $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = 4$     
  ۴  $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = \sqrt{3}-1$

۱۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) اگر طول و عرض مستطیلی دو برابر شود، محیط آن نیز دو برابر می‌شود.

(ب) اگر در مثلث قائم الزاویه‌ای، اندازه اضلاع زاویه قائمه دو برابر شوند، مساحت مثلث نیز دو برابر می‌شود.

(ج) اگر  $n$  عددی فرد باشد،  $n^2$  نیز فرد خواهد بود.

- ۱    
  ۲    
  ۳    
  ۴ صفر



۱۳ - کدام گزینه، ارزش نادرست دارد؟

- ① اگر  $a$  فرد باشد، آن گاه  $(a^2 + 1)$  حتماً زوج است.
- ② اگر  $m$  برابر با ۹ باشد، آنگاه  $f = \{(4, 6), (m, 3)\}$  تابع است.
- ③ اگر داده‌ها را با یک عدد ثابت جمع کنیم، آن گاه واریانس داده‌ها نیز با آن عدد ثابت جمع می‌شود.
- ④ در معادله درجه دوم، صفر شدن دلتا (مبین معادله) شرط لازم و کافی است برای داشتن یک ریشه مضاعف.

۱۴ - ستون نتیجه جدول ارزش گذاری زیر کدام است؟

$p$	$q$	$(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow p)$
$T$	$T$	?
$T$	$F$	?
$F$	$T$	?
$F$	$F$	?

$T$
$T$
$F$
$F$

④

$T$
$F$
$T$
$F$

③

$F$
$T$
$F$
$T$

⑦

$F$
$F$
$T$
$T$

①

۱۵ - حاصل هم‌ارزی مقابل کدام است؟

$$| \sim (\sim p \vee p) \wedge \sim (q \wedge \sim q) | \Rightarrow F = ?$$

$\sim q$  ④

$\sim p$  ③

$T$  ⑦

$F$  ①



۱۶- نماد ریاضی گزارهٔ «تفاضل مکعب عددی از مجذور ۱۵، از ثلث مجموع همان عدد با جذر ۳۷ کوچک تر نیست»، کدام است؟

$225 - x^3 > 3(x + \sqrt{37})$  (۴)    
  $x^3 - \sqrt{15} > \frac{1}{3}(x + 37^2)$  (۳)    
  $(x - 15)^2 \geq \frac{1}{3}(x + \sqrt{37})$  (۵)    
  $225 - x^3 \geq \frac{(x + \sqrt{37})}{3}$  (۱)

۱۷- عکس نقیض گزارهٔ  $r \Rightarrow (p \wedge q)$  کدام است؟

$r \Rightarrow (p \wedge q)$  (۴)    
  $\sim r \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$  (۳)    
  $\sim r \Rightarrow (p \wedge q)$  (۲)    
  $r \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$  (۱)

۱۸- ارزش کدام گزارهٔ مرکب نادرست است؟

- (۱) عدد ۲۵ مربع کامل است، اگر و تنها اگر  $\sqrt{2}$  عددی گویا نباشد.  
 (۲) اگر عدد ۷ زوج است، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.  
 (۳) عدد ۱ مرکب است و عدد ۲ عدد اول است.  
 (۴) حاصل  $2^5 + 1$  عدد مرکب است یا  $2^3 < 2^2$  است.

۱۹- در جدول زیر ستون مربوط به ارزش گزارهٔ مرکب  $\sim p \Rightarrow q$  کدام است؟

$p$	$q$	$\sim p \Rightarrow q$
د	د	
د	ن	
ن	د	
ن	ن	

- د  
 د  
 د  
 ن (۴)

- د  
 د  
 ن  
 د (۳)

- د  
 د  
 ن  
 ن (۷)

- ن  
 د  
 د  
 د (۱)



۲۰- چند مورد از گزاره‌های زیر درست هستند؟

آ) نمودار  $y = -x^2 + 3$  از ربع سوم نمی‌گذرد.

ب)  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

پ) میانه داده‌ها همان چارک اول آن‌ها است.

ت) عدد طبیعی ۱۶۰۰ مربع کامل نیست.

ث) واریانس داده‌های ۱۰، ۱۰، ۱۰ برابر صفر است.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۷)

۲ (۱)

۲۱- اگر  $p$  گزاره‌ای نادرست و  $q$  گزاره‌ای درست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های مرکب  $(r \vee p) \Rightarrow ((r \Rightarrow q) \wedge \sim p)$  و

$(q \vee p) \Leftrightarrow \sim p$  به ترتیب کدام است؟

(۴) نادرست - نادرست

(۳) درست - درست

(۷) نادرست - درست

(۱) درست - نادرست

۲۲- اگر گزاره  $p$  حاصل  $\sqrt{4} + 1$  عددی اول است، و گزاره  $q$  « $2 + 2 \times 2 > 7$ » و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های

$(q \wedge r) \Rightarrow p$  و  $(p \vee r) \Leftrightarrow (\sim p \wedge q)$  به ترتیب کدام است؟

(۴) درست - نادرست

(۳) نادرست - نادرست

(۷) نادرست - درست

(۱) درست - درست

۲۳- کدام گزینه الزماً صحیح نیست؟

$a < b \Rightarrow ac^x < bc^x$  (۷)

$a = 2b + 1 \Rightarrow a^2 = 4b^2 + 4b + 1$  (۱)

$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0$  (۴)

$\frac{a}{8} = \frac{b}{4} \Rightarrow a = 2b$  (۲)



۲۴- کدام یک از استدلال‌های زیر بیانگر یک مغالطه است؟

مقدمه ۱: اگر دو عدد  $a$  و  $b$  فرد باشند، آنگاه حاصل جمع آن‌ها فرد است.

① مقدمه ۲:  $a = ۳۰۵$  و  $b = ۱۰۳۱$

∴ حاصل  $۳۰۵ + ۱۰۳۱$  عددی زوج است.

مقدمه ۱: اگر چهارضلعی مربع باشد، آن‌گاه لوزی هم هست.

③ مقدمه ۲:  $ABCD$  لوزی است.

∴  $ABCD$  مربع است.

مقدمه ۱: اگر هنگام مطالعه به موزیک گوش کنید، تمرکزتان کاهش خواهد یافت.

② مقدمه ۲: نوید هنگام مطالعه موزیک گوش می‌دهد.

∴ تمرکز نوید کاهش خواهد یافت.

مقدمه ۱:  $\frac{-1}{x} < ۰ \Rightarrow \left(\frac{-1}{x}\right)^۳ < ۰$

④ مقدمه ۲:  $\frac{-1}{۳} < ۰$

∴  $\left(\frac{-1}{۳}\right)^۳ < ۰$

۲۵- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت در جدول مربوط به ارزش گزاره  $(p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow p))$  در چند ردیف ارزش این گزاره درست خواهد بود؟

④ ۴

③ ۳

② ۲

① ۱

۲۶- کدام هم‌ارزی زیر نادرست است؟

④  $p \vee (\sim p \wedge q) \equiv p$

③  $(p \wedge \sim p) \equiv F$

②  $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

①  $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$

۲۷- با فرض اینکه  $n < ۰$  باشد؛ عکس نقیض گزاره شرطی « $n > ۲n + ۱ \Rightarrow ۲n^۲ + ۱ > n^۲$ » کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

②  $۲n^۲ + ۱ < n^۲ \Rightarrow n < ۲n + ۱$

①  $n \leq ۲n + ۱ \Rightarrow ۲n^۲ + ۱ \leq n^۲$

④  $۲n^۲ + ۱ \leq n^۲ \Rightarrow ۲n + ۱ \geq n$

③  $۲n^۲ + ۱ > n^۲ \Rightarrow ۲n + ۱ < n$



۲۸- کدام هم‌ارزی، نادرست است؟

①  $\sim (5 \in N) \equiv (5 \notin N)$

②  $\sim (3 > 0) \equiv (3 \leq 0)$

③  $\sim (A \subseteq B) \equiv B \subseteq A$

④  $\sim (2^3 \times 2^5 = 2^8) \equiv (2^3 \times 2^5 \neq 2^8)$

۲۹- چند مورد از عبارات‌های زیر، گزاره محسوب می‌شوند؟

① ۳ مورد

② ۴ مورد

③ ۵ مورد

④ ۶ مورد

۳۰- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت حاصل هم‌ارزی زیر کدام است؟

$[\sim (p \vee \sim p) \Leftrightarrow \sim (q \wedge \sim q)] \equiv ?$

④  $q$

③  $p$

②  $F$

①  $T$





## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳

$$((s \vee \sim q) \vee (p \wedge \sim r))$$

می دانیم  $p \equiv T$  و  $q \equiv F$  است، بنابراین داریم:

$$((s \vee T) \vee (T \wedge \sim r))$$

می دانیم ارزش  $s \vee T \equiv T$  می باشد.

$$(T \vee (T \wedge \sim r))$$

می دانیم ترکیب  $T \vee \square \equiv T$  است، بنابراین حاصل همواره درست است.

۲ - گزینه ۱

$$\sim (\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Leftrightarrow q)$$

به جای گزاره  $q \Rightarrow p$ ، هم ارز آن گزاره  $p \vee q$  را قرار می دهیم:

$$\sim (p \vee q) \wedge (p \Leftrightarrow q)$$

با توجه به متن سؤال  $p \vee q$  درست است، بنابراین  $\sim (p \vee q)$  نادرست است:

$$F \wedge (p \Leftrightarrow q)$$

و ترکیب  $F \wedge \square$  همواره  $F$  است.

۳ - گزینه ۳ ارزش گزاره داده شده نادرست است، زیرا مجموع جواب های معادله درجه دوم  $x^2 - 5x + 4 = 0$  برابر  $\frac{-b}{a}$  یعنی ۵ است. ارزش گزاره در گزینه ۳ نیز نادرست است، زیرا اگر  $S$  مجموع ریشه ها و  $P$  حاصل ضرب ریشه ها باشد، معادله درجه دوم به صورت  $x^2 - Sx + P = 0$  است.

۴ - گزینه ۲ هم ارزی «آ» و «ب» درست و هم ارزی «پ» و «ت» نادرست است.

بررسی عبارت «آ»: ترکیب  $p \vee q$  زمانی درست است که حداقل یکی از آن ها درست باشد، بنابراین در  $p \vee \sim p$  اگر  $p$  درست،  $\sim p$  نادرست و بالعکس می باشد که در هر دو حالت  $p \vee \sim p \equiv T$  است.

بررسی عبارت «ب»:  $p \wedge q$  زمانی نادرست است که حداقل یکی از آن ها نادرست باشد، بنابراین در  $p \wedge \sim p$  اگر  $p$  درست،  $\sim p$  نادرست است و بالعکس. بنابراین گزاره  $p \wedge \sim p$  همواره نادرست به درستی بیان شده است.

بررسی عبارت «پ»:  $q \Rightarrow p$  زمانی نادرست است که  $p$  درست و  $q$  نادرست باشد، بنابراین برای  $p \Rightarrow \sim p$  دو حالت داریم:

$$\text{حالت اول: } p \equiv T \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow T \Rightarrow F \equiv F$$

$$\text{حالت دوم: } p \equiv F \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow F \Rightarrow T \equiv T$$

بنابراین همواره  $F$  نیست.

بررسی عبارت «ت»: هم ارزی  $q \equiv q \wedge (p \vee \sim q) \equiv \sim q \wedge (p \vee \sim q)$  به صورت  $q \equiv q \wedge (p \vee \sim q)$  درست است.

۵ - گزینه ۲

$$p \Rightarrow (\sim q \vee r)$$

عبارت را نقیض می کنیم؛ داریم:

$$\sim (p \Rightarrow (\sim q \vee r)) \equiv \sim (\sim p \vee (\sim q \vee r)) \equiv p \wedge (q \wedge \sim r)$$

۶ - گزینه ۳ گزاره های گزینه های ۱ و ۲ و ۴ هر سه گزاره هایی درست هستند.

گزینه سوم گزاره جمله خبری است که ارزش آن، درست یا نادرست است.

حتی اگر ارزش آن برای ما معلوم نباشد، مانند گزاره «در سیاره مریخ حیات وجود دارد»، ارزش این گزاره فعلاً برای ما قطعی نیست.

۷ - گزینه ۲ جدول ارزش درستی هر کدام از گزینه ها را رسم می کنیم.

گزینه (۱):

$$p \Rightarrow \sim p \equiv T$$

$p$	$\sim p$	$p \Rightarrow \sim p$
د	ن	ن
ن	د	د

با توجه به ستون آخر جدول داریم:  $p \Rightarrow \sim p \not\equiv T$



گزینه (۲):

$$p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$$

$p$	$\sim p$	$p \Leftrightarrow \sim p$
د	ن	ن
ن	د	ن

با توجه به ستون آخر جدول داریم  $p \Leftrightarrow \sim p \equiv F$

گزینه (۳):

$$[(\sim p \vee F) \wedge (\sim p \wedge F)] \equiv \sim p$$

$p$	$F$	$\sim p$	$\sim p \vee F$	$\sim p \wedge F$	$(\sim p \wedge F) \wedge (\sim p \vee F)$
د	ن	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

با توجه به دو ستون مشخص شده  $[(\sim p \vee F) \wedge (\sim p \wedge F)] \not\equiv \sim p$

گزینه (۴):

$$\sim(\sim p \wedge p) \equiv p$$

$p$	$\sim p$	$\sim p \wedge p$	$\sim(\sim p \wedge p)$
د	ن	ن	د
ن	د	ن	د

با توجه به دو ستون مشخص شده  $\sim(\sim p \wedge p) \equiv p$

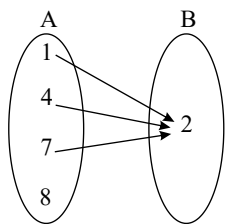
۸ - گزینه ۳ ابتدا ارزش دو گزاره  $p$  و  $q$  را مشخص می کنیم.

گزاره  $p$ : خط  $y = 3$  موازی محور  $x$  هاست. ارزش این گزاره درست است چون معادله کلی هر خط موازی محور  $x$  ها به صورت  $y = a$  است.

گزاره  $q$ : نمودار پیکانی مقابل بیانگر تابع است.

ارزش این گزاره نادرست است چون نمایش پیکانی یک رابطه زمانی تابع است که از هر عضو دامنه دقیقاً یک پیکان خارج می شود در حالیکه از عضو ۸ در دامنه پیکانی خارج نشده است پس تابع

نیست. حال با داشتن ارزش گزاره  $p$  و  $q$  ارزش گزاره های ترکیبی را مشخص می کنیم:



$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{p}_{\text{د}} \Rightarrow \underbrace{q}_{\text{ن}}}_{\text{ن}} \vee \underbrace{\underbrace{p}_{\text{د}} \wedge \underbrace{q}_{\text{ن}}}_{\text{ن}}}_{\text{ن}}$$

و

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{\sim(p \wedge q)}_{\text{ن}} \Leftrightarrow \underbrace{\sim q}_{\text{د}}}_{\text{د}}}_{\text{د}}$$

۹ - گزینه ۳ هر عدد حقیقی مثبت مانند  $x$  همواره بزرگتر یا مساوی تفاضل معکوسش از عدد ۲ است. بنابراین داریم:

$$x \geq 2 - \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

۱۰ - گزینه ۳ استفاده از استدلال قیاس استثنایی همواره معتبر است اما استفاده از شکل نادرست آن یعنی مغالطه همواره معتبر نیست.

حالت کلی مغالطه  $p \Rightarrow q$

$$\frac{q}{\therefore p}$$



حالت کلی قیاس استثنایی  $p \Rightarrow q$

$$\frac{p}{\therefore q}$$

با بررسی گزینه‌ها تنها در گزینه (۳) استدلال استفاده شده به صورت حالت کلی مغالطه است و معتبر نیست.

۱۱ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱) با کم کردن ۲ واحد از طرفین نامعادله  $a > b$  جهت نامساوی عوض نمی‌شود.

$$a > b \Rightarrow a - 2 > b - 2$$

گزینه (۲) با ضرب طرفین نامعادله  $x > y$  در  $-2$  جهت نامساوی عوض می‌شود.

$$x > y \Rightarrow -2x < -2y$$

گزینه (۳) از صورت و مخرج عبارت گویای  $\sqrt{3}$ ،  $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$  ساده شده است که اشتباه است.

گزینه (۴)

$$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| \stackrel{1-\sqrt{3}<0}{=} -(1-\sqrt{3}) = -1+\sqrt{3} = \sqrt{3}-1$$

در گزینه ۴ اشتباهی رخ نداده است.

۱۲ - گزینه ۲ (الف) با دو برابر شدن طول و عرض مستطیل محیط آن دو برابر می‌شود.

(ب) اگر اضلاع قائم یک مثلث قائم‌الزاویه دو برابر شود مساحت آن چهار برابر می‌شود.

(ج) اگر  $n$  عددی فرد باشد در این صورت  $n^2$  نیز فرد است.

پس (الف) و (ج) درست است و (ب) نادرست است.

۱۳ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱): اگر  $a$  فرد باشد پس  $a^2$  نیز فرد است و در نتیجه  $a^2 + 1$  زوج خواهد بود. ارزش این گزاره درست است.

گزینه (۲): با قرار دادن مقدار  $m$  در نمایش زوج مرتبی، نمایش یک تابع است.

$$f = \{(4, 6), (m, 3)\} = \{(4, 6), (9, 3)\}$$

نمایش یک تابع است زیرا هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه اول یکسان نیست، ارزش این گزاره نیز درست است.

گزینه (۳): با اضافه کردن یک مقدار ثابت به داده‌ها واریانس داده‌ها تغییری نمی‌کند. واریانس یک شاخص پراکندگی است و اضافه کردن مقدار ثابت به همه داده‌ها پراکندگی داده‌ها تغییری نمی‌کند. ارزش این گزاره نادرست است.

گزینه (۴): اگر در معادله درجه دوم مقدار  $\Delta$  برابر صفر باشد معادله یک ریشه مضاعف دارد و بر عکس. ارزش این گزاره نیز درست است.

۱۴ - گزینه ۱ با اضافه کردن چند ستون جدول ارزش درستی گزاره ترکیبی را مشخص می‌کنیم:

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge q$	$\sim q \Rightarrow p$	$(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow p)$
T	T	F	F	F	T	F
T	F	F	T	F	T	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	T	T	F	F	T

۱۵ - گزینه ۲ نکته: برای هر گزاره دلخواه  $p$  گزاره  $(p \vee \sim p)$  گزاره‌ای همواره درست و گزاره  $(p \wedge \sim p)$  گزاره‌ای همواره نادرست است.

اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند با توجه به نکته بالا داریم:

$$(\sim p \vee p) \equiv T, (q \wedge \sim q) \equiv F$$

در نتیجه خواهیم داشت:



$$[\underbrace{\underbrace{(\sim p \vee p)}_T \vee \underbrace{(q \wedge \sim q)}_F}] \Rightarrow F \equiv T$$

$$\underbrace{\underbrace{F} \vee \underbrace{T}}_F$$

$$\Rightarrow 225 - x^3 \geq \frac{1}{3}(x + \sqrt{37})$$

۱۷ - گزینه ۳ عکس نقیض  $p \Rightarrow q$  به صورت  $\sim q \Rightarrow \sim p$  می باشد، بنابراین عکس نقیض  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  به صورت زیر است:

$$\sim r \Rightarrow \sim (p \wedge q) \equiv \sim r \Rightarrow \sim p \vee \sim q$$

$$\begin{cases} \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q \\ \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q \end{cases}$$

نکته: دو قانون زیر را دموگان می دانیم:

۱۸ - گزینه ۳

گزینه ۱: عدد ۲۵ مربع کامل است:  $T$

$\sqrt{2}$  عددی گویا نیست:  $T$

بنابراین ترکیب دوشروطی داده شده درست است.

گزینه ۲: ۷ عددی زوج است:  $F$   $\Leftarrow$  بنابر قانون انتفای مقدم ارزش کل گزاره درست است.

گزینه ۳: عدد ۱ نه اول است و نه مرکب؛ بنابراین عدد ۱ مرکب است:  $F$

عدد ۲ اول است:  $T$

پس گزاره عطفی داده شده نادرست است.

گزینه ۴:  $2^5 + 1$  یا همان  $33$  مرکب است:  $T$

$F: 3^2 < 2^3$

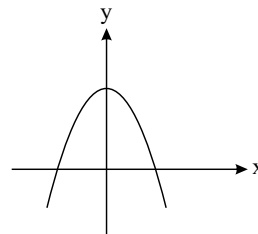
پس ترکیب فصلی داده شده درست است.

۱۹ - گزینه ۴

باتوجه به جدول داده شده خواهیم داشت:

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim p \Rightarrow q$
د	د	ن	د
د	ن	ن	د
ن	د	د	د
ن	ن	د	ن

است و از همه نواحی می گذرد.  $\Leftarrow$  نادرست.



۲۰ - گزینه ۱ (آ) نمودار  $y = -x^2 + 3$  به صورت

(ب) درست است.

(پ) میانه داده ها، چارک دوم آن ها است.  $\Leftarrow$  نادرست

(ت) عدد ۱۶۰۰ جذر دارد، بنابراین مربع کامل است.  $\Leftarrow$  نادرست

(ث) درست است.

۲۱ - گزینه ۳  $q$  درست است، بنابراین  $r \Rightarrow q$  درست است.

از طرفی  $p$  نادرست، پس  $\sim p$  درست و در نتیجه  $(r \Rightarrow q) \wedge \sim p$  درست است.



در نتیجه  $(r \vee p) \Rightarrow ((r \Rightarrow q) \wedge \sim p)$  به دلیل درست بودن تالی، درست است.

همانطور که گفتیم  $p$  نادرست و  $\sim p$  درست است، بنابراین  $q \vee p$  نیز درست است، پس گزاره دوشروطی  $q \vee p \Leftrightarrow \sim p$  درست است.

۲۲ - گزینه ۴  $\sqrt{4} + 1 = 2 + 1 = 3$  و عددی اول است.  $\Leftarrow p$  درست است.

۲ + ۲ × ۲ = ۲ + ۴ = ۶ < ۷ پس  $q$  نادرست است.

$\sim p \Rightarrow q \wedge r$  بنا بر قانون انتقای مقدم درست است.

از طرفی  $q \wedge r \sim p$  نادرست و  $p \vee r$  درست است.  $\Leftarrow$  ارزش گزاره دوشروطی نادرست است.

۲۳ - گزینه ۲ در گزینه ۲ باید شرایط  $c \neq 0$  اضافه شود.

۲۴ - گزینه ۳ گزینه ۳، بیانگر یک مغالطه است.

۲۵ - گزینه ۴

باتوجه به جدول روبه رو داریم:

$p$	$q$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow p$	$p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow p)$
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د

۲۶ - گزینه ۴

در گزینه ۴ باید داشته باشیم:

در سایر گزینه ها هم ارزی ها صحیح است.

$$p \vee (\sim p \wedge q) \equiv \underbrace{(p \vee \sim p)}_T \wedge (p \vee q) \equiv p \vee q$$

۲۷ - گزینه ۴ اگر بخواهیم  $p \Rightarrow q$  را به روش عکس نقیض اثبات کنیم باید  $\sim p \Rightarrow \sim q$  بررسی شود. خواهیم داشت:

$$\text{اگر } 2n^2 + 1 \leq n^2, \text{ آنگاه } n + 1 \geq n$$

۲۸ - گزینه ۲ در گزینه های ۱، ۳ و ۴، نقیض گزاره ها به درستی نوشته شده اند.

توضیح بیشتر برای گزینه ۳: نقیض گزاره ۳ بزرگتر از صفر است، ( $3 > 0$ ) به صورت ۳ کوچکتر یا مساوی صفر است ( $3 \leq 0$ ) و گزینه ۲، نقیض گزاره به درستی نوشته نشده است و اصلاح شده

آن به صورت  $\sim (A \subseteq B) \equiv A \not\subseteq B$  است.

۲۹ - گزینه ۲ گزاره جمله بندی است که دقیقاً درست یا نادرست است.

نکته: جملات خبری که درست یا نادرست بودن آن برای ما مشخص نباشد اما قطعاً درست یا نادرست باشد جزو گزاره ها هستند.

نکته: جملات غیر خبری (سؤالی، عاطفی، سلیقه ای) جزو گزاره ها نیستند.

جملات مربوط به قسمت (پ) و (ج) گزاره نیستند.

(پ) حل تست های عربی بسیار دشوارتر از ریاضی است. گزاره نیست چون سلیقه ای است و درست و نادرست بودن آن برای همه یکسان نیست.

(ج) آیا شما در سال ۱۳۹۸ دانشجوی یک رشته و دانشگاه خوب خواهید شد؟ جمله سؤالی است پس گزاره نیست.

۳۰ - گزینه ۲ اگر  $p$  گزاره ای دلخواه باشد؛ داریم:

$$۱) (p \wedge \sim p) \equiv F$$

$$۲) (p \vee \sim p) \equiv T$$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$\underbrace{\underbrace{\sim(p \vee \sim p)}_F \Leftrightarrow \underbrace{\sim(q \wedge \sim q)}_F}_F \equiv F$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۳	۱۱ - ۴	۱۶ - ۱	۲۱ - ۳	۲۶ - ۴
۲ - ۱	۷ - ۲	۱۲ - ۲	۱۷ - ۳	۲۲ - ۴	۲۷ - ۴
۳ - ۳	۸ - ۳	۱۳ - ۳	۱۸ - ۳	۲۳ - ۲	۲۸ - ۲
۴ - ۲	۹ - ۳	۱۴ - ۱	۱۹ - ۴	۲۴ - ۳	۲۹ - ۲
۵ - ۲	۱۰ - ۳	۱۵ - ۲	۲۰ - ۱	۲۵ - ۴	۳۰ - ۲