

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



علی هاشمی

نام آزمون: آشنایی با منطق ریاضی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- با توجه به استدلال زیر، کدام گزینه درست است؟

مقدمه ۱: اگر منحنی داده‌ها نرمال باشد، آن گاه ۹۶ درصد داده‌ها در بازه $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ قرار دارند.

مقدمه ۲: منحنی وزن محصولات یک شرکت، به صورت نرمال است.

∴ ۹۶ درصد وزن محصولات این شرکت، در بازه $(\bar{x} - 2\sigma, \bar{x} + 2\sigma)$ قرار دارند.

- ① نام این استدلال، مغالطه است. ② روش این استدلال، نادرست است.
- ③ نام این استدلال، قیاس استثنایی است. ④ روی این استدلال، ممکن است نادرست باشد.

۲- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- ① $(-3)^2 = 9 \vee (5 < 7)$ ② عددی فرد یا عددی اول است.
- ③ عدد ۱۴۴ بر ۱۲ و ۳۶ بخش پذیر است. ④ مسکو پایتخت روسیه و یکی از شهرهای ایران است.

۳- ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- ① $(p \vee q) \wedge r$ ② $(p \vee \sim p)$ ③ $(p \wedge \sim p)$ ④ $p \vee \sim q$

۴- اگر گزاره‌های A و B درست، گزاره C نادرست و گزاره D دارای ارزش نامشخص باشد، آن گاه ارزش گزاره‌های $(C \Leftrightarrow A) \Rightarrow (A \Leftrightarrow D)$ و

$(\sim C \Rightarrow D) \Leftrightarrow (A \wedge \sim B)$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ① درست، نادرست ② درست، نامشخص ③ نامشخص، درست ④ نامشخص، نادرست



۵- نقیض گزاره $p \Rightarrow q \Rightarrow p$ کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

- ۱) p
 ۲) q
 ۳) $\sim q$
 ۴) $\sim p$

۶- مطابق با کدام گزینه هم‌ارزی زیر صحیح می‌باشد؟

$$\sim (p \Leftrightarrow q) \vee (q \Rightarrow \sim p) \equiv F$$

- ۱) $q \equiv T, p \equiv T$
 ۲) $q \equiv F, p \equiv T$
 ۳) $q \equiv T, p \equiv F$
 ۴) $q \equiv F, p \equiv F$

۷- روش به‌کار رفته در کدام استدلال، نادرست است؟

اگر دو خط بر هم عمود باشند، آن‌گاه زاویه بین آن‌ها 90° است.

۲) خطوط L_1 و L_2 برهم عمودند.
 \therefore زاویه بین L_1 و L_2 برابر 90° است.

۴) $(a > b, b > c) \Rightarrow a > c$
 $(8 > 1, 1 > -3)$
 $\therefore 8 > -3$

۱) $x < 0 \Rightarrow x^5 < 0$
 $(-2) < 0$
 $\therefore (-2)^5 < 0$

اگر داده‌ها با هم مساوی باشند، آن‌گاه میانگین برابر هر کدام از آن‌هاست.

۳) میانگین اعداد a, b و c برابر عدد b است.
 \therefore اعداد a, b و c با یکدیگر برابرند.

۸- در مورد استدلال زیر، کدام گزینه نادرست است؟

مقدمه ۱: اگر در جلسه کنکور دقت و تمرکز نداشته باشید، آن‌گاه قبول نخواهید شد.

مقدمه ۲: رضا در کنکور قبول نشده است.

\therefore رضا در جلسه کنکور، دقت و تمرکز نداشته است.

- ۱) نوع استدلال، مغالطه است.
 ۲) روش این نوع استدلال، نادرست است.
 ۳) نتیجه این استدلال، قطعاً نادرست است.
 ۴) نتیجه این استدلال، ممکن است درست باشد.



۹- دانش آموزی با راه حل زیر، ادعا می کند که معادله $x^3 - 8x^2 = 0$ فقط دارای ریشه $x = 8$ است. اولین اشتباه او در کدام مرحله است؟

معادله $x^3 - 8x^2 = 0$

مرحله ۱ $\xrightarrow{\text{فاکتور از } x^2} x^2(x - 8) = 0$

مرحله ۲ $\xrightarrow{\text{تقسیم دو طرف بر } x^2} \frac{x^2(x - 8)}{x^2} = \frac{0}{x^2}$

مرحله ۳ $\xrightarrow{\text{رسیدن به معادله ساده تر}} x - 8 = 0$

مرحله ۴ $\xrightarrow{\text{جواب معادله}} x = 8$

اشتباهی مرتکب نشده است. (۴)

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۰- اگر گزاره «اگر $x > 2$ باشد، آن گاه $x^2 > 4$ است»، را به صورت عکس نقیض گزاره شرطی بنویسیم، کدام خواهد بود؟

- (۱) اگر $x^2 < 4$ آن گاه $x < 2$ (۲) اگر $x^2 \geq 4$ آن گاه $x \geq 2$ (۳) اگر $x^2 \leq 4$ آن گاه $x \leq 2$ (۴) اگر $x^2 > 4$ آن گاه $x > 2$

۱۱- در جدول زیر، ارزش گذاری کدام ستون اشتباه است؟

		ستون ۱	ستون ۲	ستون ۳	ستون ۴
p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن
ن	د	د	د	د	ن
ن	ن	د	ن	ن	ن

(۴) ستون ۴

(۳) ستون ۳

(۲) ستون ۲

(۱) ستون ۱



۱۲ - علی عکس نقیض گزاره « $p \Rightarrow q$ » را به دست آورد؛ سپس حسن عکس نقیض گزاره حاصل را به دست آورد. گزاره نهایی کدام است؟

④ $\sim p \Rightarrow \sim q$

③ $\sim q \Rightarrow \sim p$

⑤ $q \Rightarrow p$

① $p \Rightarrow q$

۱۳ - کدام گزینه در مورد «مفهوم گزاره» درست است؟

① ارزش گزاره p می تواند گاهی درست و گاهی نادرست باشد.

③ اگر یک جمله خبری، قابل ارزش گذاری نباشد، گزاره نیست.

② هر جمله خبری، قطعاً یک گزاره است.

④ عبارت $\frac{1}{p} \geq 3$ بیان گر یک گزاره نیست.

۱۴ - چند مورد از گزاره های زیر، ارزش درست دارند؟

الف) میانگین، میانه و مُد جزء شاخص های پراکندگی هستند.

ب) رابطه $x^2 + y^3 = 5$ بیان گر یک تابع است. (x متغیر مستقل است)

پ) رتبه دانش آموزان در کنکور، متغیری کمی با مقیاس فاصله ای است.

ت) واریانس داده های ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۰, ۱۸ برابر صفر است.

④ ۱

③ ۲

② ۳

① ۴

۱۵ - نقیض گزاره «قد علی از محمد بلندتر است»، برابر کدام گزینه است؟

④ علی و محمد هم قد نیستند.

③ علی و محمد هم قد هستند.

⑤ قد علی از محمد کوتاه تر است.

① قد علی از محمد بلندتر نیست.



۱۶ - وضعیت ارزشی سه گزاره q ، p و r دارای ... حالت است و در ... تا از این حالت‌ها فقط یکی از گزاره‌ها درست است.

۴ - ۳ (۴)

۴ - ۴ (۳)

۳ - ۸ (۲)

۴ - ۸ (۱)

۱۷ - ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

(۱) عدد ۹ اول است یا عدد ۵ فرد و اول است.

(۲) عدد ۱۷ اول است و عدد ۹ مربع کامل یا زوج است.

(۳) عدد ۳۱ اول است یا عدد ۱۹ فرد و گنگ است.

(۴) $(4x^2 + 6x + 9)(2x - 3)$ اتحاد مجموع مکعب دوجمله است یا $(a + \frac{b}{2})(\frac{a}{2} - b)$ اتحاد مزدوج است.

۱۸ - اگر بدانیم «عدد رو شده در پرتاب یک تاس اول یا زوج نیست»، در نتیجه:

(۱) عدد رو شده قطعاً برابر ۱ است. (۲) عدد رو شده ممکن است ۵ باشد. (۳) عدد رو شده قطعاً ۲ است. (۴) عدد رو شده حتماً بزرگ‌تر از ۳ است.

۱۹ - نقیض گزاره «سیمین اضافه وزن دارد یا سعید به شیراز سفر می‌کند»، کدام است؟

(۱) سیمین اضافه وزن ندارد یا سعید به شیراز سفر نمی‌کند.

(۲) سیمین ممکن است اضافه وزن داشته یا نداشته باشد ولی سعید به شیراز سفر نمی‌کند.

(۳) سیمین اضافه وزن دارد یا سعید به شیراز سفر نمی‌کند.

(۴) سعید به شیراز سفر نمی‌کند و سیمین اضافه وزن ندارد.



۲۰- اگر p گزاره‌ای درست باشد، در این صورت ارزش گزاره مرکب $(p \vee q) \wedge (\sim p \vee r)$

- ① به ارزش q بستگی دارد. ② به ارزش r بستگی دارد. ③ همواره درست است. ④ همواره نادرست است.

۲۱- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت ارزش گزاره مرکب $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$ زمانی درست است که

- ① p و q یکی از آن‌ها درست و دیگری نادرست باشد. ② p و q فقط هر دو نادرست باشند.
 ③ p و q فقط هر دو درست باشند. ④ p و q هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

۲۲- با توجه به جدول زیر، ستون مربوط به ارزش گزاره مرکب $(p \wedge q) \vee (\sim r)$ کدام است؟

$p \vee \sim q$	$q \wedge \sim r$	$(p \wedge q) \vee (\sim r)$
F	T	?
F	F	?
T	T	?

F
 T ④
 T

T
 F ③
 F

T
 F ②
 T

F
 T ①
 F



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ استدلال داده شده به شکل زیر است:

۱ مقدمه: $p \Rightarrow q$

۲ مقدمه: p

$\therefore q$

پس نام آن، قیاس استثنایی است. می‌دانیم روش به کار رفته در این نوع استدلال، همیشه درست است.

۲ - گزینه ۴ به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

(۱) هر دو گزاره درست و ترکیب فصلی درست است.

(۲) گزاره «عدد فرد است، درست و گزاره «۹۳ عددی اول است، نادرست است، در نتیجه ترکیب فصلی آن‌ها درست است.

(۳) گزاره «عدد ۱۴۴ بر ۱۲ بخش پذیر است، درست و همچنین گزاره «۱۴۴ بر ۳۶ بخش پذیر است، نیز درست است، پس ترکیب عطفی آن‌ها نیز درست است.

(۴) گزاره «مسکو پایتخت روسیه است»، درست است و گزاره «مسکو یکی از شهرهای ایران است»، نادرست است. پس ترکیب عطفی آن‌ها نادرست است.

۳ - گزینه ۲ گزاره $(p \vee \sim p)$ همواره درست است. گزاره $(p \wedge \sim p)$ همواره نادرست است.

۴ - گزینه ۲ چون A درست و C نادرست است، پس $C \Leftrightarrow A$ دارای ارزش نادرست است، لذا به انتفای مقدم گزاره $(A \Leftrightarrow D) \Rightarrow (C \Leftrightarrow A)$ دارای ارزش درست است.

اما در مورد گزاره $(A \wedge \sim B) \Leftrightarrow (\sim C \Rightarrow D)$ چون ارزش گزاره D نامشخص است پس نمی‌توان ارزش این گزاره مرکب را مشخص کرد.

۵ - گزینه ۴ با استفاده از هم‌ارزی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ داریم:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p \equiv (\sim p \vee q) \Rightarrow p \equiv \sim(\sim p \vee q) \vee p$$

با استفاده از قوانین دمورگان داریم:

$$\equiv (p \wedge \sim q) \vee p \equiv p$$

پس نقیض گزاره مرکب صورت سوال $\sim p$ است. دقت کنید هم‌ارزی $(p \wedge \sim q) \vee p \equiv p$ را با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها نیز می‌توانید ثابت کنید.

۶ - گزینه ۱ با استفاده از جدول هم‌ارزی گزاره‌ها داریم:

p	q	$\sim p$	$p \leftrightarrow q$	$\sim(p \leftrightarrow q)$	$q \Rightarrow \sim p$	$\sim(p \leftrightarrow q) \vee (q \Rightarrow \sim p)$
د	د	ن	د	ن	ن	ن
د	ن	ن	ن	د	د	د
ن	د	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د

پس می‌بایست $p \equiv T$ و $q \equiv T$ باشد.

۷ - گزینه ۳ می‌دانیم روش به کار رفته در مغالطه نادرست است، ولی روش استفاده شده در استدلال قیاس استثنایی، همواره درست است. (صرف‌نظر از نتایج مغالطه و قیاس استثنایی) فقط استدلال

گزینه «۳» مغالطه است و روش به کار رفته در آن، نادرست است.

۸ - گزینه ۳ این استدلال، مغالطه است و نتیجه آن ممکن است درست یا نادرست باشد، ولی روش به کار رفته در مغالطه، همیشه نادرست است. توجه کنید که نمی‌توان گفت نتیجه به دست آمده قطعاً نادرست است.

۹ - گزینه ۲ در یک معادله، نمی‌توانیم دو طرف تساوی را بر یک مجهول یا عبارتی شامل مجهول تقسیم کنیم چون ممکن است مجهول در این حالت صفر باشد، راه حل صحیح به صورت زیر است:

$$x^3 - \lambda x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x - \lambda) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - \lambda = 0 \Rightarrow x = \lambda \end{cases}$$

۱۰ - گزینه ۳ می‌دانیم $p \Rightarrow q$ هم‌ارز $\sim q \Rightarrow \sim p$ است. پس عکس نقیض گزاره شرطی سؤال، گزاره «اگر $x^2 \leq 4$ باشد، آن‌گاه $x \leq 2$ است»، می‌باشد.

۱۱ - گزینه ۲ نکته: جدول ارزش‌گذاری ترکیب شرطی، دوشروطی، فصلی و عطفی دو گزاره به صورت زیر است:

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن

با توجه به نکته بالا، ستون دوم جدول داده شده در صورت سؤال نادرست است.

۱۲ - گزینه ۱ نکته: گزاره « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » را عکس نقیض گزاره « $p \Rightarrow q$ » می‌نامیم.

مطابق صورت سؤال، علی عکس نقیض « $p \Rightarrow q$ » یعنی « $\sim q \Rightarrow \sim p$ » را به دست آورده است. سپس حسن عکس نقیض این گزاره را به دست آورده است که مطابق نکته به گزاره اولیه یعنی « $p \Rightarrow q$ » رسیده است. پس گزینه ۱ پاسخ است.



۱۳ - گزینه ۳ گزاره، جمله خبری است (که در زمان حال یا آینده) ارزش آن درست یا نادرست است؛ ولی به طور همزمان نمی تواند ارزش آن هم درست و هم نادرست باشد. بررسی سایر گزینه ها:

گزینه ۱: نادرست است چون ارزش گزاره نمی تواند گاهی درست یا گاهی نادرست باشد.

گزینه ۲: نادرست است. با توجه به تعریف گزاره این گزینه نیز نادرست است.

گزینه ۳: درست است. جمله خبری که قابل ارزش گذاری نباشد گزاره نیست.

گزینه ۴: نادرست است.

۱۴ - گزینه ۴ بررسی عبارت ها:

الف) نادرست؛ میانگین، مد و میانه جزء شاخص های مرکزی هستند.

ب) درست: $y^3 = 5 - x^2 \Rightarrow y = \sqrt[3]{5 - x}$

چون به ازاء هر x فقط یک مقدار برای y به دست می آید یک تابع است.

پ) نادرست؛ رتبه دانش آموزان یک متغیر کیفی ترتیبی است.

ت) نادرست؛ فقط واریانس داده هایی که همگی برابر باشند برابر صفر است. پس واریانس ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ و ۱۰ نمی تواند صفر باشد.

پس فقط یکی از عبارت ها درست می باشد.

۱۵ - گزینه ۱ نقیض گزاره «قد علی از محمد بلندتر است» به صورت «قد علی از محمد بلندتر نیست» است برای نقیض یک گزاره کفایت؛ فعل آن را منفی کنیم.

۱۶ - گزینه ۲ نکته: اگر n گزاره داشته باشیم تعداد حالت های ارزشی آنها برابر 2^n است و در n تای آنها فقط یکی درست است.

با توجه به نکته بالا برای سه گزاره $2^3 = 8$ تعداد حالت ارزشی وجود دارد که در ۳ تایی آنها فقط یکی درست است.

۱۷ - گزینه ۴ نکته ۱: ارزش ترکیب عطفی دو گزاره $p \wedge q$ زمانی نادرست است که حداقل یکی از دو گزاره نادرست باشد.

نکته ۲: ارزش ترکیب فصلی دو گزاره $p \vee q$ زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند.

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: گزاره «عدد ۹ اول» است نادرست و گزاره «۵ عدد فرد و اول است» درست است. پس ترکیب فصلی این دو گزاره درست است.

گزینه «۲»: گزاره «۱۷ عددی اول است» درست و گزاره «عدد ۹ مربع کامل یا زوج است» درست است پس ترکیب عطفی این دو گزاره درست است.

گزینه «۳»: گزاره «عدد ۳۱ اول است» درست و گزاره «۱۹ عددی فرد و گنگ است» نادرست است پس ترکیب فصلی این دو گزاره درست است.

گزینه «۴»: گزاره $(4x^2 + 6x + 9)(2x - 3)$ اتحاد مجموع مکعب دو جمله است و گزاره $(\frac{a}{p} - b)(a + \frac{b}{p})$ اتحاد مزدوج است. هر دو نادرست هستند. پس ترکیب فصلی این دو گزاره نادرست است.

۱۸ - گزینه ۱ در پرتاب یک تاس ممکن است اعداد $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ رو شود اعداد اول در پرتاب تاس اعداد $\{2, 3, 5\}$ و اعداد زوج در پرتاب تاس اعداد $\{2, 4, 6\}$ است.

عدد رو شده نه اول است و نه زوج؛ پس عدد رو شده قطعاً عدد ۱ است.

۱۹ - گزینه ۴

نکته: طبق قوانین دموگان داریم:

$$\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p) \vee (\sim q)$$

$$\sim (p \vee q) \equiv (\sim p) \wedge (\sim q)$$

با توجه به $(p \vee q) \equiv (\sim p) \wedge (\sim q)$ نقیض گزاره فصلی «سیمین اضافه وزن دارد یا سعید به شیراز سفر می کند» به صورت «سیمین اضافه وزن ندارد و سعید به شیراز سفر نمی کند» است. (جابه جا شدن دو گزاره در ترکیب عطفی و فصلی ایرادی ندارد.)

۲۰ - گزینه ۲ گزاره ای درست است؛ پس ترکیب فصلی $p \vee q$ ارزش درست دارد. گزاره ای درست است؛ پس $\sim p$ گزاره ای نادرست است. پس ترکیب فصلی $(\sim p \vee r)$ به ارزش r بستگی دارد.

در این صورت کل گزاره به ارزش r بستگی دارد.

$$(p \vee q) \wedge (\sim p \vee r) \Rightarrow (\text{به ارزش } r \text{ بستگی دارد}) \Rightarrow (\text{به ارزش } r \text{ بستگی دارد} \wedge \text{ درست})$$

به ارزش ۳ بستگی دارد درست

۲۱ - گزینه ۴ با توجه به جدول ارزش درستی زیر داریم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim p \vee q$	$(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	د	د	د

گزاره $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee q)$ زمانی درست است که دو گزاره p و q هر دو درست یا هر دو نادرست باشند.

۲۲ - گزینه ۲ با توجه به جدول ارزشی درستی و صورت سوال ارزش گزاره ها را بررسی می کنیم.

سطر اول:

$$p \vee \sim q : \text{ نادرست} \Rightarrow \begin{cases} p : \text{ نادرست} \\ \sim q : \text{ نادرست} \Rightarrow q : \text{ درست} \end{cases}$$



$q \wedge \sim r$: درست $\Rightarrow \sim r$: درست $\Rightarrow r$: نادرست

سطر دوم:

$p \vee \sim q$: نادرست $\Rightarrow \begin{cases} p: \text{نادرست} \\ \sim q: \text{نادرست} \Rightarrow q: \text{درست} \end{cases}$

$q \wedge \sim r$: نادرست $\Rightarrow \sim r$: نادرست $\Rightarrow r$: درست

سطر سوم:

$q \wedge \sim r$: درست $\Rightarrow \begin{cases} q: \text{درست} \Rightarrow \sim q: \text{نادرست} \\ \sim r: \text{درست} \Rightarrow r: \text{نادرست} \end{cases}$

$p \vee \sim q$: درست $\Rightarrow p$: درست

حال با اطلاعات به دست آمده جدول را کامل می کنیم؛

$p \vee \sim q$	$q \wedge \sim r$	p	q	r	$\sim r$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee (\sim r)$
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	F	T	T	F	F	F
T	T	T	T	F	T	T	T

در نتیجه گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۵ - ۴	۹ - ۲	۱۳ - ۳	۱۷ - ۴	۲۱ - ۴
۲ - ۴	۶ - ۱	۱۰ - ۳	۱۴ - ۴	۱۸ - ۱	۲۲ - ۲
۳ - ۲	۷ - ۳	۱۱ - ۲	۱۵ - ۱	۱۹ - ۴	
۴ - ۲	۸ - ۳	۱۲ - ۱	۱۶ - ۲	۲۰ - ۲	