



علی هاشمی

نام آزمون: آشنایی با منطق ریاضی

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- دانش آموزی ادعا می کند که تنها جواب معادله $x^2 - 2x = 0$ برابر $x = 2$ است و استدلال او به صورت زیر است؟ چرا استدلال او نادرست است؟

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$\cancel{x}(x - 2) = \frac{0}{x} \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

۲) نمی توان طرفین یک تساوی را به عددی تقسیم کرد.

۱) از x نمی توان فاکتور گرفت.

۴) استدلال دانش آموز صحیح است.

۳) اجازه تقسیم دو طرف عبارت بر x را نداریم.

۲- نقیض گزاره «امروز آفتابی است و فردا بارانی نیست.» کدام گزاره زیر است؟

۲) امروز آفتابی نیست یا فردا بارانی است.

۱) امروز باررانی است و فردا آفتابی است.

۴) امروز بارانی است و فردا آفتابی نیست.

۳) امروز آفتابی نیست یا فردا بارانی نیست.

۳- گزاره $(\frac{1}{p} \in \mathbb{Z}) \sim$ با کدام گزاره هم ارز است؟

۱) سهمی $y = 2x^2 - 3x + 5$ در نقطه $(5, 0)$ محور عرض ها را قطع می کند.

۲) همه سوره های قرآن با «بسم الله» شروع می شوند.

۳) هر عدد منفی به توان عدد طبیعی زوج، عددی مثبت است.

۴) میانه داده های ۱۱، ۱۰، ۷، ۵، ۴، ۲ برابر ۶ است.

۴- ارزش چه تعداد از گزاره های زیر همواره درست است؟ (p گزاره ای درست، q گزاره ای نادرست و r گزاره ای دلخواه است.)

$$(\sim r \Rightarrow \sim q) \vee p \quad (q \vee r) \Rightarrow p \quad (r \Rightarrow p) \vee q \quad (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$$

سه ۴

دو ۳

یک ۲

صفر ۱



۵- اگر p گزاره « ۱ عدد اول است»، و q گزاره «هر عدد زوج بر ۲ بخش پذیر است»، و r گزاره ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره با بقیه متفاوت است؟

- ۱ $\sim (p \vee q) \wedge r$
 ۲ $\sim (p \wedge q) \vee r$
 ۳ $\sim r \wedge (p \wedge \sim q)$
 ۴ $\sim (q \vee r) \wedge p$

۶- اگر p گزاره « ABC مثلث متساوی الاضلاع است»، و q گزاره «مثلث ABC سه زاویه برابر دارد»، باشد، در این صورت گزاره «اگر ABC مثلث متساوی الاضلاع باشد، آن گاه سه زاویه برابر دارد»، هم ارز کدام یک از گزاره های زیر می باشد؟

- ۱ $\sim p \wedge q$
 ۲ $p \vee \sim q$
 ۳ $p \wedge \sim q$
 ۴ $\sim p \vee q$

۷- اگر p گزاره ای نادرست و q گزاره ای درست باشد؛ در این صورت $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ با کدام یک از گزاره های زیر هم ارزش نمی باشد؟

- ۱ $(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge \sim q)$
 ۲ $\sim (\sim q \Rightarrow p)$
 ۳ $(p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim p \Rightarrow q)$
 ۴ $(p \Leftrightarrow q)$

۸- حاصل هم ارزی $\sim (p \vee q) \vee \sim q \equiv ?$ همواره کدام است؟

- ۱ p
 ۲ q
 ۳ $\sim p$
 ۴ $\sim q$



۹- در جدول زیر با توجه به ارزش‌هایی که باید در مکان‌های A ، B و C قرار دهیم، به ترتیب از راست به چپ، ارزش گزاره $(\sim B \wedge C) \Leftrightarrow A$ و گزاره $(A \wedge \sim B)$ کدام است؟

p	q	$p \vee q$	$\sim p \wedge (p \Rightarrow q)$
T	T	T	A
F	B	T	T
F	F	C	T

$T - F$ (۴)

$T - T$ (۳)

$F - F$ (۲)

$F - T$ (۱)

۱۰- چه تعداد از هم‌ارزی‌های زیر درست است؟

$$\sim p \wedge (\sim p \vee q) \equiv \sim p \qquad \sim (p \Rightarrow q) \equiv \sim (p \vee q) \qquad \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱- اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست باشد، به ترتیب از راست به چپ ارزش گزاره r چه باشد تا ارزش گزاره $(r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \vee q)$ همواره درست و ارزش گزاره $p \Leftrightarrow r$ همواره نادرست باشد؟

نادرست - نادرست (۴)

درست - نادرست (۳)

نادرست - درست (۲)

درست - درست (۱)

۱۲- نماد ریاضی گزاره « $\sqrt[7]{x}$ برابر جذر خمس یک عدد، بزرگ‌تر یا مساوی نصف مکعب همان عدد می‌باشد.» کدام است؟

$$\sqrt[7]{\frac{x}{5}} \geq \frac{1}{2}(x^3) \quad (۴)$$

$$\sqrt[7]{\left(\frac{x^7}{5}\right)} \geq \frac{x^7}{2} \quad (۳)$$

$$\sqrt[7]{\frac{x}{5}} \geq \frac{(x)^7}{2} \quad (۲)$$

$$\sqrt[7]{\left(\frac{x}{5}\right)^7} \geq \frac{x^3}{2} \quad (۱)$$



۱۳- در کدام گزینه استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است؟

- مقدمه ۱: اگر شخصی در امتحان کتبی رانندگی حداقل نمره ۲۶ را کسب کند، آنگاه می تواند در آزمون عملی شرکت کند.
 مقدمه ۲: علی در آزمون عملی رانندگی شرکت نکرده است.
 ∴: علی در آزمون کتبی رانندگی نمره کم تر از ۲۶ گرفته است.
- مقدمه ۱: اگر شاخص آلودگی در شهری بالاتر از ۱۵۰ باشد، آنگاه مدارس آن شهر تعطیل می شوند.
 مقدمه ۲: شاخص آلودگی شهر تهران امروز ۱۶۰ است.
 ∴: مدارس شهر تهران امروز تعطیل شده است.
- مقدمه ۱: اگر کسی از من متنفر باشد، آنگاه پشت سر من حرف می زند.
 مقدمه ۲: سعید پشت سر من حرف زده است.
 ∴: سعید از من متنفر است.
- مقدمه ۱: اگر عددی مثبت باشد، آنگاه توان دوم آن عدد مثبت است.
 مقدمه ۲: a^2 بزرگ تر از صفر است.
 ∴: a عددی مثبت است.

۱۴- ۵ لیوان همانند شکل زیر داریم که یکی از آن ها وارونه است. می خواهیم همه آن ها در حالت درست (رو به بالا) قرار گیرند. ولی مجاز هستیم تا هربار دقیقاً دو لیوان را تغییر وضعیت دهیم. با چند بار تغییر وضعیت همه لیوان ها رو به بالا قرار می گیرند؟



- ۱) ۲
 ۲) ۳
 ۳) ۴
 ۴) امکان پذیر نیست.

۱۵- به کمک عکس نقیض یک گزاره شرطی، به جای اثبات گزاره شرطی «برای هر عدد طبیعی n اگر n^2 بر ۳ بخش پذیر باشد، آن گاه n نیز بر ۳ بخش پذیر است.» می توان کدام گزاره را ثابت کرد؟

- ۱) اگر n^2 بر ۳ بخش پذیر نباشد، آن گاه n نیز بر ۳ بخش پذیر نیست.
 ۲) اگر n بر ۳ بخش پذیر باشد، آن گاه n^2 نیز بر ۳ بخش پذیر است.
 ۳) اگر n بر ۳ بخش پذیر نباشد، آن گاه n^2 نیز بر ۳ بخش پذیر نیست.
 ۴) اگر n بر ۳ بخش پذیر باشد، آن گاه n^2 بر ۳ بخش پذیر نیست.



۱۶- در اثبات حکم «اگر $\sqrt{3}$ یک عدد گنگ باشد، آن گاه $\sqrt{3} + 1$ نیز گنگ است.» به کمک عکس نقیض گزاره شرطی، کدام گزاره شرطی را اثبات می‌کنیم؟

- ① اگر $\sqrt{3}$ گویا باشد، آن گاه $\sqrt{3} + 1$ گویاست.
 ② اگر $\sqrt{3} + 1$ گویا باشد، آن گاه $\sqrt{3}$ گویاست.
 ③ اگر $\sqrt{3} + 1$ گنگ باشد، آن گاه $\sqrt{3}$ گویاست.
 ④ اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد، آن گاه $\sqrt{3} + 1$ گویاست.

۱۷- در رابطه با راه حل معادله $x^2 - 9 = x + 3$ و یافتن تمام جواب‌ها، با توجه به استدلال زیر، در صورت وجود اشتباه، در چه مرحله‌ای اولین اشتباه رخ داده است؟

مرحله ۱ $\xrightarrow{\text{تجزیه سمت چپ}} (x - 3)(x + 3) = x + 3$

مرحله ۲ $\xrightarrow{\text{تقسیم طرفین به } x+3} x - 3 = 1$

مرحله ۳ $\xrightarrow{\text{یافتن جواب}} x = 4$

④ فاقد اشتباه

③ ۳

⑤ ۲

① ۱

۱۸- عبارت مطرح شده در کدام گزینه، گزاره محسوب نمی‌شود؟

- ① ریاضی، دشوارترین درس کنکور است.
 ② جمع دو عدد گنگ، می‌تواند گویا باشد.
 ③ ایران، منابع نفت و گاز خود را به خارج صادرات نمی‌کند.
 ④ حاصل a^2 همواره نامنفی است. ($a \in \mathbb{R}$)

۱۹- جدول مربوط به ارزش گذاری n گزاره دارای ۵۱۲ ردیف می‌باشد. جدول مربوط به ارزش گذاری $(n - 5)$ گزاره دارای چند ردیف است؟

④ ۳۲

③ ۱۶

⑤ ۸

① ۴



۲۰- ترکیب عطفی گزاره‌ها زمانی دارای ارزش درست است که گزاره‌ها درست باشند و ترکیب فصلی آن‌ها زمانی درست است که گزاره‌ها درست باشد.

- ① حداقل یکی - از الزاماً تمام ② الزاماً تمام - حداقل یکی از ③ الزاماً تمام - الزاماً تمام ④ حداقل یکی از - حداقل یکی از

۲۱- اگر گزاره ترکیبی «آبان ۳۰ روز دارد و» نادرست باشد، کدام گزینه در جای خالی نمی‌تواند قرار بگیرد؟

- ① $\sqrt{2}$ عددی گویا است. ② ۵۶ عددی اول است. ③ $\sqrt{36}$ عددی گویا است. ④ $7 > 8$

۲۲- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، کدام گزینه در مورد ستون نتیجه گزاره $[(\sim p \vee q) \wedge \sim q] \sim$ در جدول ارزش گذاری درست است؟

- ① شامل ۴ ردیف نادرست است. ② شامل ۲ ردیف نادرست و ۲ ردیف درست است. ③ شامل ۳ ردیف نادرست و یک ردیف درست است. ④ شامل ۳ ردیف درست و یک ردیف نادرست است.

۲۳- کدام یک از گزاره‌های زیر به انتفای مقدم درست است؟

- ① اگر تهران پایتخت ایران باشد، آن‌گاه شیراز شهر ایران است. ② اگر تهران پایتخت ایران باشد، آن‌گاه شیراز شهر ایران نیست. ③ اگر هر مضر ۳ مضر ۶ باشد، آن‌گاه $2^{100} + 1$ عددی اول است. ④ اگر هر مضر ۳ مضر ۶ باشد، آن‌گاه $2^{100} + 1$ عددی اول است.



۲۴- در گزارهٔ فصلی $2^x \times 2^y = 2^{x+y}$ یا \square در جای خالی، کدام گزاره را قرار دهیم تا ارزش کل این گزاره درست شود؟ $(x, y \in \mathbb{N})$

① ۳۳ عددی اول است و $\sqrt{2}$ عددی گویا نیست.

② $\frac{1}{5} > \frac{3}{8}$ و $-\sqrt{3} > -\sqrt{5}$

③ اگر $(a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ باشد، آن گاه $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

④ اگر x عدد زوج طبیعی باشد، آن گاه $(x^3 - 1)$ قطعاً زوج است.

۲۵- با توجه به جدول زیر در جاهای خالی، چه ارزش هایی باید قرار بگیرند؟

گزارهٔ p : دامنهٔ میان چارکی، تفاضل مُد و میانه است.	گزارهٔ q : $Z \not\subseteq R$	$\sim p \wedge (\sim q \Rightarrow p)$
○	□	△

② $\Delta \equiv T, \square \equiv F, \circ \equiv T$

① $\Delta \equiv T, \square \equiv T, \circ \equiv T$

④ $\Delta \equiv F, \square \equiv T, \circ \equiv F$

③ $\Delta \equiv F, \square \equiv F, \circ \equiv F$

۲۶- اگر ارزش گزارهٔ $(\sim p \wedge \sim q) \sim (\sim p \wedge \sim q)$ نادرست باشد و گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های $(p \wedge q) \Rightarrow r$ و $(p \vee q) \Rightarrow r$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

① نادرست - نادرست

② درست - درست

③ هر دو به ارزش r بستگی دارد.

④ درست - به ارزش r بستگی دارد.

۲۷- اگر ارزش p نادرست، ارزش q درست و گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزارهٔ $(\sim p \wedge r) \Rightarrow \sim (\sim r \vee q)$ کدام است؟ $(T$ یعنی ارزش درست و F یعنی ارزش نادرست)

① T

② F

③ هم ارزش با r

④ هم ارزش با $\sim r$



۲۸- می دانیم در نیمه نهایی جام باشگاه های آسیا (غرب) گزاره «الاهلی پرسپولیس را نبرده و العین به الهلال باخته است» گزاره ای درست است. در این صورت کدام دو تیم به فینال غرب آسیا راه یافته اند؟ (هیچ تساوی در بازی ها رخ نداده است.)

- ① الاهلی - العین ② الاهلی - الهلال ③ الهلال - پرسپولیس ④ پرسپولیس - العین

۲۹- ارزش چه تعداد از گزاره های زیر درست می باشند؟

الف) $(\frac{1}{5})^{-1} > 2 \Leftrightarrow (5 + 3 \times 8 > 30)$

ب) اگر خط $x = 3$ یک خط افقی باشد، آنگاه $\sqrt{3}$ عددی گنگ است.

پ) عدد ۲۵ زوج یا مربع کامل است.

ت) $[(-2 \in \mathbb{N}) \wedge (\mathbb{N} \subseteq \mathbb{R})]$ (عدد ۸۰ اول است)

- ① ۴ ② ۳ ③ ۲ ④ ۱

۳۰- با توجه به گزاره های زیر، ارزش کدام گزاره درست است؟

p : اگر میانگین اعداد ۸، ۵، ۱۴ زوج است، آنگاه میانگین اعداد ۱۱، ۱۳، ۱۵ فرد است.

q : اگر دو عدد فرد باشند، آنگاه حاصل ضرب آن ها فرد است و برعکس.

r : ۹۸ بر ۷ بخش پذیر است و ۱۴۳ عددی اول است.

- ① $p \wedge r$ ② $q \Rightarrow r$ ③ $q \vee r$ ④ $p \Leftrightarrow r$



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ چون ممکن است $x = 0$ باشد، تقسیم دو طرف تساوی بر x مجاز نمی‌باشد.

۲ - گزینه ۲ توجه: $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ قاعده دمورگان

عبارت سؤال: امروز آفتابی است و فردا بارانی نیست، توجه شود که نقیض را از ما می‌خواهد، پس داریم:

$$\Rightarrow \sim p \vee \sim q \quad (\text{بنابراین گزینه ۲ درست است.})$$

۳ - گزینه ۲

می‌دانیم $\frac{1}{2}$ عضو \mathbb{Z} نیست، پس گزاره $\frac{1}{2} \in \mathbb{Z}$ نادرست است.

$$\Rightarrow \sim \left(\frac{1}{2} \in \mathbb{Z} \right) \equiv \sim (\sim F) \equiv \boxed{F}$$

همچنین می‌دانیم سوره توبه با (بسم‌الله) شروع نمی‌شود، پس گزاره، نادرست است. (بنابراین گزینه ۲ درست است.)

۴ - گزینه ۴ ارزش همه عبارات را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

عبارت اول: می‌دانیم در ترکیب فصلی اگر حداقل ارزش یک گزاره درست باشد، ارزش گزاره مرکب درست است، چون p گزاره‌ای درست است، پس ارزش گزاره مرکب داده شده درست است.

$$\left. \begin{array}{l} (\sim r \Rightarrow \sim q) \equiv T \\ p \equiv T \end{array} \right\} \Rightarrow (\sim r \Rightarrow \sim q) \vee p \equiv T \quad \text{درست}$$

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ (q \vee r) \equiv F \vee r \end{array} \right\} \Rightarrow (q \vee r) \Rightarrow p \equiv T \Rightarrow T \equiv T \quad \text{درست} \quad \text{عبارت دوم:}$$

$$\left. \begin{array}{l} (r \Rightarrow p) \equiv T \\ q \equiv F \end{array} \right\} (r \Rightarrow p) \vee q \equiv T \vee F \equiv T \quad \text{درست} \quad \text{عبارت سوم:}$$

$$\left. \begin{array}{l} (p \Rightarrow q) \equiv F \\ (q \Rightarrow r) \equiv T \end{array} \right\} (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \equiv F \wedge T \equiv F \quad \text{نادرست} \quad \text{عبارت چهارم:}$$

بنابراین سه گزاره دارای ارزش درست است.

۵ - گزینه ۳ برای حل این سؤال باید تمام گزینه‌ها، بررسی شوند. مطابق با سؤال ارزش گزاره p نادرست و ارزش q درست و r گزاره دلخواه است.

$$۱) \sim(p \vee q) \wedge r \equiv \sim(F \vee T) \wedge r \equiv \sim T \wedge r \equiv F \wedge r \equiv \boxed{F}$$

$$۲) \sim r \wedge (p \wedge \sim q) \equiv \sim r \wedge F \equiv \boxed{F}$$

$$۳) \sim(p \wedge q) \vee r \equiv \sim F \vee r \equiv T \vee r \equiv \boxed{T}$$

$$۴) \sim(q \vee r) \wedge p \equiv \sim T \wedge p \equiv F \wedge p \equiv \boxed{F}$$

۶ - گزینه ۴ گزاره شرطی به صورت $p \Rightarrow q$ است، که این گزاره با گزاره $p \vee q$ هم‌ارز است.

۷ - گزینه ۳ ابتدا ارزش سؤال را مورد بررسی قرار می‌دهیم؛ داریم:

$$\left. \begin{array}{l} (p \Rightarrow q) \equiv T \\ (q \Rightarrow p) \equiv F \end{array} \right\} (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv F$$

حال ارزش گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$\text{گزینه ۱} \quad \left. \begin{array}{l} (\sim p \vee q) \equiv T \\ (p \wedge \sim q) \equiv F \end{array} \right\} (\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge \sim q) \equiv F$$

$$\text{گزینه ۲} \quad (\sim q \Rightarrow p) \equiv T \quad \sim(\sim q \Rightarrow p) \equiv F$$

$$\text{گزینه ۳} \quad \left. \begin{array}{l} (p \Rightarrow \sim q) \equiv T \\ (\sim p \Rightarrow q) \equiv T \end{array} \right\} (p \Rightarrow \sim q) \vee (\sim p \Rightarrow q) \equiv T$$

$$\text{گزینه ۴} \quad (p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv F$$

۸ - گزینه ۴ طبق قاعده دمورگان داریم: $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

توجه: با کمی دقت متوجه می‌شویم، اگر $q \sim$ ارزش درست داشته باشد، گزاره ارزش درست دارد، اگر q نادرست باشد، عبارت ارزش نادرست خواهد داشت.



$$\Rightarrow [\sim (p \vee q) \vee \sim q] \equiv [\sim (p \wedge \sim q) \vee \sim q] \equiv q$$

۹ - گزینه ۱ با توجه به ردیف اول جدول داریم: $[\sim p \wedge (p \Rightarrow q)] \equiv [F \wedge (T \Rightarrow T)] \equiv F$

پس $A \equiv F$ است. از ردیف دوم جدول نتیجه می‌گیریم که $B \equiv T$ و از ردیف سوم جدول نتیجه می‌گیریم که $C \equiv F$ داریم:

$$[A \Leftrightarrow (\sim B \wedge C)] \equiv [F \Leftrightarrow (F \wedge F)] \equiv T$$

$$\Rightarrow (A \wedge \sim B) \equiv F$$

۱۰ - گزینه ۱ هم‌ارزی $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ نادرست است و طبق قاعدهٔ دمورگان $\sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ درست است. گزارهٔ $(p \Rightarrow q) \sim$ هم‌ارز با گزارهٔ $\sim (p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee q$ است. تنها هم‌ارزی $\sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ است.

۱۱ - گزینه ۴ چون ارزش گزارهٔ p درست است، ارزش گزارهٔ $(r \Rightarrow p)$ درست است. چون q نادرست است، پس باید r هم نادرست باشد تا $\sim r$ درست و نتیجهٔ $r \vee \sim q$ نیز درست شود تا $(r \Rightarrow p) \wedge (\sim r \vee q)$ همواره درست باشد. هم چنین اگر r نادرست باشد، گزارهٔ $r \Rightarrow p$ همواره نادرست است. (ارزش گزارهٔ دوشروطی هنگامی درست است که دو طرف هم‌ارزش باشند).

۱۲ - گزینه ۴ اگر عدد مورد نظر را x فرض کنیم، بنابراین خمس آن برابر است با $\frac{x}{5}$ و جذر خمس آن عدد می‌شود $\sqrt{\frac{x}{5}}$ ، هم چنین مکعب عدد برابر x^3 است.

$$\sqrt{\frac{x}{5}} \geq \frac{1}{2}x^3$$

۱۳ - گزینه ۲ تنها در گزینهٔ ۲، استدلال قیاس استثنایی به درستی انجام گرفته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: شاید علی در آزمون کتبی هم شرکت نکرده باشد.

گزینهٔ ۳: شاید سعید از من متنفر نباشد و پشت سر من حرف بدی زده باشد.

گزینهٔ ۴: a می‌تواند عددی منفی هم باشد و توان دوم آن مثبت باشد.

۱۴ - گزینه ۴ چون تعداد لیوان‌های وارونه فرد است (یکی وارونه است) این کار امکان پذیر نیست و گزینهٔ ۴ صحیح است.

۱۵ - گزینه ۳ عکس نقیض گزارهٔ $p \Rightarrow q$ به صورت $\sim p \Rightarrow \sim q$ است پس حاصل به صورت زیر می‌باشد:

اگر n بر ۳ بخش پذیر نباشد آن گاه n^2 نیز بر ۳ بخش پذیر نیست.

۱۶ - گزینه ۲ برای اثبات حکم $p \Rightarrow q$ می‌توان عکس نقیض آن یعنی $\sim p \Rightarrow \sim q$ را اثبات کرد. بنابراین ثابت می‌کنیم «اگر $\sqrt{3} + 1$ یک عدد گویا باشد، آن گاه $\sqrt{3}$ نیز عددی گویا است.»

۱۷ - گزینه ۲ طرفین معادله را نمی‌توان بر $(x + 3)$ تقسیم کرد، زیرا با این کار ریشهٔ $x - 3$ حذف می‌شود، پس اشتباه در مرحلهٔ ۲ رخ داده است.

۱۸ - گزینه ۱ جملات سلیقه‌ای که ممکن است برای هر فرد ارزش متفاوتی داشته باشند جزء گزاره‌ها نیستند. یعنی ممکن است درس ریاضی برای عده‌ای دشوار و برای عده‌ای بسیار آسان باشد.

۱۹ - گزینه ۳ نکته: تعداد ردیف‌های جدول ارزشی مربوط به n گزاره برابر 2^n می‌باشد.

با توجه به نکتهٔ بالا داریم:

$$2^n = 512 \Rightarrow 2^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$$

برای $(n - 5)$ گزاره داریم:

$$n - 5 \xrightarrow{n=9} 9 - 5 = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$$

۲۰ - گزینه ۲ نکته: ترکیب عطفی گزاره‌ها زمانی درست است که تمام گزاره‌ها درست باشند و ترکیب فصلی گزاره‌ها زمانی درست است که حداقل یکی از آن‌ها درست باشد.

۲۱ - گزینه ۳ نکته: ترکیب عطفی دو گزاره زمانی نادرست است که حداقل یکی از گزاره‌ها نادرست باشد.

ارزش ترکیب عطفی نادرست است و با توجه به اینکه گزارهٔ اول «آبان ۳۰ روز دارد» دارای ارزش درست است پس در جای خالی باید گزاره‌ای با ارزش نادرست قرار بگیرد پس گزاره با ارزش درست نمی‌تواند قرار بگیرد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: $\sqrt{2}$ عددی گویا نیست.

گزینهٔ ۲: ۵۶ عددی اول نیست.

گزینهٔ ۳: $\sqrt{36} = 6$ عددی گویا است.

گزینهٔ ۴: $8 \neq 7$.

با توجه به توضیحات داده شده گزارهٔ «عددی گویا است» نمی‌تواند در جای خالی قرار بگیرد.

۲۲ - گزینه ۴ جدول ارزش درستی گزاره ترکیبی $[(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$ را رسم می‌کنیم:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$(\sim p \vee q) \wedge \sim q$	$\sim [(\sim p \vee q) \wedge \sim q]$
د	د	ن	ن	د	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن	د
ن	د	د	ن	د	ن	د
ن	ن	د	د	د	د	ن

طبق جدول ارزش درستی برای گزارهٔ ترکیبی صورت سوال ۳ ردیف درست و یک ردیف نادرست وجود دارد.



۲۳ - گزینه ۳ نکته: گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ به انتفای مقدم درست است، هرگاه مقدم نادرست باشد و درستی یا نادرستی q تأثیری در درستی گزاره شرطی ندارد. پس با توجه به نکته بالا به دنبال گزاره شرطی می‌گردیم که مقدم آن نادرست باشد.

در گزینه ۳: مقدم به صورت «هر مضرب ۳ مضرب ۶ است» می‌باشد که نادرست است برای مثال ۹ مضرب ۳ است، ولی مضرب ۶ نیست. در بقیه گزینه‌ها مقدم درست است.

۲۴ - گزینه ۳ نکته: ترکیب فصلی دو گزاره زمانی دارای ارزش درست است که حداقل یکی از آن‌ها دارای ارزش درست باشد.

در گزاره فصلی صورت سوال ارزش گزاره « $2^x \times 2^y = 2^{x+y}$ » نادرست است چون « $2^x \times 2^y = 2^{x+y}$ » است. در نتیجه در جای خالی باید گزاره‌ای با ارزش درست قرار بگیرد تا ارزش کل گزاره درست شود.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: «گزاره ۳۳ عددی اول است» گزاره‌ای با ارزش نادرست است پس ارزش ترکیب عطفی نیز نادرست است.

گزینه ۲: گزاره « $\frac{1}{5} > \frac{3}{8}$ » دارای ارزش نادرست است پس ارزش ترکیب عطفی آن نیز نادرست است.

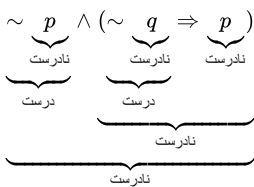
گزینه ۳: گزاره « $(a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ » ارزش نادرست است پس ارزش ترکیب شرطی به انتفای مقدم درست است.

گزینه ۴: نادرست است چون برای $x=2$ ، حاصل $x^3 - 1 = 2^3 - 1 = 7$ برقرار نیست.

پس گزینه ۳، پاسخ درست است.

۲۵ - گزینه ۳ گزاره p نادرست است چون دامنه میان چارکی برابر اختلاف چارک سوم و چارک اول است.

گزاره q نادرست است چون اعداد صحیح (\mathbb{Z}) زیرمجموعه اعداد حقیقی (\mathbb{R}) است.



p نادرست است پس نقیض آن $(\sim p)$ درست خواهد بود.

q نادرست است پس $(\sim q)$ درست است ترکیب شرطی.

$\sim q \Rightarrow p$ چون مقدم درست و تالی نادرست است، نادرست خواهد بود و ترکیب عطفی $\sim p$ و $(\sim q \Rightarrow p)$ چون یکی از گزاره‌ها نادرست است نادرست خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$\bigcirc \equiv p \equiv F, \square \equiv q \equiv F, \triangle \equiv \sim p \wedge (\sim q \Rightarrow p) \equiv F$$

۲۶ - گزینه ۴ نکته: قوانین زیر به قوانین دمورگان معروف هستند.

$$1) \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$2) \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

طبق قانون دمورگان داریم:

$$\sim (\sim p \wedge \sim q) \equiv p \vee q$$

چون $p \vee q$ نادرست است پس p و q هر دو نادرست هستند.

مقدم نادرست است پس به انتفای مقدم ارزش گزاره شرطی $r \Rightarrow (p \wedge q)$ درست است.

چون ارزش مقدم مشخص نیست نمی‌توان ارزش گزاره شرطی را مشخص کرد پس این گزاره بستگی به ارزش r دارد.

$$r \Rightarrow (p \vee q)$$

۲۷ - گزینه ۴ p نادرست و q درست و r گزاره‌ای دلخواه است پس جدول ارزشی زیر را برای این گزاره کامل می‌کنیم.

p	q	r	$\sim r$	$\sim p$	$\sim p \wedge r$	$\sim (\sim p \wedge r)$	$\sim r \vee q$	$\sim r \vee q \Rightarrow \sim (\sim p \wedge r)$
F	T	T	F	T	T	F	T	F
F	T	F	T	T	F	T	T	T

ارزشی گزاره شرطی صورت سوال هم‌ارزش با $\sim r$ است.

۲۸ - گزینه ۳ نکته: ترکیب عطفی دو گزاره p و q زمانی دارای ارزش درست باشند.

گزاره «الاهلی پرسپولیس را نبرده و العین به الهلال باخته است» گزاره‌ای با ارزش درست است پس هر دو گزاره با ارزش درست هستند.

الاهلی پرسپولیس را نبرده است یعنی پرسپولیس برنده بازی بوده است.

العین به الهلال باخته است یعنی الهلال برنده بازی بوده است.

پس فینال بین دو تیم پرسپولیس و الهلال برگزار می‌شود.

۲۹ - گزینه ۲ الف)



نادرست $5 + 3 \times 8 > 30 \Rightarrow 29 > 30$

درست $(\frac{1}{5})^{-1} > 2 \Rightarrow 5 > 2$

ترکیب دو شرطی دو گزاره نادرست است. گزاره دو شرطی هنگامی درست است که ارزش دو طرف یکسان باشد.

(ب) خط $x = 3$ یک خط عمودی است پس گزاره $x = 3$ یک خط افقی است. نادرست است.

گزاره $\sqrt{3}$ عددی گنگ است، درست است.

در گزاره شرطی چون مقدم نادرست و تالی درست است بنابراین انتقای مقدم ارزش گزاره شرطی درست است.

(پ) «عدد ۲۵ زوج است»، گزاره‌ای نادرست است.

«عدد ۲۵ مربع کامل است»، گزاره‌ای درست است.

ترکیب فصلی دو گزاره درست است.

(ت) گزاره «عدد ۸۰ اول است»، گزاره‌ای نادرست است. همچنین $-2 \notin \mathbb{N}$ در این صورت ترکیب دو شرطی دو گزاره چون هر دو طرف نادرست هستند، درست است.

پس گزاره‌های قسمت‌های «ب»، «پ» و «ت» درست هستند.

۳ - گزینه ۳: p : اگر میانگین اعداد ۸، ۵، ۱۴ زوج است، آنگاه میانگین ۱۱، ۱۳، ۱۵ فرد است.

میانگین ۸، ۵، ۱۴ برابر $\frac{8 + 5 + 14}{3} = 9$ عددی فرد است پس مقدم نادرست است.

میانگین اعداد ۱۱، ۱۳، ۱۵ برابر $\frac{11 + 13 + 15}{3} = 13$ عددی فرد است پس تالی درست است.

گزاره شرطی با توجه به نادرست بودن مقدم به انتقای مقدم درست است.

q : اگر دو عدد فرد باشند، آنگاه حاصل ضرب آنها فرد است و برعکس هرگاه دو عدد فرد باشند حاصل ضرب آنها فرد و اگر حاصل ضرب دو عدد فرد باشد حتماً آن دو عدد فرد هستند پس این گزاره دو شرطی درست است.

r : ۹۸ بر ۷ بخش پذیر است و ۱۴۳ عددی اول است.

«۹۸ بر ۷ بخش پذیر است»، گزاره‌ای درست است. $98 \div 7 = 14$

«۱۴۳ عددی اول است»، گزاره‌ای نادرست است. $143 = 11 \times 13$

ترکیب عطفی دو گزاره نادرست است. پس در نتیجه دو گزاره p و q درست و r نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: $p \wedge r$ ، درست و r نادرست است پس ترکیب عطفی دو گزاره نادرست است.

گزینه ۲: $q \Rightarrow r$ ، درست و r نادرست است پس ارزش ترکیب شرطی این گزاره نادرست است.

گزینه ۳: $q \vee r$ ، درست و r نادرست است پس ارزش ترکیب فصلی این دو گزاره درست است.

گزینه ۴: $p \wedge q \Leftrightarrow r$ ، درست و r نادرست است پس ارزش ترکیب دو شرطی دو گزاره نادرست است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۶ - ۴	۱۱ - ۴	۱۶ - ۲	۲۱ - ۳	۲۶ - ۴
۲ - ۲	۷ - ۳	۱۲ - ۴	۱۷ - ۲	۲۲ - ۴	۲۷ - ۴
۳ - ۲	۸ - ۴	۱۳ - ۲	۱۸ - ۱	۲۳ - ۳	۲۸ - ۳
۴ - ۴	۹ - ۱	۱۴ - ۴	۱۹ - ۳	۲۴ - ۳	۲۹ - ۲
۵ - ۳	۱۰ - ۱	۱۵ - ۳	۲۰ - ۲	۲۵ - ۳	۳۰ - ۳