



علی هاشمی

نام آزمون: آمار و احتمال

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- از ظرفی شامل ۵ مهره سیاه و ۶ مهره سفید، به طور همزمان و به تصادف ۲ مهره انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که دو مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

① $\frac{5}{11}$

② $\frac{6}{11}$

③ $\frac{1}{30}$

④ $\frac{29}{30}$

۲- شخصی در یک آزمون استخدامی شرکت می‌کند. اگر نسبت احتمال استخدام شدن او به احتمال استخدام نشدن او $\frac{5}{12}$ باشد، احتمال استخدام شدن او چه قدر است؟

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{7}{12}$

③ $\frac{12}{17}$

④ $\frac{5}{17}$

۳- اعداد فرد کوچک‌تر از ۳۰ را روی کارت‌های یکسان نوشته و درون کیسه‌ای ریخته‌ایم. یک کارت به تصادف بیرون می‌آوریم. چه قدر احتمال دارد عدد روی کارت عددی اول باشد؟

① ۰٫۴

② ۰٫۵

③ ۰٫۶

④ ۰٫۸



۴- تاسی را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع دو عدد ظاهر شده مضرب ۵ باشد، چه قدر است؟

① $\frac{16}{25}$

② $\frac{7}{12}$

③ $\frac{7}{36}$

④ $\frac{11}{18}$

۵- ۴ مهره از ۱۰ مهره موجود در یک کیسه، سفید و بقیه سیاه است. اگر ۳ مهره به تصادف از بین آنها با هم اختیار کنیم، احتمال آن که این ۳ مهره سیاه باشند، کدام است؟

① $\frac{1}{7}$

② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{1}{4}$

۶- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. چه قدر احتمال دارد که حاصل ضرب دو عدد ظاهر شده بزرگ‌تر یا مساوی ۲۵ شود؟

① $\frac{5}{9}$

② $\frac{3}{4}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{1}{9}$



۷- در پرتاب ۳ سکه با هم چقدر احتمال دارد فقط ۲ بار پشت بیاید؟

① $\frac{1}{8}$

② $\frac{3}{8}$

③ $\frac{5}{8}$

④ $\frac{7}{8}$

۸- سؤال‌های یک امتحان برحسب دشواری و یا تستی و تشریحی مطابق جدول زیر است. اگر سؤالی به تصادف انتخاب کنیم، احتمال آن که آسان یا تستی باشد، کدام است؟

سؤال	تستی	تشریحی
آسان	۱۳	۳
دشواری	۷	۲

① $\frac{23}{25}$

② $\frac{19}{25}$

③ $\frac{14}{25}$

④ $\frac{16}{25}$

۹- فضای نمونه پرتاب دو تاس و یک سکه با هم چند عضو دارد؟

① ۱۴

② ۱۸

③ ۲۴

④ ۷۲



۱۰- در یک ظرف ۵ مهره‌ی قرمز و ۴ مهره‌ی آبی وجود دارد. ۳ مهره با هم بیرون می‌آوریم، چه قدر احتمال دارد ۲ مهره قرمز و یک مهره آبی باشد؟

① $\frac{17}{21}$

② $\frac{13}{21}$

③ $\frac{11}{21}$

④ $\frac{10}{21}$

۱۱- تاسی را دو بار می‌اندازیم. احتمال آن که مجموع دو عدد ظاهر شده حداکثر ۹ باشد، کدام است؟

① $\frac{7}{12}$

② $\frac{9}{10}$

③ $\frac{5}{7}$

④ $\frac{5}{6}$

۱۲- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده مضرب ۳ نباشد، چقدر است؟

① $\frac{25}{36}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{7}{18}$

④ $\frac{11}{36}$



۱۳- از بین ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال آنکه فقط دو مهره آبی انتخاب شده باشد، کدام است؟

① $\frac{1}{7}$

② $\frac{18}{35}$

③ $\frac{13}{35}$

④ $\frac{1}{5}$

۱۴- از بین اعداد طبیعی کوچک‌تر از ۲۵، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که عدد انتخاب شده عدد اول نباشد، کدام است؟

① $\frac{16}{25}$

② $\frac{5}{8}$

③ $\frac{8}{25}$

④ $\frac{7}{8}$

۱۵- از بین اعداد طبیعی دو رقمی، عددی را به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال آن‌که عدد انتخاب شده هم‌مضرب ۲ و هم‌مضرب ۵ باشد، کدام است؟

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{10}$

③ $\frac{9}{100}$

④ $\frac{9}{25}$



۱۶- در پرتاب هم‌زمان دو تاس سالم احتمال آن‌که دو شماره متفاوت ظاهر شود، کدام است؟

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ $\frac{5}{6}$

④ $\frac{1}{6}$

۱۷- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

① $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$

② $P(A') = 1 - P(A)$

③ $A \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ و B ناسازگار

④ $P(A - B) = P(A) - P(B)$

۱۸- m تاس و n سکه را با هم پرتاب می‌کنیم. تعداد اعضای نمونه‌ی فضای نمونه‌ای این آزمایش کدام است؟

① mn

② $12mn$

③ $2^n \times 6^m$

④ $(mn)^{12}$



۱۹- فرض کنید A ، B و C ، پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند. کدام نمودار ون پیشامد آن‌که، پیشامدهای A یا C رخ دهد، اما پیشامد B رخ ندهد، را به درستی نمایش می‌دهد؟

①

②

③

④

۲۰- در یک شهر، ۶۵ درصد افراد به رشته‌ی فوتبال، ۴۰ درصد افراد به رشته‌ی والیبال و ۲۵ درصد افراد به هر دو رشته‌ی فوتبال و والیبال علاقه‌مند هستند. احتمال این که یک فرد به هیچ یک از این دو رشته علاقه‌مند نباشند، کدام است؟

- ① $\frac{1}{20}$
- ② $\frac{3}{20}$
- ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{1}{4}$



۲۱- در یک ظرف ۴ مهره‌ی آبی، ۵ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی سفید موجود است. به تصادف ۳ مهره از این ظرف خارج می‌کنیم. احتمال اینکه این ۳ مهره از دو رنگ متفاوت باشند، چقدر است؟

① $\frac{41}{44}$

② $\frac{15}{44}$

③ $\frac{3}{11}$

④ $\frac{29}{44}$

۲۲- اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B') = \frac{3}{4}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل $P(A \cup B)$ کدام است؟

① $\frac{7}{12}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{7}{10}$

④ $\frac{6}{11}$

۲۳- پنج نفر که دو نفر آن‌ها خواهر یکدیگرند، به تصادف در یک ردیف می‌ایستند، احتمال آن‌که دو خواهر در اول و آخر ردیف قرار گرفته باشند، کدام است؟

① $\frac{1}{20}$

② $\frac{3}{20}$

③ $\frac{3}{10}$

④ $\frac{1}{10}$



۲۴- می‌خواهیم از بین ۶ دانش‌آموز کلاس سوم و ۵ دانش‌آموز کلاس دوم، یک تیم چهار نفره به تصادف انتخاب کنیم. احتمال آن‌که یک دانش‌آموز کلاس سوم و ۳ دانش‌آموز کلاس دوم در تیم باشند، کدام است؟

① $\frac{2}{11}$

② $\frac{3}{11}$

③ $\frac{2}{13}$

④ $\frac{5}{12}$

۲۵- از ۱۲ پرسش موجود، می‌خواهیم به طور تصادفی ۱۰ پرسش را جهت پاسخ‌گویی انتخاب کنیم، احتمال آن‌که حداقل ۵ پرسش از پرسش‌های با شماره‌ی زوج انتخاب شود، کدام است؟ (پرسش‌ها از یک تا ۱۲ شماره‌گذاری شده‌اند.)

① $\frac{19}{22}$

② $\frac{17}{22}$

③ $\frac{53}{66}$

④ $\frac{37}{66}$

۲۶- می‌خواهیم با کنار هم قرار دادن حروف کلمهٔ *DYNAMICS* به طور تصادفی کلمات هشت حرفی بدون تکرار حروف تولید کنیم. احتمال آن‌که کلمهٔ تولید شده با حرف *A* شروع نشود و حروف کلمهٔ *MIC* سه حرف آخر آن باشد، کدام است؟

① $\frac{1}{70}$

② $\frac{7}{60}$

③ $\frac{3}{70}$

④ $\frac{3}{35}$



۲۷- می‌خواهیم ۴ زوج (زن و شوهر) را در یک ردیف به طور تصادفی کنار هم بنشانیم. احتمال آن که هر زوج (زن و شوهر) دقیقاً کنار هم نشسته باشند، کدام است؟

① $\frac{1}{81}$

② $\frac{1}{90}$

③ $\frac{1}{105}$

④ $\frac{1}{110}$

۲۸- کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

① هر پیشامد از فضای نمونه‌ای S زیرمجموعه‌ای از S است.

② دو پیشامد $A - B$ و $A \cap B$ ناسازگارند.

③ برای دو پیشامد دلخواه A و B داریم: $P((A \cup B)') = 1 - P(A \cap B)$

④ اگر یک تاس و یک سکه‌ی سالم را به طور هم‌زمان پرتاب کنیم فضای نمونه‌ای آن ۱۲ عضو دارد.

۲۹- در پرتاب یک تاس اگر پیشامدهای «رو شدن عدد فرد»، «رو شدن عدد کوچک‌تر از ۳» و «رو شدن عدد زوج کوچک‌تر از ۴»، را به ترتیب از راست به چپ A ، B و C بنامیم، آن‌گاه پیشامد آن که «عدد رو شده اول باشد» معادل کدام گزینه است؟

① $(A \cup C) - B$

② $(A - B) \cup C$

③ $A \cap B \cap C$

④ $(A \cup B) - C$

۳۰- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. اگر A پیشامد آن باشد که دو فرزند اول خانواده دختر باشند و B پیشامد آن باشد که فرزند سوم پسر باشد، پیشامد $A' \cup B'$ چند عضو دارد؟

① ۹

② ۱۲

③ ۱۳

④ ۱۴



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱

$$\text{احتمال آنکه دو مهره هم رنگ باشند} = \frac{\overbrace{\binom{5}{2}}^{\text{هر دو سیاه}} + \overbrace{\binom{6}{2}}^{\text{هر دو سفید}}}{\binom{11}{2}} = \frac{10 + 15}{55} = \frac{25}{55} = \frac{5}{11}$$

۲ - گزینه ۴

$$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{P(A)}{1 - P(A)} = \frac{5}{12} \Rightarrow 12P(A) = 5 - 5P(A) \Rightarrow 17P(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{17}$$

۳ - گزینه ۳

$$S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29\}$$

$$n(S) = 15$$

$$A = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29\} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۴ - گزینه ۳ احتمال پیشامد این که مجموع دو عدد ظاهر شده مضرب ۵ باشد یعنی مجموع دو عدد بر ۵ بخش پذیر باشد، را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)\} \Rightarrow n(A) = 7 \\ n(S) = 6^2 = 36 \end{cases}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{7}{36}$$

۵ - گزینه ۲ اگر بخواهیم هر ۳ مهره سیاه باشند، باید این مهره‌ها از بین ۶ مهره سیاه انتخاب شوند، بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{\frac{6!}{3! \times 3!}}{\frac{10!}{3! \times 7!}} = \frac{6! \times 3! \times 7!}{3! \times 3! \times 10!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3! \times 7!}{10 \times 9 \times 8 \times 7! \times 3!} = \frac{1}{6}$$

۶ - گزینه ۴

$$\begin{cases} n(S) = 6^2 = 36 \\ A = \{(5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A) = 4 \end{cases}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۷ - گزینه ۲

فضای نمونه‌ای این آزمایش ۸ $n(S) = 8$ عضو دارد.

$$A = \{(ر, پ), (پ, ر), (پ, پ), (ر, ر)\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8} \text{ است.}$$

۸ - گزینه ۱

اگر A پیشامد آسان بودن و B پیشامد "تستی" بودن باشد، داریم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{25}, \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{20}{25}$$

$$P(A \cap B) = P(A \cap B) = \frac{13}{25}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{16}{25} + \frac{20}{25} - \frac{13}{25} = \frac{23}{25}$$

۹ - گزینه ۴ در پرتاب یک تاس ۶ حالت و در پرتاب یک سکه دو حالت اتفاق می‌افتد، بنابراین:

$$n(S) = 6 \times 6 \times 2 = 72$$



$$P(A) = \frac{\overbrace{\binom{5}{2}}^{\text{دو قرمز}} \times \overbrace{\binom{4}{1}}^{\text{یک آبی}}}{\binom{9}{3}} = \frac{\frac{5!}{2! \times 3!} \times \frac{4!}{1! \times 3!}}{\frac{9!}{3! \times 6!}} = \frac{10 \times 4}{3 \times 4 \times 7} = \frac{10}{21}$$

۱۱ - گزینه ۴ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6^2 = 36$ عضو دارد.

از مکمل پیشامدها استفاده می‌کنیم، پیشامدهای مجموع دو عدد ظاهر شده بزرگ‌تر یا مساوی ۱۰ باشد را در نظر می‌گیریم:

$$A' = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A') = 6$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۱۲ - گزینه ۲

فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6^2 = 36$ عضو دارد.

ابتدا احتمال این که مجموع اعداد ظاهر شده مضرب ۳ باشد را محاسبه می‌کنیم. (پیشامد مکمل)

$$A' = \left\{ \underbrace{(1, 2), (2, 1)}_{\text{مجموع ۳}}, \underbrace{(1, 5), (5, 1), (2, 4), (4, 2), (3, 3)}_{\text{مجموع ۶}}, \underbrace{(3, 6), (6, 3), (4, 5), (5, 4)}_{\text{مجموع ۹}}, \underbrace{(6, 6)}_{\text{مجموع ۱۲}} \right\} \Rightarrow n(A') = 12$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۱۳ - گزینه ۲

$$n(S) = C(7, 3) = \frac{7!}{3! \times 4!} = 35$$

انتخاب سه مهره با شرط داده شده یعنی ۲ مهره آبی از ۴ مهره آبی و ۱ مهره قرمز از ۳ مهره قرمز، برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} C(4, 2) &= \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2} = 6 \\ C(3, 1) &= \frac{3!}{2! \times 1!} = \frac{3 \times 2!}{2! \times 1} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 6 \times 3 = 18$$

پس $P(A) = \frac{18}{35}$ است.

۱۴ - گزینه ۲ عدد طبیعی کوچک‌تر از ۲۵ وجود دارد، پس $n(S) = 24$ است:

$$A' = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\} \rightarrow n(A') = 9$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{9}{24} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{9}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

۱۵ - گزینه ۲ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 90$ است (۹۰ عدد طبیعی دو رقمی وجود دارد).

عددی که هم مضرب ۲ و هم مضرب ۵ باشد، مضرب ۱۰ است. بنابراین:

$$A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\} \rightarrow n(A) = 9$$

پس $P(A) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$ است.

۱۶ - گزینه ۳ فضای نمونه‌ای این آزمایش $n(S) = 6^2 = 36$ عضو دارد.

اگر پیشامد این که دو شماره متفاوت ظاهر شوند را با A و پیشامد این که دو شماره یکسان ظاهر شوند را با A' نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$A' = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\} \Rightarrow n(A') = 6 \rightarrow P(A') = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

۱۷ - گزینه ۴ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) درست؛ وقتی $A \subseteq B$ است، تعداد اعضای A کوچک‌تر یا مساوی با تعداد اعضای B است؛ در نتیجه احتمال وقوع آن حداکثر می‌تواند با احتمال وقوع B برابر باشد.

(۲) درست؛ به تعریف احتمال پیشامد متمم اشاره شده است.

(۳) درست؛ اگر A و B ناسازگار باشند داریم: $P(A \cap B) = 0$

از طرفی:

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{\text{صفر}} \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$



۴) نادرست؛ صورت درست این گزینه بصورت زیر است:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

۱۸ - گزینه ۳

اصل ضرب: اگر کاری طی دو مرحله انجام پذیر باشد، به نحوی که مرحله اول آن به m روش و مرحله دوم آن به n روش قابل انجام باشد، کار مورد نظر به $m \times n$ روش انجام پذیر خواهد بود.

فضای نمونه‌ای آزمایش مذکور به صورت زیر است:

$$6 \times 6 \times \dots \times 6 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 = 6^m \times 2^n$$

۱۹ - گزینه ۱ پیشامد خواسته شده همان $(A \cup C) - B$ است، پس داریم:

پس نمودار گزینه‌ی ۱ درست است.

نمودار سایر گزینه‌ها موارد زیر را نشان می‌دهند:

گزینه‌ی ۲: پیشامدهای A و C رخ می‌دهد، ولی B رخ ندهد. $(A \cap C) - B$

گزینه‌ی ۳: پیشامد A رخ دهد، ولی B یا C رخ ندهد. $A - (B \cup C)$

گزینه‌ی ۴: پیشامدهای A یا C رخ دهد، اما هر ۳ پیشامد با هم رخ ندهند. $(A \cup C) - (A \cap B \cap C)$

۲۰ - گزینه ۳

اگر A و B دو پیشامد دلخواه از فضای نمونه‌ای S باشند داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

پیشامدهای A و B را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

علاقه‌مندی به والیبال: B علاقه‌مندی به فوتبال: A

در این صورت، احتمال آنکه یک فرد حداقل به یکی از این دو رشته علاقه‌مند باشد عبارتست از:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{65}{100} + \frac{40}{100} - \frac{25}{100} = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$$

احتمال آنکه کسی به هیچ یک از دو رشته فوتبال و والیبال علاقه‌مند نباشد، متمم پیشامد $P(A \cup B)$ است؛ یعنی:

$$1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad \text{۲۱ - گزینه ۴}$$

چون در هر حالت، ۳ مهره از ۱۲ انتخاب می‌کنیم، $n(S) = \binom{12}{3}$ داریم:

$P(2 \text{ سفید و } 1 \text{ غیر سفید}) + P(2 \text{ قرمز و } 1 \text{ غیر قرمز}) + P(2 \text{ آبی و } 1 \text{ غیر آبی}) = P(\text{دو رنگ متفاوت})$

$$= \frac{\binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{5}{2} \binom{7}{1} + \binom{3}{2} \binom{9}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{6 \times 8 + 10 \times 7 + 3 \times 9}{12 \times 11 \times 10 / 6} = \frac{145}{220} = \frac{29}{44}$$

۲۲ - گزینه ۱ اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

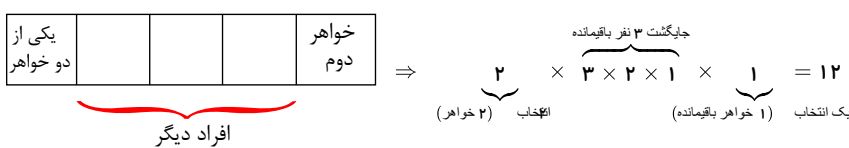
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

۲۳ - گزینه ۴ $n(S)$ برابر است با تعداد حالات قرار گرفتن ۵ نفر در یک صف بدون اعمال هیچ شرطی، یعنی: ۵!

اگر بخواهیم صف با یکی از دو خواهر آغاز بشود و به خواهر دیگر ختم شود، به مدل زیر می‌رسیم:



$$\Rightarrow P(A) = \frac{12}{5!} = \frac{12}{120} = \frac{1}{10}$$

۲۴ - گزینه ۱ تعداد کل حالات انتخاب ۴ نفر از ۱۱ نفر، $n(S)$ را تشکیل می‌دهد:



$$n(S) = \binom{11}{4} = \frac{11!}{4!(11-4)!} = \frac{11!}{4!7!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 7!} = 330$$

$$n(A) = \binom{6}{1} \times \binom{5}{3} = 6 \times 10 = 60$$

انتخاب یک نفر از ۶ نفر دانش‌آموز کلاس سوم
 انتخاب سه نفر از ۵ نفر دانش‌آموز کلاس دوم

$$\Rightarrow P(A) = \frac{60}{330} = \frac{2}{11}$$

۲۵ - گزینه ۲

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز برابر است با: $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$$n(S) = \binom{12}{10} = \frac{12!}{10! \times 2!} = \frac{12 \times 11 \times 10}{10! \times 2 \times 1} = 66$$

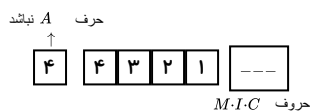
۶ پرسش زوج داریم و می‌خواهیم حداقل ۵ تا از آن‌ها را انتخاب کنیم؛ یعنی یا ۵ تا و یا ۶ تا از پرسش‌های زوج باید انتخاب شوند:

$$n(A) = \binom{6}{5} \times \binom{6}{5} + \binom{6}{6} \times \binom{6}{4} = 6 \times 6 + 1 \times 15 = 51$$

زوج ۵
فرد ۵
زوج ۶
فرد ۴

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{51}{66} = \frac{17}{22}$$

۲۶ - گزینه ۱ سه حرف C, I, M در آخر کلمه به ۳! حالت مختلف قرار می‌گیرند. پس از بین حروف باقی‌مانده D, Y, N, A, S ، طبق فرض A نباید اول قرار گیرد، پس خانه اول ۴ حالت داریم و در خانه‌های بعدی به ترتیب ۴، ۳، ۲، ۱ حالت داریم. طبق اصل ضرب:



همچنین تعداد کل حالت‌های ساختن کلمه‌های هشت حرفی برابر است با: $n(S) = 8!$ پس:

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4 \times 4! \times 3!}{8!} = \frac{4 \times 4! \times 6}{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!} = \frac{1}{70}$$

۲۷ - گزینه ۳ زوج داریم که به ۴! حالت می‌توانند در کنار هم قرار گیرند. هر زوج نیز به ۲! حالت می‌توانند کنار هم بنشینند. پس:

$$n(A) = 4! \times (2!)^2 = 24 \times 16 = 384$$

جایگشت هر زوج
جایگشت زوج

از طرفی:

$$n(S) = 8! = \text{تعداد حالات قرار گرفتن ۸ نفر در کنار هم}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{384}{8!} = \frac{1}{105}$$

۲۸ - گزینه ۳

$$P(A) = 1 - P(A)$$

همه‌ی گزینه‌ها صحیح هستند جز گزینه‌ی ۳ که طبق نکته‌ی فوق باید به صورت زیر باشد:

$$P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B)$$

۲۹ - گزینه ۲ پیشامدهای A و B و C را با اعضایشان نمایش می‌دهیم:

$$A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2\}, C = \{2\}$$

گزینه‌ها را با استفاده از معلومات فوق تشکیل می‌دهیم. گزینه‌ی ۲ عبارتست از:

$$(A - B) \cup C = (\{1, 3, 5\} - \{1, 2\}) \cup \{2\} = \{3, 5\} \cup \{2\} = \{2, 3, 5\} = \text{اعداد اول}$$

۳۰ - گزینه ۴

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$A = \{(د, د, د), (د, د, پ), (د, د, د), (د, د, پ), (د, د, د), (د, د, پ), (د, د, د), (د, د, پ)\}$$

$$B = \{(د, د, د), (د, د, پ), (د, د, د), (د, د, پ), (د, د, د), (د, د, پ), (د, د, د), (د, د, پ)\}$$

$$A' \cup B' = (A \cap B)' \Rightarrow n(A' \cup B') = n(S) - n(A \cap B)$$

$$A \cap B = \{(د, د, پ), (د, د, د)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$$



$$\Rightarrow n(A' \cup B') = 16 - 2 = 14$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۴	۱۱ - ۴	۱۶ - ۳	۲۱ - ۴	۲۶ - ۱
۲ - ۴	۷ - ۲	۱۲ - ۲	۱۷ - ۴	۲۲ - ۱	۲۷ - ۳
۳ - ۳	۸ - ۱	۱۳ - ۲	۱۸ - ۳	۲۳ - ۴	۲۸ - ۳
۴ - ۳	۹ - ۴	۱۴ - ۲	۱۹ - ۱	۲۴ - ۱	۲۹ - ۲
۵ - ۲	۱۰ - ۴	۱۵ - ۲	۲۰ - ۳	۲۵ - ۲	۳۰ - ۴