



علی هاشمی

نام آزمون: آمار و احتمال

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی سبز وجود دارد. اگر از این جعبه ۴ مهره به تصادف خارج کنیم، احتمال آنکه دقیقاً دو مهره‌ی هم‌رنگ خارج شود، چقدر است؟

① ۰٫۲۵

② ۰٫۴

③ ۰٫۶

④ ۰٫۶۵

۲- می‌خواهیم از بین ۳ دانش‌آموز دهم ریاضی، ۴ دانش‌آموز دهم تجربی و ۲ دانش‌آموز یازدهم ریاضی، یک تیم دو نفره‌ی تنیس روی میز انتخاب کنیم. اگر این عمل را تصادفی انجام دهیم، احتمال هم‌رشته بودن اعضای تیم انتخابی چند برابر احتمال هم‌پایه بودن آن‌هاست؟

① $\frac{8}{11}$

② $\frac{10}{21}$

③ $\frac{1}{2}$

④ ۲

۳- ۸ نفر که دو نفر از آن‌ها باهم برادرند به تصادف در یک ردیف قرار می‌گیرند. احتمال آنکه هیچ‌کدام از این دو برادر ابتدا یا انتهای ردیف قرار نگیرند، چه قدر است؟

① $\frac{51}{54}$

② $\frac{29}{56}$

③ $\frac{5}{28}$

④ $\frac{15}{28}$



۴- با اعداد ۱ تا ۵، یک عدد ۳ رقمی بدون تکرار ارقام می‌سازیم. احتمال زوج بودن این عدد چقدر است؟

- ① $\frac{2}{5}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{7}$
- ④ $\frac{1}{3}$

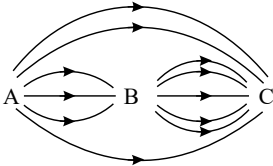
۵- احتمال قبولی فردی در درس ریاضی ۶۵ درصد، در درس فیزیک ۷۰ درصد و در هر دو درس ۴۵ درصد است. احتمال آنکه حداقل در یکی از دروس قبول شود، چقدر است؟

- ① ۰٫۹
- ② ۰٫۷۵
- ③ ۰٫۶
- ④ ۰٫۴۸

۶- خانواده‌ای ۴ فرزند دارد. احتمال آنکه تعداد فرزندان دختر از پسر بیشتر باشد، کدام است؟

- ① $\frac{3}{4}$
- ② $\frac{5}{16}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$

۷- در شکل زیر می‌خواهیم از شهر A به C برویم. اگر یکی از مسیرها را به صورت تصادفی انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد از شهر B عبور کنیم؟



- ① $\frac{2}{3}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{5}{6}$



۸- در جعبه ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سیاه و ۳ مهره آبی وجود دارد، اگر از این جعبه ۳ مهره به تصادف خارج کنیم، چقدر احتمال دارد دقیقاً ۲ مهره هم رنگ باشند؟

① $\frac{18}{35}$

② $\frac{25}{44}$

③ $\frac{22}{35}$

④ $\frac{29}{44}$

۹- اگر $P(A \cup B) = \frac{P(A')}{2} = \frac{P(B')}{3} = P(A \cap B)$ باشد، کدام $P(A)$ است؟

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{4}{5}$

④ $\frac{3}{5}$

۱۰- اگر بخواهیم ۶ کتاب ریاضی متفاوت و ۵ کتاب شیمی متفاوت را به طور تصادفی در کنار هم بچینیم، با کدام احتمال هیچ دو کتاب شیمی در کنار هم قرار نمی گیرند؟

① $\frac{21}{22}$

② $\frac{13}{22}$

③ $\frac{9}{22}$

④ $\frac{1}{22}$



۱۱- اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ ، $P(B) = \frac{3}{4}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ باشد، احتمال آنکه نه پیشامد A رخ دهد و نه پیشامد B ، کدام است؟

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{10}$

④ $\frac{1}{12}$

۱۲- در جعبه‌ای ۱۰ جفت کفش متمایز قرار دارد، اگر ۵ لنگه از آن بیرون آوریم، چقدر احتمال دارد که حداقل یک جفت از آن بیرون آمده باشد؟

① $\frac{168}{323}$

② $\frac{21}{1292}$

③ $\frac{155}{323}$

④ $\frac{1271}{1292}$

۱۳- یک فروشگاه دو کارت تخفیف A و B در اختیار مشتریان می‌گذارد. اگر ۲۶ درصد مشتریان فقط کارت A ، ۴۱ درصد آن‌ها فقط کارت B و ۸ درصد آن‌ها هر دو کارت را در اختیار داشته باشند، چقدر احتمال دارد مشتریان با در اختیار داشتن حداقل یکی از این دو کارت تخفیف، از فروشگاه خرید کنند؟

① ۶۷ درصد

② ۵۹ درصد

③ ۷۵ درصد

④ ۸۳ درصد



۱۴- از بین اعداد ۱ تا ۹، دو عدد متمایز را انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه حاصل ضرب این دو عدد زوج باشد، کدام است؟

① $\frac{5}{18}$

② $\frac{3}{18}$

③ $\frac{10}{18}$

④ $\frac{13}{18}$

۱۵- دو تاس را پشت سر هم می‌ریزیم. احتمال آنکه عدد روشده در تاس اول بیشتر از عدد روشده در تاس دوم باشد، کدام است؟

① $\frac{5}{6}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{4}{9}$

④ $\frac{8}{9}$

۱۶- اگر ۷ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادرند به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد که یک نفر بین دو برادر قرار بگیرد؟

① $\frac{7}{15}$

② $\frac{8}{21}$

③ $\frac{9}{25}$

④ $\frac{5}{21}$



۱۷- احتمال آن که از میان ۶ گوی قرمز و ۴ گوی آبی، ۳ گوی انتخاب شود به طوری که حداکثر ۲ گوی انتخابی آبی باشد، کدام است؟

- ① $\frac{26}{30}$
 ② $\frac{27}{30}$
 ③ $\frac{28}{30}$
 ④ $\frac{29}{30}$

۱۸- اگر A و B پیشامدهایی از فضای نمونه‌ای S باشند کدام توصیف در مورد پیشامدهای ارائه شده نادرست است؟

- ① پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می دهد که حداقل یکی از دو پیشامد رخ بدهد.
 ② پیشامد $A \cap B$ وقتی رخ می دهد که دو پیشامد با هم رخ بدهند.
 ③ پیشامد $A - B$ وقتی رخ می دهد که پیشامد A رخ بدهد و پیشامد B رخ ندهد.
 ④ پیشامد $(A - B) \cup (B - A)$ وقتی رخ می دهد که دو پیشامد با هم رخ ندهند.

۱۹- در پرتاب دو تاس با هم، پیشامدهای کدام گزینه زیر، با هم ناسازگار هستند؟

- ① A : «جمع اعداد دو تاس مضرب ۳ است»، B : «جمع اعداد دو تاس زوج است»
 ② C : «عدد تاس اول ۵ باشد»، D : «عدد تاس دوم ۵ باشد»
 ③ E : «حاصل ضرب اعداد دو تاس فرد باشد»، F : «تفاضل اعداد دو تاس فرد باشد»
 ④ G : «اعداد دو تاس اول باشند»، H : «حاصل ضرب اعداد دو تاس زوج باشد»

۲۰- اگر با استفاده از ارقام $\{۷, ۵, ۴, ۰, ۲\}$ عددی چهاررقمی بدون تکرار ارقام را به طور تصادفی درست کنیم، چقدر احتمال دارد این عدد بر ۲ یا ۵ بخش پذیر باشد؟

- ① $\frac{3}{4}$
 ② $\frac{13}{16}$
 ③ $\frac{1}{4}$
 ④ $\frac{3}{16}$



۲۱- ۱۰ نفر که فقط دو نفر آن‌ها باهم برادر هستند در یک صف قرار می‌گیرند، با کدام احتمال بین دو برادر یک نفر خاص به همراه دو نفر دیگر قرار می‌گیرند؟

① $\frac{1}{60}$

② $\frac{1}{20}$

③ $\frac{1}{15}$

④ $\frac{1}{10}$

۲۲- اگر با حروف کلمه «جهانگردی» کلمه‌ای ۵ حرفی را بدون توجه به معنی به طور تصادفی بسازیم، چقدر احتمال دارد که کلمه فقط ۳ نقطه داشته باشد؟

① $\frac{5}{14}$

② صفر

③ $\frac{2}{7}$

④ $\frac{1}{14}$

۲۳- نوع متغیرهای «قد افراد - تعداد سلول‌های بدن - وزن ماشین - سرعت هواپیما» به ترتیب کدام است؟

① کمی پیوسته - کیفی اسمی - کمی گسسته - کمی پیوسته

② کمی گسسته - کمی پیوسته - کمی پیوسته - کمی گسسته

③ کمی پیوسته - کمی گسسته - کمی پیوسته - کمی پیوسته

④ کمی گسسته - کمی پیوسته - کمی پیوسته - کمی پیوسته

۲۴- در کدام گزینه، متغیرها به ترتیب از نوع «کمی پیوسته، کیفی ترتیبی، کیفی اسمی و کمی گسسته» است؟

① میزان بارندگی - نوع بارندگی - شاخص توده بدنی - تعداد دانه‌های یک انار

② دمای هوا - رنگ ماشین - نژاد افراد - سرعت اتومبیل

③ شاخص توده بدنی - مراحل رشد نوزاد - رنگ مو - تعداد ماهی‌های اقیانوس‌ها

④ میزان بارندگی - کیفیت میوه - اقوام ایرانی - شاخص توده بدنی



۲۵- می‌خواهیم درباره کیفیت و حجم خرید میوه توسط مردم و میزان رضایت مندی آن‌ها از خریدشان تحقیقی انجام دهیم. بدین منظور از مشتریان یک مغازه میوه‌فروشی مصاحبه به عمل آمد. در این مصاحبه مشتریان مغازه، کیفیت، وزن میوه خریداری شده توسط مشتریان و میزان رضایت مندی آن‌ها از خرید (زیاد، متوسط، کم) به ترتیب کدام هستند؟

- ۱) جامعه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی پیوسته، متغیر کیفی ترتیبی
- ۲) نمونه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی پیوسته، متغیر کیفی ترتیبی
- ۳) جامعه، متغیر کیفی ترتیبی، متغیر کمی گسسته، متغیر کیفی اسمی
- ۴) نمونه، متغیر کیفی اسمی، متغیر کمی گسسته، متغیر کیفی اسمی

۲۶- در پرتاب هم‌زمان دو تاس، با کدام احتمال لااقل یکی از اعداد رو شده در این دو تاس مضرب ۳ است؟

- ۱) $\frac{4}{9}$
- ۲) $\frac{5}{9}$
- ۳) $\frac{2}{3}$
- ۴) $\frac{5}{6}$

۲۷- جدول زیر، تعداد لامپ‌های موجود ۶۰ وات و ۱۰۰ وات از تولیدات دو کارخانه‌ی A و B است. اگر یک لامپ به تصادف برداشته شود، با کدام احتمال این لامپ ۱۰۰ وات است؟

	۶۰	۱۰۰
A	۲۰	۱۴
B	۲۲	۳۴

- ۱) $\frac{7}{15}$
- ۲) $\frac{8}{15}$
- ۳) $\frac{3}{5}$
- ۴) $\frac{5}{9}$



۲۸- در یک ظرف ۵ گوی قرمز با شماره‌های ۱ تا ۵ و چهار گوی آبی با شماره‌های ۱ تا ۴ قرار دارند. به طور تصادفی یک گوی از هر رنگ خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، لااقل شماره‌ی یکی از آن‌ها عدد ۲ می‌باشد؟

- ① ۰٫۲۵
 ② ۰٫۳
 ③ ۰٫۳۵
 ④ ۰٫۴

۲۹- صفحه‌ی عقربه‌ی A به ۴ قطاع مساوی با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و صفحه‌ی عقربه‌ی B به ۵ قطاع برابر با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ تقسیم شده است. هر دو عقربه را می‌چرخانیم، با کدام احتمال لااقل یکی از عقربه‌ها روی ناحیه‌های فرد قرار می‌گیرند؟

- ① ۰٫۶
 ② ۰٫۷
 ③ ۰٫۸
 ④ ۰٫۹

۳۰- هر یک از ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، بر روی ۵ گوی یکسان نوشته شده است. یک گوی از بین آن‌ها برداشته و با ثبت شماره‌ی آن، دوباره به ظرف برمی‌گردانیم. با تکرار متوالی این آزمایش، عدد تصادفی سه‌رقمی حاصل می‌شود. با کدام احتمال، در این عدد سه رقمی، لااقل دو رقم مساوی هستند؟

- ① ۰٫۴۵
 ② ۰٫۴۸
 ③ ۰٫۵۲
 ④ ۰٫۵۴



پاسخنامه تشریحی

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطه

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$
 به دست می آید.

۱ - گزینه ۳ می دانیم:

$$P(1 \text{ آبی و } 1 \text{ قرمز و } 2 \text{ سبز}) + P(1 \text{ آبی و } 1 \text{ سبز و } 2 \text{ قرمز}) + P(1 \text{ قرمز و } 1 \text{ سبز و } 2 \text{ آبی}) = P(\text{دقیقاً دو مهره هم رنگ})$$

$$= \frac{\binom{4}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1}}{\binom{10}{4}}$$

$$= \frac{6 \times 3 \times 3 + 3 \times 4 \times 3 + 3 \times 4 \times 3}{210} = \frac{126}{210} = \frac{3}{5} = 0.6$$

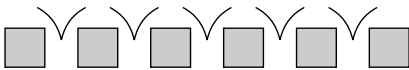
۲ - گزینه ۱

$$P(\text{دو نفر هم رشته باشند}) = P(\text{هر دو تجربی}) + P(\text{هر دو ریاضی}) = \binom{5}{2} + \binom{4}{2} = 10 + 6 = 16$$

$$P(\text{دو نفر هم پایه باشند}) = P(\text{هر دو دهم}) + P(\text{هر دو یازدهم}) = \binom{7}{2} + \binom{2}{2} = 21 + 1 = 22$$

$$\Rightarrow \frac{P(\text{هم رشته})}{P(\text{هم پایه})} = \frac{16}{22} = \frac{8}{11}$$

۳ - گزینه ۴ ۶ نفر را در صف قرار می دهیم و جای قرار گرفتن هر برادر را با \checkmark نمایش می دهیم.



برادرها در کنار هم

قرار گیرند

برادرها جدا از هم باشند

$$6! \times \binom{5}{1} \times 2! + 6! \times \binom{5}{2} \times 2!$$

$$P(\text{برادرها در ابتدا یا انتها قرار نگیرند}) = \frac{\dots}{8!}$$

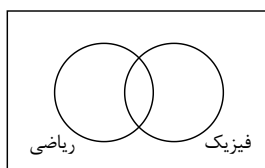
$$= \frac{10 \times 6! + 20 \times 6!}{8!} = \frac{30 \times 6!}{8 \times 7 \times 6!} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

۴ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} n(S) &= 5 \times 4 \times 3 = 60 \\ n(A) &= \underbrace{4 \times 3}_{\text{قیه}} \times \underbrace{2}_{\text{یا } 2} = 24 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$$

۵ - گزینه ۱ می دانیم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

شکل مقابل را تشکیل می دهیم:



خواسته مسئله (فیزیک \cup ریاضی) P است:



$$P(\text{فیزیک} \cup \text{ریاضی}) = P(\text{ریاضی}) + P(\text{فیزیک}) - P(\text{ریاضی} \cap \text{فیزیک}) = 0.65 + 0.7 - 0.45 = 0.9$$

۶ - گزینه ۲ در یک خانواده ۴ فرزند داریم:

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$A = \{\text{پیشامد آنکه تعداد دختران بیشتر باشد}\} = \{(د, د, د, د), (د, د, د, پ), (د, د, پ, د), (د, د, پ, پ), (د, پ, د, د), (د, پ, د, پ), (پ, د, د, د)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{16}$$

۷ - گزینه ۴ $n(S)$ برابر است با تعداد حالات عبور کردن از شهر B و عبور نکردن از شهر B :

$$n(S) = 3 \times 5 + 3 = 18$$

تعداد حالت‌هایی که از شهر B عبور می‌کنیم بنابر اصل ضرب برابر است با:

$$n(A) = 3 \times 5 = 15$$

$$P(B \text{ عبور نکردن از } B) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

۸ - گزینه ۴ می‌دانیم:
 تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
 از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می‌آید.

$$\text{تعداد کل حالات: } n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12!}{3! \times 9!} = 220$$

$$n(2 \text{ مهره هم‌رنگ}) = n(2 \text{ قرمز}) + n(2 \text{ سفید}) + n(2 \text{ آبی}) = \binom{5}{2} \binom{7}{1} + \binom{4}{2} \binom{8}{1} + \binom{3}{2} \binom{9}{1}$$

$$= 10 \times 7 + 6 \times 8 + 3 \times 9 = 145$$

$$\Rightarrow P(2 \text{ مهره هم‌رنگ}) = \frac{145}{220} = \frac{29}{44}$$

۹ - گزینه ۴ می‌دانیم:
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $P(A') = 1 - P(A)$

$$\frac{P(A \cup B)}{4} = \frac{P(A')}{2} = \frac{P(B')}{3} = P(A \cap B) = x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P(A \cup B) = 4x \\ P(A') = 2x \Rightarrow P(A) = 1 - 2x \\ P(B') = 3x \Rightarrow P(B) = 1 - 3x \\ P(A \cap B) = x \end{cases}$$

$$\text{از طرفی: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 4x = (1 - 2x) + (1 - 3x) - x \Rightarrow 4x = 2 - 6x \Rightarrow 10x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$P(A) = 1 - 2x = 1 - 2 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

۱۰ - گزینه ۴ در چیدن ۱۱ کتاب متمایز، $n(S)$ عبارت است از:

$$n(S) = 11!$$

مشخص می‌کنیم.



کتاب‌های ریاضی را می‌چینیم، محل قرار گرفتن کتاب‌های شیمی را با



ریاضی

ریاضی

ریاضی

ریاضی

ریاضی

ریاضی

از این هفت محل، باید ۵ محل را انتخاب کنیم تا کتاب های شیمی چیده شوند:

$$n(A) = n \text{ (هیچ دو کتاب شیمی کنار هم نباشند)}$$

$$= (\text{چیدن ۶ کتاب ریاضی}) \times (\text{چیدن ۵ کتاب شیمی}) \times (\text{انتخاب ۵ محل از ۷ محل برای کتاب های شیمی})$$

$$= \binom{7}{5} \times 5! \times 6! = 21 \times 5! \times 6!$$

$$P(A) = \frac{21 \times 5! \times 6!}{11!} = \frac{21 \times 5!}{11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{1}{22}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A') = 1 - P(A)$$

۱۱ - گزینه ۴ می دانیم:

$$P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{4 + 9 - 2}{12} = \frac{11}{12}$$

$$P(B \text{ نه } A \text{ رخ دهند نه}) = P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می آید.

۱۲ - گزینه ۳ می دانیم:

$$n(S) = \binom{20}{5} \text{ (انتخاب ۵ لنگه از ۲۰ لنگه کفش)}$$

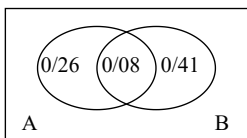
$$P(\text{هیچ جفت}) = 1 - P(\text{حداقل ۱ جفت})$$

$$P(\text{هیچ جفت}) = (\text{انتخاب ۵ جفت از ۱۰ جفت}) \times (\text{انتخاب ۱ لنگه از هر کدام از هر کدام یک لنگه برداریم})$$

$$= \frac{\binom{10}{5} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1}}{\binom{20}{5}} = \frac{10!}{5! \times 5!} \times 2^5 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 5!} \times 32 = \frac{168}{323}$$

$$\Rightarrow P(\text{حداقل ۱ جفت}) = 1 - \frac{168}{323} = \frac{155}{323}$$

۱۳ - گزینه ۳ «حداقل یکی از دو کارت، یعنی $A \cup B$ و احتمال آن به صورت زیر است:



$$P(A \cup B) = 0,26 + 0,08 + 0,41 = 0,75$$

تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می آید.
حاصل ضرب دو عدد، زوج است هرگاه
هر دو زوج باشند یا یکی زوج و دیگری فرد باشد

۱۴ - گزینه ۴ می دانیم:

$$n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9!}{2!7!} = \frac{9 \times 8}{2!} = 36$$



$$\left. \begin{aligned} \text{تعداد حالات انتخاب دو عدد زوج} &= \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6 \\ \text{تعداد حالات انتخاب یک فرد و یک زوج} &= \binom{4}{1} \binom{5}{1} = 4 \times 5 = 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 20 + 6 = 26$$

$$P(\text{حاصل ضرب زوج}) = \frac{26}{36} = \frac{13}{18}$$

۱۵ - گزینه ۲ می‌دانیم:
تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می‌آید.

هر دو عدد متفاوت را که از بین ۶ عدد تاس انتخاب کنیم، جواب مسئله است.

$$\left. \begin{aligned} n(A) &= \binom{6}{2} = \frac{6!}{2! \times 4!} = \frac{6 \times 5}{2} = 15 \\ n(S) &= 6 \times 6 = 36 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

دقت کنید که از اعداد روشده برابر باشند خواسته مسئله برآورده نمی‌شود. بنابراین باید دو عدد متفاوت ۶ برآمد ممکن برای تاس را انتخاب کنیم.

۱۶ - گزینه ۴

$$n(S) = 7!$$

اگر جایگاه‌ها را شماره گذاری کنیم:

_____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____ , _____
یک دو سه چهار پنج شش هفت

دو برادر باید در یکی از حالات $(1, 3)$ ، $(2, 4)$ ، $(3, 5)$ ، $(4, 6)$ ، $(5, 7)$ قرار بگیرند، پس:

$$n(A) = \underset{\substack{\downarrow \\ \text{تعداد حالات} \\ \text{فوق}}}{5} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{جابه‌جایی} \\ \text{دو برادر}}}{2!} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{جایگشت پنج} \\ \text{بسته حاصل}}}{5!} = 10 \times 5!$$

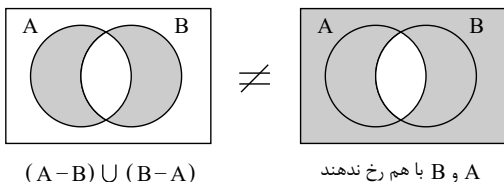
$$\Rightarrow P(A) = \frac{10 \times 5!}{7!} = \frac{10}{7 \times 6} = \frac{5}{21}$$

۱۷ - گزینه ۴ می‌دانیم:
تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز
از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می‌آید.

$$P(\text{دو آبی}) + P(\text{یک آبی}) + P(\text{هیچ آبی}) = P(\text{حداکثر ۲ آبی})$$

$$P(\text{حداکثر ۲ آبی}) = \frac{\binom{4}{2} \binom{6}{1} + \binom{4}{1} \binom{6}{2} + \binom{4}{0} \binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{6 \times 6 + 4 \times 15 + 1 \times 20}{120} = \frac{29}{30}$$

۱۸ - گزینه ۴ گزینه ۴، نادرست است:



۱۹ - گزینه ۳ می‌دانیم:
دو پیشامد A و B ناسازگارند هرگاه
اشتراک آن‌ها تهی باشد یا هم‌زمان رخ ندهند.

اگر حاصل ضرب دو عدد فرد باشد، هر دو فرد هستند و تفاضل آن‌ها زوج است. پس دو پیشامد مورد نظر گزینه ۳، ناسازگارند (باهم رخ نمی‌دهند).

۲۰ - گزینه ۲ می‌دانیم: $P(A') = 1 - P(A)$

$$n(S) = \frac{4}{\text{جز صفر}} \times \underbrace{\frac{4}{1} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1}}_{\text{بقیه}} = 96$$

چون صفر هم در بین ارقام وجود دارد، بهتر است از متمم استفاده کنیم. برای آنکه عدد ما بر ۲ یا ۵ بخش پذیر نباشد، رقم یکان آن باید ۷ باشد:



$$n(A') = \frac{3}{\text{جز صفر و هفت}} \times \underbrace{3 \times 2 \times 1}_{\text{بقیه}} = 18$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{18}{96} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{18}{96} = \frac{78}{96} = \frac{13}{16}$$

$$n(S) = 10!$$

انتخاب دو نفر نامشخص برای قرار گرفتن بین دو برادر

جایگشت ۵ نفر به علاوه بسته شامل دو برادر

جایگشت ۳ نفر بین دو برادر

جایگشت دو برادر

$$P(A) = \frac{\binom{7}{2} \times 3! \times 2! \times 6!}{10!} = \frac{21 \times 6 \times 2}{10 \times 9 \times 8 \times 7} = \frac{12}{240} = \frac{1}{20}$$

۲۱ - گزینه ۲ می‌دانیم: تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می‌آید.

۲۲ - گزینه ۳ می‌دانیم: تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به دست می‌آید.

$$n(A) = \binom{2}{1} \times \binom{5}{3} \times (5! - 4!) = 1920$$

یکی از حروف «ج» و «ن»
سه حرف دیگر
کل حالات
حالاتی که «ی» در آخر است

$$n(S) = \frac{8}{1} \times \frac{7}{1} \times \frac{6}{1} \times \frac{5}{1} \times \frac{4}{1} = 6720$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{1920}{6720} = \frac{2}{7}$$

کلمه مطلوب باید دارای «ی» (به شرط آنکه در آخر نباشد) و یکی از حروف «ج» یا «ن» باشد:

دقت کنید که اگر «ی» در آخر کلمه ظاهر شود، بی‌نقطه است.

۲۳ - گزینه ۳ می‌دانیم: متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری اند، متغیرهای کمی نام دارند. متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند، متغیرهای کیفی نام دارند. متغیر پیوسته: متغیری است که اگر بتواند دو مقدار a و b را اختیار کند، هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند. متغیر گسسته: متغیری است که پیوسته نباشد.

قد افراد، سرعت هوا و وزن ماشین متغیرهای کمی پیوسته هستند و تعداد سلول‌های بدن متغیر کمی گسسته است.

۲۴ - گزینه ۳ می‌دانیم: متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری اند، متغیرهای کمی نام دارند. متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری نیستند، متغیرهای کیفی نام دارند. متغیر پیوسته: متغیری است که اگر بتواند دو مقدار a و b را اختیار کند، هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند. متغیر گسسته: متغیری است که پیوسته نباشد.

شاخص توده بدنی: کمی پیوسته

مراحل رشد نوزاد: کیفی ترتیبی

رنگ مو: کیفی اسمی

تعداد ماهی‌های اقیانوس‌ها: کمی گسسته

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) میزان بارندگی: کمی پیوسته - نوع بارندگی: کیفی اسمی - شاخص توده بدنی: کمی پیوسته - تعداد دانه‌های یک انار: کمی گسسته



گزینه ۲) دمای هوا: کمی پیوسته - رنگ ماشین: کیفی اسمی - نژاد افراد: کیفی اسمی - سرعت اتومبیل: کمی پیوسته
گزینه ۴) میزان بارندگی: کمی پیوسته - کیفیت میوه: کیفی ترتیبی - اقوام ایرانی: کیفی اسمی - شاخص توده بدنی: کمی پیوسته

متغیرهایی که قابل اندازه گیری اند،
متغیرهای کمی نام دارند.
متغیرهایی که قابل اندازه گیری نیستند،
متغیرهای کیفی نام دارند.
متغیر پیوسته: متغیری است که اگر بتواند دو مقدار a و b را اختیار کند، هر مقدار بین آن‌ها را نیز بتواند اختیار کند.
متغیر گسسته: متغیری است که پیوسته نباشد.

۲۵ - گزینه ۲ می دانیم:

مشتریان مغازه، بخشی از مردم کل جامعه هستند و این تعریف نمونه است.

کیفیت میوه: متغیر کیفی ترتیبی است. (درجه ۱، درجه ۲، ...)

وزن میوه خریداری شده: متغیر کمی پیوسته است.

میزان رضایتمندی مشتریان: متغیر کیفی ترتیبی است. (زیاد، متوسط، کم)

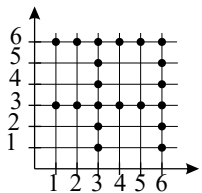
۲۶ - گزینه ۲ روش اول: می دانیم در تاس اعداد ۳ و ۶ مضرب ۳ هستند و اعداد ۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۶ مضرب ۳ نیستند. برای حل این سوال از پیشامد مکمل استفاده می کنیم.

$$P(\text{هیچ کدام از اعداد دو تاس مضرب ۳ نباشند}) = 1 - P(\text{لااقل یکی از دو عدد تاس مضرب ۳ باشد})$$

$$= 1 - P(\text{تاس اول مضرب ۳ نباشد}) \times P(\text{تاس دوم مضرب ۳ نباشد}) = 1 - \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = 1 - \frac{16}{36} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

روش دوم: پرتاب ۲ تاس ۳۶ حالت دارد:

حالاتی که لااقل یکی از اعداد مضرب ۳ باشد، یعنی آن که در پرتاب دو تاس یکی از اعداد ۳ یا ۶ یا هر دوی آن‌ها مشاهده شود. یعنی ۲۰ حالت مشخص شده:



$$\rightarrow P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

۲۷ - گزینه ۲ ابتدا تعداد اعضای نمونه‌ای را مشخص می کنیم که برابر با تعداد کل لامپ‌هاست:

$$n(S) = 20 + 22 + 14 + 34 = 90$$

حالت مطلوب آن است که لامپ انتخابی ۱۰۰ وات باشد که تعداد لامپ‌های ۱۰۰ واتی برابر $14 + 34 = 48$ است. بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$$

۲۸ - گزینه ۴ برای حل این سؤال از پیشامد مکمل استفاده می کنیم عبارت لااقل یکی از شماره‌ها ۲ باشد به معنای آن است که یا یکی از شماره‌ها یا هر دوی آن‌ها عدد ۲ باشد و پیشامد مکمل

(نامطلوب) آن است که هیچ یک از شماره‌ها ۲ نباشند.

لااقل یکی از ارقام ۲ باشد: A

هیچ یک از ارقام ۲ نباشد: A'

گوی دوم عددی غیر از ۲ باشد ، گوی اول عددی غیر از ۲ باشد : A'
می‌تواند ۱، ۳، ۴ باشد می‌تواند ۱، ۳، ۴، ۵ باشد

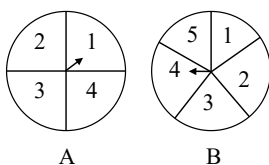
$$\Rightarrow P(A') = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{5}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$$

۲۹ - گزینه ۳ از پیشامد مکمل استفاده می کنیم:

پیشامد آنکه لااقل یکی از عقربه‌ها روی عدد فرد بایستد A

پیشامد آن که هر دو عقربه روی ناحیه عدد زوج بایستد A'



$$n(S) = 4 \times 5 = 20$$

$$n(A') = 2 \times 2 = 4$$



$$\Rightarrow P(A') = \frac{4}{20} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10}$$

$$P(A) = 1 - P(A') \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10} = 0,8$$

۳۰ - گزینه ۳ با انجام این آزمایش در واقع، به کمک ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ اعداد سه رقمی (با تکرار ارقام) می‌سازیم، پس تعداد اعضای فضای نمونه‌ای برابر است با:

$$n(S) : \boxed{5} \times \boxed{5} \times \boxed{5} = 5^3$$

پیشامد مطلوب A پیشامدی است که لاقول دو رقم مساوی داشته باشد. برای محاسبه‌ی احتمال پیشامد A می‌توان از پیشامد مکمل استفاده کرد:

$$A' = \text{پیشامدی که ارقام تکراری نباشند} \Rightarrow n(A') : \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 5 \times 4 \times 3$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{\cancel{5} \times 4 \times 3}{\cancel{5} \times 5 \times 5} = \frac{12}{25} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{12}{25} = \frac{13}{25} \Rightarrow P(A) = 0,52$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳

۲ - ۱

۳ - ۴

۴ - ۱

۵ - ۱

۶ - ۲

۷ - ۴

۸ - ۴

۹ - ۴

۱۰ - ۴

۱۱ - ۴

۱۲ - ۳

۱۳ - ۳

۱۴ - ۴

۱۵ - ۲

۱۶ - ۴

۱۷ - ۴

۱۸ - ۴

۱۹ - ۳

۲۰ - ۲

۲۱ - ۲

۲۲ - ۳

۲۳ - ۳

۲۴ - ۳

۲۵ - ۲

۲۶ - ۲

۲۷ - ۲

۲۸ - ۴

۲۹ - ۳

۳۰ - ۳