نام آزمون: شمارش بدون شمردن

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

علی هاشمی

۱ - با ارقام $\{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$ چند عدد ۴ رقمی بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ و مضرب ۵ می‌توان نوشت؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

① ۱۴

② ۶۰

③ ۴۸

④ ۷۲

۲ - مقدار n در معادلهٔ $\binom{۲۱}{۳n-۳} = \binom{۲۱}{n}$ کدام است؟

① ۲

② ۴

③ ۳

④ ۶

۳ - از میان ۴ داور ایرانی، ۳ داور ژاپنی و ۲ داور روسی، به چند طریق می‌توان یک کمیتهٔ داوران ۵ نفره تشکیل داد به‌طوری که در این کمیته حداقل ۲ داور ایرانی حضور داشته باشد؟

① ۶۵

② ۱۰۵

③ ۲۱۰

④ ۶۰

۴ - ۳ کتاب ریاضی مختلف و ۲ کتاب فیزیک مختلف را به چند طریق می‌توان کنار هم قرار دارد به‌طوری که کتاب‌های ریاضی، برخلاف کتاب‌های فیزیک، در کنار هم باشند؟

① ۲۴

② ۷۲

③ ۱۲

④ ۱۲۰

۵ - معلمی قصد دارد از یک کلاس، ۳ نفر را به تصادف برای حضور در مسابقات علمی انتخاب کند. اگر او این ۳ نفر را به ۵۶ روش بتواند انتخاب کند، تعداد دانش‌آموزان کلاس چند نفر بوده است؟

① ۱۰

② ۹

③ ۱۱

④ ۸

۶ - پنج پسر به‌همراه پدرانشان به چند طریق می توانند در یک ردیف کنار هم بنشینند به طوری که هر فرد بخواهد کنار پدرش باشد؟

① $۵!$

② $۳۲ \times ۵!$

③ $۱۰!$

④ $۳۲ \times ۱۰!$

۷ - در یک لیگ فوتبال ۱۵ تیم حضور دارند. در پایان این لیگ، تیم‌های اول تا سوم به چند حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟

① $\frac{۱۵!}{۱۲!}$

② $\frac{۱۵!}{۳!}$

③ $\frac{۱۵!}{۱۳!}$

④ $\frac{۱۵!}{۲!}$

۸ - مجموعهٔ $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}\}$ چند زیرمجموعهٔ ۵ عضوی دارد که شامل عضوهای a_1 و a_2، ولی فاقد عضوهای a_9 و a_{10} باشد؟

① ۲۰

② ۸

③ ۵۶

④ ۱۲۰

۹ - آرش در یک آزمون با ۶ سوال ۴ گزینه‌ای و ۴ سوال ۳ گزینه‌ای شرکت می‌کند. اگر پاسخ به سوال‌های ۳ گزینه‌ای در این آزمون الزامی باشد، آرش به چند طریق می‌تواند پاسخنامهٔ خود را پر کند؟

① $۶^{۴} \times ۴^{۳}$

② $۴^{۴} \times ۵^{۶}$

③ $۴^{۶} \times ۳^{۴}$

④ $۵^{۶} \times ۳^{۴}$

۱۰ - چند عدد ۴ رقمی طبیعی زوج با ارقام غیرتکراری و کوچک‌تر از ۶ داریم؟

① ۱۰۸

② ۱۵۶

③ ۱۸۰

④ ۲۱۶

۱۱ - اگر $(۲x - x^{۲})! = ۱$، آن‌گاه برای x چند مقدار وجود دارد؟

① ۱

② ۲

③ ۳

④ ۴

۱۲ - چند عدد سه‌رقمی داریم که رقم صدگان آن‌ها برابر مجموع ارقام یکان و دهگان آن باشد؟

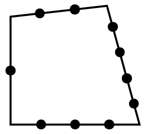
① ۵۴

② ۵۵

③ ۴۴

④ ۴۵

۱۳ - از میان ۱۰ نقطهٔ زیر، به چند طریق می‌توان ۳ رأس یک مثلث را انتخاب کرد، به‌طوری که ضلع مثلث بر هیچ‌یک از ضلع‌های چهارضلعی زیر منطبق نشود؟



① ۳۸
② ۴۲
③ ۴۴
④ ۵۰

۱۴ - می‌خواهیم شورای ۳ نفره‌ای از بین ۶ نفر سال دهمی، ۵ نفر سال یازدهمی و ۴ نفر سال دوازدهمی تشکیل دهیم، به‌طوری که حداقل ۲ نفر از آن‌ها سال یازدهمی باشند. به چند روش این کار امکان‌پذیر است؟

① ۱۰۰
② ۱۱۰
③ ۴۵
④ ۴۴

۱۵ - با حروف کلمهٔ «$compute$»، چند کلمهٔ ۷ حرفی بدون تکرار حروف می‌توان نوشت به‌طوری که حرف m بعد از o و حرف o بعد از c باشد؟

① $\frac{۷!}{۲}$
② $\frac{۷!}{۳}$
③ $\frac{۷!}{۶}$
④ $۵!$

۱۶ - از شهر A تا شهر B، ۴ راه و از شهر B تا شهر C، ۳ راه و از شهر C تا شهر D، ۲ راه وجود دارد. به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر D رفت و دوباره به شهر A برگشت به‌طوری که از هر مسیر حداکثر یک بار عبور کنیم و از تمام شهرها عبور کنیم؟

① ۹۶
② ۱۰۴
③ ۱۴۴
④ ۱۴۲

۱۷ - مقدار n در معادلهٔ $n! = 13(13! + 12!)$ کدام است؟

(۱) ۱۱
(۲) ۱۳
(۳) ۱۴
(۴) ۱۵

۱۸ - در معادلهٔ زیر، مقدار n کدام است؟

$$P(n,4) = 60C(n-2,2)$$

(۱) ۲
(۲) ۶
(۳) ۵
(۴) ۸

۱۹ - در یک گلفروشی، هشت نوع گل متفاوت وجود دارد و برای ایجاد هر دسته گل، به چهار نوع گل نیاز داریم. به چند حالت می‌توان دسته‌گلی تهیه کرد که دو نوع خاص از این گل‌ها در آن وجود نداشته باشد؟

(۱) ۸
(۲) ۱۰
(۳) ۱۲
(۴) ۱۵

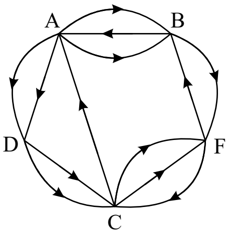
۲۰ - با حروف کلمهٔ $soran$ چند کلمهٔ سه‌حرفی می‌توان ساخت؟ (بدون تکرار حروف)

(۱) ۳۰
(۲) ۶۰
(۳) ۱۲۰
(۴) ۱۲۵

۲۱ـ با حروف {س، و، ل، د، ز، ی} چند کلمهٔ ۴حرفی می‌توان نوشت که با حرف نقطه‌دار شروع و به حرف نقطه‌دار ختم شود؟ (بدون تکرار حروف)

۱) ۲۴
۲) ۱۲
۳) ۳۶
۴) ۶

۲۲ـ با توجه به شکل زیر، به چند طریق می‌توان از A به C رفت و برگشت؟



۱) ۹
۲) ۱۸
۳) ۱۲
۴) ۱۶

۲۳ـ با حروف کلمهٔ «مغناطیس»، چند کلمهٔ ۷حرفی می‌توان نوشت که حروف «ط»، «ی» و «س» در آن کنار هم باشند؟

۱) ۱۲۰
۲) ۱۴۴۰
۳) ۳۶۰
۴) ۷۲۰

۲۴ـ با ارقام ۹، ۸، ۵، ۲، ۱، ۰ بدون تکرار ارقام چند عدد شش‌رقمی فرد می‌توان نوشت؟

۱) ۱۴۴
۲) ۷۲
۳) ۲۸۸
۴) ۳۶۰

۲۵ـ در یک جمع ۶نفره که ۲ نفر از آن‌ها زن هستند، به چند طریق می‌توان یک تیم ۳نفره تشکیل داد به‌طوری‌که حداکثر یک زن در این تیم حضور داشته باشد؟

۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۲۰
۴) ۸

۲۶ - چند عدد فرد سه‌رقمی کوچک‌تر از ۴۰۰ با ارقام ۲، ۳ و ۵ می‌توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

① ۱۲
② ۱۸
③ ۲۰
④ ۲۴

۲۷ - دو سکهٔ متفاوت و یک تاس را با هم می‌ریزیم. احتمال آنکه حداقل یکی از سکه‌ها رو بیاید، کدام است؟

① $\frac{۱}{۸}$
② $\frac{۱}{۴}$
③ $\frac{۳}{۸}$
④ $\frac{۳}{۴}$

۲۸ - چند عدد زوج سه‌رقمی وجود دارد که یکان و صدگان آن برابرند؟

① ۳۰
② ۴۰
③ ۴۵
④ ۵۰

۲۹ - یک رئیس، یک خزانه‌دار و یک منشی را که افراد مختلفی هستند از یک مجموعهٔ ۱۰ نفری که علی در آن قرار دارد، انتخاب می‌کنیم، این عمل به چند طریق امکان‌پذیر است، اگر علی نتواند خزانه‌دار یا منشی باشد؟

① ۱۲۵
② ۲۱۶
③ ۵۷۶
④ ۶۷۲

۳۰ - ۴ کتاب مختلف شیمی و ۶ کتاب مختلف ریاضی را به چند طریق می‌توان در یک قفسه قرار داد، به‌شرط آن‌که بین هر دو کتاب شیمی دقیقاً دو کتاب ریاضی قرار بگیرد؟

① $۶! \times ۴!$

② $۴! \times ۳!$

③ $(۴!)^{۲}$

④ $(۶!)^{۲}$

۳۱ - به چند طریق می‌توان ۶ حرف a، b، c، d، e و f را در کنار هم قرار داد به‌طوری که e قبل از a، b و c قرار گیرد؟

① ۲۴۰

② ۶۰

③ ۱۲۰

④ ۱۸۰

۳۲ - در معادلهٔ $\binom{۱۰۲}{x} = \binom{۱۰۲}{x^{۲} - ۳۰}$، به‌ازای چند مقدار x، می‌تواند برقرار باشد؟

① ۴

② ۳

③ ۲

④ ۱

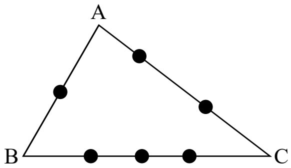
۳۳ - حاصل $\binom{۱۰}{۵} + \binom{۸}{۶} + \binom{۹}{۵} + \binom{۸}{۵}$ کدام است؟

① $\binom{۱۰}{۵}$

② $\binom{۱۱}{۵}$

③ $\binom{۱۰}{۶}$

④ $\binom{۱۱}{۷}$



۳۴- چند چهارضلعی محدب می‌توان ساخت که رئوس آن از نقاط مشخص‌شده، روی مثلث ABC باشند؟

(۱) ۱۲

(۲) ۲۴

(۳) ۱۵

(۴) ۶

۳۵- به چند طریق می‌توان ۳ کتاب مختلف ریاضی و ۴ کتاب مختلف فیزیک را در یک قفسه چید به‌طوری‌که کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند؟

(۱) $۷!$

(۲) $۳! \times ۴!$

(۳) $۳! \times ۴! \times ۲!$

(۴) $۴! \times ۲!$

۳۶- خانواده‌ای ۳ فرزند دختر و ۴ فرزند پسر دارد. در نزدیکی خانهٔ آن‌ها، ۴ مجتمع آموزشی دخترانه و ۵ مجتمع آموزشی پسرانه وجود دارد. او به چند طریق می‌تواند فرزندان خود را در مجتمع آموزشی ثبت‌نام کند به‌طوری‌که هیچ دو دخترش را در یک مجتمع آموزشی یکسان ثبت‌نام نکرده باشد؟

(۱) $۵^{۴} \times ۴^{۳}$

(۲) $۴^{۵} \times ۳^{۴}$

(۳) $۵^{۳} \times ۳!$

(۴) $۵^{۳} \times ۵!$

۳۷- با حروف کلمهٔ $SISTERS$ چند کلمهٔ ۷حرفی بدون توجه به معنا می‌توان نوشت به‌طوری‌که هیچ دو حرف Sای کنار هم نباشند؟

(۱) ۲۴۰

(۲) ۴۸۰

(۳) ۷۲۰

(۴) ۳۰۰

۳۸- با ارقام ۸ و ۷ و ۵ و ۴ و ۰ چند عدد زوج ۴رقمی بزرگ‌تر از ۵۰۰۰ با ارقام متمایز می‌توان نوشت؟

① ۳۲
② ۴۸
③ ۱۲۰
④ ۷۸

۳۹- برای شرکت در یک میهمانی ۵نفره قرار است از بین ۸ نفر دعوت به‌عمل آید. اگر ۲ نفر از این ۸ نفر باهم قهر باشند و امکان دعوت هم‌زمان آن‌ها در میهمانی نباشد دعوت مهمان‌ها به چند طریق امکان‌پذیر است؟

① ۳۰
② ۳۶
③ ۵۰
④ ۵۶

۴۰- تعداد جایگشت‌های سه حرفی انتخاب شده از حروف کلمهٔ $DENTIST$، کدام است؟

① ۶۰
② ۸۴۰
③ ۱۲۰
④ ۱۳۵

۴۱- پنج حرف از حروف کلمه‌ی $ASTRONOMY$ را با جایگشت‌های متمایز در کنار هم قرار می‌دهیم. تعداد کلمه‌هایی که هر دو O در آن‌ها موجود باشد، کدام است؟

① ۲۱۰۰
② ۶۰
③ ۲۱۰
④ ۵۴۰

۴۲- با ارقام $\{۰, ۱, ۳, ۸\}$ چند عدد چهار رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۱) ۱۲

۲) ۲۴

۳) ۱۰

۴) ۸

۴۳- در یک کیسه ۳ مهره‌ی آبی، ۴ مهره‌ی قرمز و ۳ مهره‌ی سیاه قرار دارد. به چند طریق می‌توان ۳ مهره انتخاب کرد به طوری که حداقل دو مهره سیاه باشد؟

۱) ۲۰

۲) ۲۱

۳) ۲۲

۴) ۲۴

۴۴- از تساوی $۱۲ = P(n, n-۲)$ مقدار n کدام است؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۴۵- با ارقام $۱, ۲, ۳, ۵, ۶$ چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت که بزرگ‌تر از ۳۰۰ باشد؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

۱) ۶۰

۲) ۷۵

۳) ۳۶

۴) ۱۰۸

۴۶- پنج حرف از هشت حرف کلمه‌ی $BUSINESS$ را با جایگشت‌های متمایز در کنار هم قرار می‌دهیم. تعداد گروه‌هایی که هر سه S در آن‌ها موجود باشند، کدام است؟

(۱) ۱۵۰

(۲) ۱۶۰

(۳) ۲۰۰

(۴) ۲۴۰

۴۷- به چند طریق می‌توان ۶ عدد اسباب‌بازی متمایز را بین سه بچه، با تعداد یکسان تقسیم کرد؟

(۱) ۵۴

(۲) ۶۰

(۳) ۷۲

(۴) ۹۰

پاسخنامه تشریحی

۱ ـ گزینه ۲

می‌دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد به‌طوری‌که در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار موردنظر به $m+n$ روش قابل انجام است.
اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشیم، کار موردنظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

برای مضرب ۵ بودن یکان باید صفر یا ۵ باشد.

حالت اول: یکان صفر

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۴}{} \times \frac{۳}{} \times \frac{۱}{۰} = ۳۶$$

۴

۵

حالت دوم: یکان ۵

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۴}{} \times \frac{۳}{} \times \frac{۱}{۵} = ۲۴$$

۴

بنابر اصل جمع کل کار موردنظر به $۶۰ = ۲۴ + ۳۶$ حالت قابل انجام است.

۲ ـ گزینه ۴

می‌دانیم: $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

$$\binom{۲۱}{n} = \binom{۲۱}{۳n-۳} \Rightarrow n = ۲۱ - (۳n-۳) \Rightarrow n = ۲۱ - ۳n + ۳ \Rightarrow ۴n = ۲۴ \Rightarrow n = ۶$$

۳ ـ گزینه ۲

می‌دانیم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\binom{n}{۲} = \frac{n(n-۱)}{۲}$$

$$\binom{n}{۳} = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$$

$$\binom{n}{n-۱} = \binom{n}{۱} = n$$

$$\binom{n}{n} = ۱$$

حداقل ۲ یعنی ۲ یا ۳ یا ۴:

$$\underset{\text{۲ ایرانی}}{\binom{۴}{۲}} \times \underset{\text{۳ الباقی}}{\binom{۵}{۳}} + \underset{\text{۳ ایرانی}}{\binom{۴}{۳}} \times \underset{\text{۲ الباقی}}{\binom{۵}{۲}} + \underset{\text{۴ ایرانی}}{\binom{۴}{۴}} \times \underset{\text{۱ الباقی}}{\binom{۵}{۱}}$$

$$= \frac{۴ \times ۳}{۲} \times \frac{۵ \times ۴ \times ۳}{۶} + \frac{۴ \times ۳ \times ۲}{۶} + \frac{۵ \times ۴}{۶} + ۱ \times ۵ = ۱۲ \times ۵ + ۴ \times ۱۰ + ۵ =$$

$$= ۶۰ + ۴۰ + ۵ = ۱۰۵$$

۴ ـ گزینه ۳

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شئ متمایز برابر است با $n!$

برای اینکه کتاب‌های ریاضی کنار هم باشند آن‌ها را یک کتاب در نظر گرفته و کتاب‌های فیزیک را در طرفین آن قرار می‌دهیم تا کنار هم نباشند. یعنی:

فیزیک، $\boxed{\text{ریاضی ۳، ریاضی ۲، ریاضی ۱}}$ ، فیزیک

جابه‌جایی کتاب‌های ریاضی باهم !۳ و فیزیک‌ها باهم !۲ حالت دارند که در کل $۱۲ = ۲ \times !۳$ حالت داریم.

۵ ـ گزینه ۴

می‌دانیم: انتخاب r شئ از n شئ متمایز (که ترتیب انتخاب اهمیت ندارد) را ترکیب r از n می‌نامیم و داریم:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \qquad \binom{n}{۳} = \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$$

اگر تعداد دانش‌آموزان را n فرض کنیم داریم:

$$\binom{n}{۳} = ۵۶ \Rightarrow \frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶} = ۵۶ \Rightarrow n(n-۱)(n-۲) = ۸ \times ۷ \times ۶ \Rightarrow n = ۸$$

۶ ـ گزینه ۲

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های nشئ متمایز برابر است با $n!$

هر پسر و پدرش را یک نفر در نظر می‌گیریم. بنابراین ۵ پسر و پدرانشان به !۵ حالت در کنار هم قرار می‌گیرند که هر پسر و پدر به ۲ حالت کنار هم قرار می‌گیرند. بنابراین داریم:

$$۵! \times ۲^{۵} = ۳۲ \times ۵!$$

۷ ـ گزینه ۱

می‌دانیم: انتخاب r شئ از n شئ متمایز که در آن‌ها ترتیب انتخاب اهمیت دارد را ترکیب r از n می‌نامیم و داریم:

$$P(n,r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(۱۵,۳) = \frac{۱۵!}{۱۲!}$$

۸ ـ گزینه ۱ زیرمجموعه فاقد عضوهای $a_۹$ و $a_{۱۰}$ است. پس ۲ عضو از A حذف می‌شوند.

همچنین شامل $a_۱$ و $a_۲$ است که این ۲ عضو از A و زیرمجموعه انتخابی نیز حذف می‌شوند.

۳ عضو از ۵ عضو زیرمجموعه باقی می‌مانند که باید از اعضای $a_۳, a_۴, \ldots, a_۸$ انتخاب شوند که تعداد حالات انتخابشان $\binom{۶}{۳}$ است و داریم:

$$\binom{۶}{۳} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴}{۶} = ۲۰$$

۹ ـ گزینه ۴

می‌دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد به‌طوری‌که در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار موردنظر به $m+n$ روش قابل انجام است.
اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشیم، کار موردنظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

۶ سوال ۴ گزینه‌ای: هر سوال ۵ حالت (یکی از گزینه‌ها یا بی‌جواب ماندن سوال): $۵^{۶}$

۴ سوال ۳ گزینه‌ای: هر سوال ۳ حالت (یکی از ۳ گزینه): $۳^{۴}$

بنابر اصل ضرب جواب کل مسأله برابر است با: $۵^{۶} \times ۳^{۴}$

۱۰ ـ گزینه ۲

می‌دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد بطوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم،
کل کار مورد نظر به $m+n$ روش قابل انجام است.
اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحلهٔ اول m روش و در مرحلهٔ دوم n روش داشته باشیم،
کار مورد نظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.

از آنجاییکه صفر در بین ارقام است. دو حالت را در نظر می‌گیریم:

ارقام : $\{۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵\}$

۱) یکان غیرصفر:

$$\underline{۴} \times \underline{۴} \times \underline{۳} \times \underset{\substack{۲\\۴}}{\underline{۲}} = ۹۶$$

۲) یکان صفر:

$$\underline{۵} \times \underline{۴} \times \underline{۳} \times \underset{۰}{\underline{۱}} = ۶۰$$

بنابر اصل جمع، $۱۵۶ = ۶۰ + ۹۶$ عدد ۴ رقمی زوج با ارقام غیرتکراری و کوچک‌تر از ۶ داریم.

۱۱ - گزینه ۳

می‌دانیم: $\boxed{\text{قرارداد} \quad ۰! = ۱}$

$$(۲x - x^۲)! = ۱ \Rightarrow \begin{cases} ۲x - x^۲ = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow (x-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \\ ۲x - x^۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲x = ۰ \Rightarrow x(x-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۲ \end{cases} \end{cases}$$

بنابراین ۳ مقدار برای x وجود دارد.

۱۲ - گزینه ۱

می‌دانیم: اگر کاری به دو روش قابل انجام باشد که در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار موردنظر به $m+n$ روش قابل انجام است.

رقم صدگان یک‌رقمی است. بنابراین مجموع ارقام یکان و دهگان باید یک‌رقمی باشد. بنابراین:

رقم یکان	رقم دهگان	تعداد حالت‌های ممکن
۰	$۱, ۲, \dots, ۹$	۹
۱	$۰, ۱, \dots, ۸$	۹
۲	$۰, ۱, \dots, ۷$	۸
۳	$۰, ۱, \dots, ۶$	۷
۴	$۰, ۱, \dots, ۵$	۶
۵	$۰, ۱, ۲, \dots, ۴$	۵
۶	$۰, ۱, \dots, ۳$	۴
۷	$۰, ۱, ۲$	۳
۸	$۰, ۱$	۲
۹	۰	۱

بنابراصل جمع تعداد حالت‌های انجام کار موردنظر برابر است با:

$$۹ + ۹ + ۸ + ۷ + ۶ + ۵ + ۴ + ۳ + ۲ + ۱ = ۵۴$$

۱۳ - گزینه ۴

می‌دانیم: تعداد حالت‌های انتخاب r شیٔ از n شیٔ (که ترتیب انتخاب مهم نباشد) یک ترکیب r تایی از n شیٔ متمایز نامیده می‌شود که:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\binom{n}{۱} = n$$

اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به‌طوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m+n$ حالت انجام‌پذیر است.

اگر کاری دارای شامل ۲ مرحله باشد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m حالت و در مرحلهٔ دوم n حالت داشته باشیم، کار مورد نظر به $m \times n$ حالت قابل انجام است.

۳ نقطه باید انتخاب شوند به‌طوریکه از هر ۴ ضلعی بیش از یک نقطه انتخاب نشود.

$$\binom{۱}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱} + \binom{۱}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۴}{۱} + \binom{۱}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱} + \binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}$$

$$= ۱ \times ۲ \times ۳ + ۱ \times ۲ \times ۴ + ۱ \times ۳ \times ۴ + ۲ \times ۳ \times ۴ = ۶ + ۸ + ۱۲ + ۲۴ = ۵۰$$

۱۴ - گزینه ۲

می‌دانیم:

> اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به‌طوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم،
> کل کار مورد نظر به $m+n$ حالت انجام‌پذیر است.
> اگر کاری دارای شامل ۲ مرحله باشد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m حالت و در مرحلهٔ دوم n حالت داشته باشیم،
> کار مورد نظر به $m\times n$ حالت قابل انجام است.
> تعداد حالت‌های انتخاب r شئ از n شئ که ترتیب انتخاب مهم نباشد یک ترکیب r تایی از n شئ متمایز نامیده می‌شود که:
> $$\binom{n}{r}=\frac{n!}{(n-r)!r!}$$
> $$\binom{n}{۱}=n$$
> $$\binom{n}{۲}=\frac{n(n-۱)}{۲}$$
> $$\binom{n}{۳}=\frac{n(n-۱)(n-۲)}{۶}$$

حداقل ۲ یعنی: ۲ یا ۳

$$\underbrace{\binom{۵}{۲}}_{\text{۲ نفر یازدهم}}\underbrace{\binom{۱۰}{۱}}_{\text{۱ نفر الباقی}}\overset{\text{یا}}{\uparrow}{+}\underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{۳ نفر یازدهم}}=\frac{۵\times۴}{۲}\times۱۰+\frac{۵\times۴\times۳}{۶}=۱۰۰+۱۰=۱۱۰$$

۱۵ - گزینه ۳

می‌دانیم:

> تعداد جایگشت‌های n شئ متمایز برابر است با: $n!$

قرار است m بعد از o و o بعد از c بیاید. اگر گفته می‌شد بلافاصله بعد از هم بیایند c,o,m را یک بسته می‌کردیم و جایگشت حساب می‌کردیم. ولی فقط گفته شده است، بعد از هم بیایند، در این حالت ابتدا کل جایگشت‌ها را حساب می‌کنیم یعنی $۷!$. حال حروف موردنظر ما m و o و c هستند که $۳!$ جایگشت دارند، یعنی ۶ حالت. پس از این $۷!$ جایگشت، به هر حالت از ۶ حالت حروف c,o,m تعداد $\frac{۷!}{۶}$ حالت تعلق می‌گیرد. در بین این ۶ حالت، یکی مطلوب است و آن هم زمانی که m بعد o و o بعد c قرار بگیرد، پس تعداد کل حالات مطلوب برابر است با:

$$\frac{۷!}{۶}\times۱=\frac{۷!}{۶}$$

۱۶ - گزینه ۳

می‌دانیم:

> اگر کاری را بتوان به دو روش انجام داد به‌طوریکه در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم،
> کل کار مورد نظر به $m+n$ حالت انجام‌پذیر است.
> اگر کاری دارای شامل ۲ مرحله باشد به‌طوریکه در مرحلهٔ اول m حالت و در مرحلهٔ دوم n حالت داشته باشیم،
> کار مورد نظر به $m\times n$ حالت قابل انجام است.

برای رفتن از A به B، ۴ حالت و از B به C، ۳ حالت و از C به D، ۲ حالت داریم که طبق اصل ضرب $۴\times۳\times۲=۲۴$ حالت برای رفتن داریم.
در مسیر برگشت از هر یک از مسیرهای رفت که آمده باشیم نمی‌توانیم برگردیم بنابراین برای برگشت از D به C، ۱ حالت و از C به B، ۲ حالت و از B به A، ۳ حالت داریم که بنابر اصل ضرب برای برگشت $۳\times۲\times۱=۶$ حالت داریم.
که در مجموع برای رفت و برگشت طبق اصل ضرب $۲۴\times۶=۱۴۴$ حالت داریم.

۱۷ - گزینه ۳ می‌دانیم: $n!=n(n-۱)!$

$$۱۳(۱۳!+۱۲!)=۱۳(۱۳\times۱۲!+۱۲!)=۱۳\times۱۲!(۱۳+۱)=۱۲!\times۱۳\times۱۴=۱۴!\Rightarrow n=۱۴$$

۱۸ - گزینه ۲ می‌دانیم: $C(n,r)=\frac{n!}{r!(n-r)!}\ ,\ P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!}$

$$\frac{n!}{(n-۴)!}=۶۰\times\frac{(n-۲)!}{(n-۴)!\times۲!}\Rightarrow n!=۳۰(n-۲)!$$

$$\Rightarrow n(n-۱)(n-۲)!=۳۰(n-۲)!\Rightarrow n(n-۱)=۳۰\Rightarrow n^۲-n-۳۰=۰$$

$$\Rightarrow(n-۶)(n+۵)=۰\Rightarrow\begin{cases}n=۶\\ n=-۵\ \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}$$

۱۹ - گزینه ۴ می‌دانیم:

> تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به‌دست می‌آید.

آن دو نوع گل خاص را از ۸ نوع گل حذف می‌کنیم. حال باید ۴ نوع گل را از ۶ نوع باقی‌مانده انتخاب کنیم:

$$\binom{۶}{۴} = \frac{۶!}{۴! \times ۲!} = \frac{۶ \times ۵}{۲} = ۱۵$$

۲۰ - گزینه ۲

با ۵ حرف مذکور، به این ترتیب می‌توان کلمات ۳حرفی با حروف متمایز ساخت:

$$\underline{۵} \times \underline{۴} \times \underline{۳} = ۶۰$$

۲۱ - گزینه ۲ می‌دانیم:

> تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به‌دست می‌آید.

کلمهٔ مذکور باید با «ی» آغاز شود و به «ز» ختم شود:

$$\underset{\text{ی}}{\underline{\quad}} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underset{\text{ز}}{\underline{\quad}}$$

برای دو جایگاه میانی باید از ۴ حرف باقی‌مانده ۲ تا را انتخاب کنیم و به !۲ حالت بچینیم، پس:

$$\text{تعداد کلمات} = \binom{۴}{۲} \times ۲! = \frac{۴!}{۲! \times ۲!} \times ۲! = ۱۲$$

دقت کنید که حرف «ی» اگر در ابتدا و وسط کلمه ظاهر شود، نقطه‌دار است.

۲۲ - گزینه ۲ مسیر حرکت از A به C به یکی از دو صورت زیر است:

$$A \longrightarrow C : \begin{cases} A \to B \to F \to C \Rightarrow ۲ \times ۱ \times ۱ = ۲ \\ A \to D \to C \Rightarrow ۲ \times ۲ = ۴ \end{cases} \Rightarrow ۲ + ۴ = ۶$$

و مسیرهای برگشت هم عبارت‌اند از:

$$C \longrightarrow A : \begin{cases} C \to A : ۱ \\ C \to F \to B \to A : ۲ \times ۱ \times ۱ = ۲ \end{cases} \Rightarrow ۱ + ۲ = ۳$$

و تعداد کل حالات طبق اصل ضرب برابر با $۱۸ = ۶ \times ۳$ است.

۲۳ - گزینه ۴ حروف «ط» و «ی» و «س» را به هم وصل می‌کنیم:

$$\boxed{\text{ط، ی، س}} , \boxed{\text{ا}} , \boxed{\text{ن}} , \boxed{\text{غ}} , \boxed{\text{م}}$$

این ۵ شیء به !۵ حالت در کنار هم ظاهر می‌شوند. از طرفی «ط» و «ی» و «س» هم به‌اندازهٔ !۳ حالت، جایگشت دارند، پس:

$$۵! \times ۳! = ۱۲۰ \times ۶ = ۷۲۰$$

۲۴ - گزینه ۳ عدد ۶رقمی مطلوب، به‌صورت زیر است:

$$\underset{\substack{\text{همه به‌جز} \\ \text{صفر و یکان}}}{\underline{۴}} \times \underbrace{\underline{۴} \times \underline{۳} \times \underline{۲} \times \underline{۱}}_{\text{بقیه}} \times \underset{\text{۱ یا ۵ یا ۹}}{\underline{۳}} = ۲۸۸$$

۲۵ - گزینه ۲ می‌دانیم:

> تعداد حالات انتخاب r شیء از n شیء متمایز از رابطه $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ به‌دست می‌آید.

$$n\left(\text{حداکثر یک زن}\right) = n\left(\text{هیچ زن}\right) + n\left(\text{۱ زن}\right)$$

$$= \underset{\text{۳ مرد}}{\binom{۴}{۳}} + \underset{\text{۱ زن}}{\binom{۲}{۱}} \times \underset{\text{۲ مرد}}{\binom{۴}{۲}} = ۴ + ۲ \times ۶ = ۴ + ۱۲ = ۱۶$$

۲۶ - گزینه ۱ عدد مطلوب به‌صورت زیر است:

$$\underset{\text{۲ یا ۳}}{\underline{۲}} \times \underline{۳} \times \underset{\text{۳ یا ۵}}{\underline{۲}} = ۱۲$$

۲۷ - گزینه ۴

$$n(S) = \overbrace{۲ \times ۲}^{\text{دو سکه}} \times \overbrace{۶}^{\text{تاس}} = ۲۴$$

$$n\left(\text{حداقل یک سکه رو بیاید.}\right) = n(S) - n\left(\text{هیچ سکه‌ای رو نیاید.}\right) = ۲۴ - \overset{\text{پشت}}{۱} \times \overset{\text{پشت}}{۱} \times \overset{\text{تاس}}{۶} = ۱۸$$

$$\Rightarrow P\left(\text{حداقل ۱ سکه رو بیاید}\right) = \frac{۱۸}{۲۴} = \frac{۳}{۴}$$

۲۸ - گزینه ۲ عدد مطلوب به‌صورت زیر است:

$$40=\underset{\text{همهٔ زوج‌ها به‌جز صفر}}{\underline{4}}\times\underset{\text{همه}}{\underline{10}}\times\underset{\text{مثل یکان}}{\underline{1}}$$

۲۹ - گزینه ۳ می‌دانیم:

$\boxed{\text{تعداد حالات انتخاب } r \text{ شیء از } n \text{ شیء متمایز از رابطهٔ } \binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ به‌دست می‌آید.}}$

کل حالات:

علی انتخاب نشود: $\overset{\text{3 نفر از 9 نفر باقی مانده}}{\binom{9}{3}}\times\overset{\text{جایگشت 3 نفر}}{3!}=\frac{9!}{3!\times 6!}\times 3!=9\times 8\times 7=504$

علی انتخاب شود: $\underset{\text{2 نفر از 9 نفر}}{\binom{9}{2}}\times\underset{\text{جایگشت 2 نفر}}{2!}=\frac{9!}{2!\times 7!}\times 2!=9\times 8=72$

$\Rightarrow$ مجموع حالات $=504+72=576$

دقت کنید که اگر علی انتخاب شود، حتماً باید رئیس باشد، ولی دو نفر دیگر می‌توانند در سمت‌های دیگر جابه‌جا شوند.

۳۰ - گزینه ۱ کتاب‌ها به‌صورت زیر در قفسه قرار گیرند:

$\boxed{\text{شیمی}}$، ریاضی، ریاضی، $\boxed{\text{شیمی}}$، ریاضی، ریاضی، $\boxed{\text{شیمی}}$، ریاضی، ریاضی، $\boxed{\text{شیمی}}$

تعداد حالات $=\underset{\text{شیمی}}{4!}\times\underset{\text{ریاضی}}{6!}$

۳۱ - گزینه ۴

تعداد حالات $=\underset{\text{انتخاب ۴ جایگاه برای قرار گرفتن } e,c,b,a}{\binom{6}{4}}\times\underset{e \text{ در جایگاه اول و } c,b,a \text{ در سه جایگاه باقی‌مانده}}{3!}\times\underset{\text{جایگشت دو حرف باقی‌مانده}}{2!}=15\times 6\times 2=180$

۳۲ - گزینه ۳ می‌دانیم: $\boxed{\binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}}$

$$\binom{102}{x^2-30}=\binom{102}{x}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x^2-30=x\Rightarrow x^2-x-30=0\Rightarrow (x-6)(x+5)=0\Rightarrow\begin{cases}x=6 & \text{ق‌ق}\\ x=-5 & \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}\\[2ex] x^2-30=102-x\Rightarrow x^2+x-132=0\Rightarrow (x-11)(x+12)=0\Rightarrow\begin{cases}x=11 & \text{ق‌ق}\\ x=-12 & \text{غ‌ق‌ق}\end{cases}\end{cases}$$

۳۳ - گزینه ۲ می‌دانیم: $\boxed{\begin{array}{c}\binom{n}{r}+\binom{n}{r+1}=\binom{n+1}{r+1}\\ \binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}\end{array}}$

$$\binom{8}{5}+\binom{9}{5}+\binom{8}{6}+\binom{10}{5}=\binom{9}{6}+\binom{9}{5}+\binom{10}{5}=\binom{10}{6}+\binom{10}{5}=\binom{11}{6}=\binom{11}{5}$$

۳۴ - گزینه ۱ می‌دانیم:

$\boxed{\text{تعداد حالات انتخاب } r \text{ شیء از } n \text{ شیء متمایز از رابطهٔ } \binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ به‌دست می‌آید.}}$

حالات ممکن:

- یک رأس روی AB ، دو رأس روی AC و یک رأس روی BC : $\binom{1}{1}\times\binom{2}{2}\times\binom{3}{1}=1\times1\times3=3$
- یک رأس روی AB ، یک رأس روی AC و دو رأس روی BC : $\binom{1}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{3}{2}=1\times2\times3=6$
- دو رأس روی AC و دو رأس روی BC : $\binom{2}{2}\times\binom{3}{2}=1\times3=3$

$\text{مجموع}=۳+۶+۳=۱۲$

۳۵ - گزینه ۳ کتاب‌ها باید به‌صورت زیر قرار گیرند:

$\boxed{\text{۴ کتاب فیزیک}}$ و $\boxed{\text{۳ کتاب ریاضی}}$

$\Rightarrow \text{تعداد حالات}=\underbrace{۳!}_{\text{جایگشت کتاب‌های ریاضی}}\times\underbrace{۴!}_{\text{جایگشت کتاب‌های فیزیک}}\times\underbrace{۲!}_{\text{جابه‌جایی گروه ریاضی با فیزیک}}$

۳۶ - گزینه ۴

$\text{تعداد حالات}=\underbrace{۵^۴}_{\text{هر پسر ۵ انتخاب دارد.}}\times\underbrace{۴}_{\text{انتخاب‌های اولین دختر}}\times\underbrace{۳}_{\text{انتخاب‌های دومین دختر}}\times\underbrace{۲}_{\text{انتخاب‌های سومین دختر}}=۵^۳\times\underbrace{۵\times۴\times۳\times۲}_{۵!}=۵^۳\times۵!$

۳۷ - گزینه ۱ می‌دانیم:

$\boxed{\text{تعداد حالات انتخاب } r \text{ شیء از } n \text{ شیء متمایز از رابطه } \binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ به‌دست می‌آید.}}$

اگر حروف R, E, T, I را بچینیم، Sها باید در مکان‌های قرار $\vee$ گیرند:

$\vee\ R\ \vee\ E\ \vee\ T\ \vee\ I\ \vee$

$\Rightarrow \text{تعداد حالات}=\underbrace{۴!}_{\text{جایگشت } I,T,E,R}\times\underbrace{\binom{۵}{۳}}_{\text{انتخاب ۳ مکان برای قرار گرفتن } S \text{ ها}}=۲۴\times۱۰=۲۴۰$

دقت کنید که چون Sها مشابهند، برای آن‌ها جایگشت نمی‌نویسیم.

۳۸ - گزینه ۲ برای نوشتن اعداد بزرگ‌تر از ۵۰۰۰، رقم یکان هزار باید ۵ یا ۷ یا ۸ باشد. برای زوج بودن اعداد داریم:

حالات ممکن:

- $\frac{3}{\text{5 یا 7 یا 8}}\times\underbrace{\frac{3}{}\times\frac{2}{}}_{\text{بقیه}}\times\frac{1}{\text{صفر}}=18$
- $\frac{2}{\text{5 یا 7}}\times\underbrace{\frac{3}{}\times\frac{2}{}}_{\text{بقیه}}\times\frac{1}{8}=12$
- $\frac{3}{\text{5 یا 7 یا 8}}\times\underbrace{\frac{3}{}\times\frac{2}{}}_{\text{بقیه}}\times\frac{1}{4}=18$

طبق اصل جمع داریم:

$\Rightarrow \text{مجموع}=۱۸+۱۲+۱۸=۴۸$

۳۹ - گزینه ۲ می‌دانیم:

$\boxed{\text{تعداد حالات انتخاب } r \text{ شیء از } n \text{ شیء متمایز از رابطه } \binom{n}{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ به‌دست می‌آید.}}$

حالات ممکن:

- هیچ یک از دو نفر دعوت نشوند : $\binom{8-2}{5} = \binom{6}{5} = 6$
- فقط نفر اول دعوت شود : $\binom{8-2}{5-1} = \binom{6}{4} = \frac{6\,!}{4\,!\times 2\,!} = \frac{5\times 6}{2} = 15$
- فقط نفر دوم دعوت شود : $\binom{8-2}{5-1} = \binom{6}{4} = 15$

$\Rightarrow$ مجموع حالات $= ۶ + ۱۵ + ۱۵ = ۳۶$

۴۰ - گزینه ۴ دو حالت برای جایگشت‌ها در نظر می‌گیریم. اگر در جایگشت دو حرف تکراری T وجود داشته باشند که در این حالت حرف سوم جایگشت، در جایگاه اول یا دوم یا سوم قرار دارد، بنابراین ۵ حرف دیگر با دو حرف T، $۱۵ = ۳ \times ۵$ جایگشت دارند. در حالتی که سه حرف جایگشت، غیرتکراری باشند، تعداد جایگشت‌ها برابر است با: $۶ \times ۵ \times ۴ = ۱۲۰$

بنابراین تعداد کل جایگشت‌های سه حرفی برابر است با: $۱۵ + ۱۲۰ = ۱۳۵$

۴۱ - گزینه ۱ اگر دو حرف O انتخاب شود، باید سه حرف از هفت حرف باقی‌مانده به $\binom{۷}{۳} = ۳۵$ طریق انتخاب کرد. دو حرف O و سه حرف دیگر به $\frac{۵!}{۲!} = ۶۰$ طریق جایگشت دارند.

بنابراین تعداد کلمه‌هایی که ۲ حرف O در آن‌ها باشد، $۶۰ \times ۳۵ = ۲۱۰۰$ است.

۴۲ - گزینه ۴ در خانهٔ یکان یا رقم ۳ یا ۱ می‌تواند قرار گیرد. پس دو حالت داریم، در خانهٔ هزارگان رقم صفر نمی‌تواند قرار گیرد و یک رقم هم برای خانهٔ یکان انتخاب کرده‌ایم پس دو حالت خواهیم داشت، بنابراین داریم:

هزارگان	صدگان	دهگان	یکان	
$\boxed{۲}$	$\boxed{۲}$	$\boxed{۱}$	$\boxed{۲}$	$= ۲ \times ۲ \times ۱ \times ۲ = ۸$

۴۳ - گزینه ۳

از ترکیب استفاده می‌کنیم:

دو مهره سیاه باشد : $\binom{۳}{۲} \times \binom{۷}{۱} = ۳ \times ۷ = ۲۱$

سه مهره سیاه باشد : $\binom{۳}{۳} \times \binom{۷}{۰} = ۱ \times ۱ = ۱$

$\Rightarrow ۲۱ + ۱ = ۲۲$

۴۴ - گزینه ۲ طبق فرض داریم:

$$P(n, n-۲) = ۱۲ \Rightarrow \frac{n!}{(n-(n-۲))!} = ۱۲$$

$$\frac{n!}{۲!} = ۱۲ \Rightarrow n! = ۱۲ \times ۲ \times ۱ \Rightarrow n! = (۴ \times ۳) \times ۲ \times ۱ \Rightarrow n! = ۴! \Rightarrow n = ۴$$

۴۵ - گزینه ۲ رقم صدگان باید یکی از سه رقم ۳، ۵ و ۶ باشد. رقم دهگان و یکان هر یک از پنج رقم داده شده می‌تواند باشد.

$\underline{۳} \times \underline{۵} \times \underline{۵} = ۷۵$

۴۶ - گزینه ۳ تعداد جایگشت‌های ۵ حرفی از حروف $BUSINESS$ را می‌خواهیم که شامل ۳ حرف S باشند، پس ابتدا باید دو حرف دیگر از حروف B, U, I, N, E را انتخاب کرده و سپس این دو حرف را با سه حرف S جایگشت دهیم، بنابراین تعداد جایگشت‌های متمایز مطلوب برابر است با:

$$\underbrace{\binom{۵}{۲}}_{\text{انتخاب دو حرف غیر از } S} \times \frac{\overbrace{۵!}^{\text{جایگشت ۵ حرف حاصل}}}{\underbrace{۳!}_{\text{جایگشت ۳ حرف } S \text{ تکراری}}} = ۱۰ \times ۲۰ = ۲۰۰$$

۴۷ - گزینه ۴ برای آن که به بچه‌ها تعداد مساوی اسباب‌بازی برسد باید به هر بچه ۲ عدد اسباب‌بازی بدهیم. برای بچه‌ی اول کافیست ۲ اسباب‌بازی از ۶ اسباب‌بازی انتخاب کنیم $C(۶,۲)$ و بدهیم.

برای بچه‌ی دوم ۲ اسباب‌بازی از ۴ اسباب‌بازی باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم $C(۴,۲)$ و در نهایت ۲ اسباب‌بازی باقی‌مانده را برای بچه‌ی سوم انتخاب می‌کنیم .

$$C(۶,۲) = \frac{۶!}{۲!۴!} = \frac{۶ \times ۵ \times ۴!}{۲ \times ۴!} = ۱۵$$

$$C(۴,۲) = \frac{۴!}{۲!۲!} = \frac{۴ \times ۳ \times ۲!}{۲ \times ۲!} = ۶$$

$$C(۲,۲) = \frac{۲!}{۲!۰!} = ۱$$

بنا بر اصل ضرب داریم:

$$C(۶,۲) \times C(۴,۲) \times C(۲,۲) = ۱۵ \times ۶ \times ۱ = ۹۰$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۸ - ۱	۱۵ - ۳	۲۲ - ۲	۲۹ - ۳	۳۶ - ۴	۴۳ - ۳
۲ - ۴	۹ - ۴	۱۶ - ۳	۲۳ - ۴	۳۰ - ۱	۳۷ - ۱	۴۴ - ۲
۳ - ۲	۱۰ - ۲	۱۷ - ۳	۲۴ - ۳	۳۱ - ۴	۳۸ - ۲	۴۵ - ۲
۴ - ۳	۱۱ - ۳	۱۸ - ۲	۲۵ - ۲	۳۲ - ۳	۳۹ - ۲	۴۶ - ۳
۵ - ۴	۱۲ - ۱	۱۹ - ۴	۲۶ - ۱	۳۳ - ۲	۴۰ - ۴	۴۷ - ۴
۶ - ۲	۱۳ - ۴	۲۰ - ۲	۲۷ - ۴	۳۴ - ۱	۴۱ - ۱	
۷ - ۱	۱۴ - ۲	۲۱ - ۲	۲۸ - ۲	۳۵ - ۳	۴۲ - ۴	