



علی هاشمی

نام آزمون: شمارش بدون شمردن

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- با حروف کلمه‌ی *improve* چند کلمه‌ی هفت حرفی بدون توجه به معنی کلمه می‌توان نوشت که با حرف *i* شروع شده و حروف کلمه *pro* در کنار

هم باشند؟

① ۱۴۴

② ۴۲۰

③ ۵۷۶

④ ۳۶

۲- در یک کنفرانس بین‌المللی افرادی از ایران و ۵ کشور دیگر حضور دارند. از هر کشور ۳ نفر اما از ایران ۴ نفر دعوت هستند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر را برای سخنرانی انتخاب کرد طوری که هیچ دو نفر سخنران ملیت یکسان نداشته و یکی از آنها ایرانی باشد؟

① ۳۶۰

② ۹۶۹

③ ۴۲۰

④ ۱۲۰

۳- جواب کدام گزینه $\binom{4}{2} \times \binom{5}{3}$ است؟

① تعداد اعداد ۵ رقمی که با استفاده از اعضای مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 8, 9\}$ بدون تکرار ارقام می‌توان ساخت به طوری که ۲ رقم زوج و ۳ رقم فرد داشته باشد.

② انتخاب مجموعه‌ای دو عضوی از اعداد اول یک رقمی یا انتخاب مجموعه‌ی سه عضوی از اعداد فرد یک رقمی.

③ انتخاب یک کد ۵ حرفی شامل ۳ حرف از مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e\}$ و ۲ حرف از مجموعه‌ی $\{A, B, C, D\}$ بدون تکرار حرف

④ انتخاب ۳ عضو از مجموعه‌ی اعداد فرد یک رقمی و انتخاب ۲ عضو از مجموعه‌ی اعداد زوج طبیعی یک رقمی

۴- چند جایگشت (۶ حرفی) از حروف a, b, c, d, e, f وجود دارد به طوری که حروف a, b, c همواره کنار هم و حروف d, f نیز همواره کنار هم باشند؟

① ۷۲

② ۳۶

③ ۱۲

④ ۶



۵- با حروف کلمه (سرازمی) چند کلمه هفت حرفی و بدون توجه به معنا، می توان نوشت به طوری که حرف «س» اول بیاید؟

۱) ۱۲۰

۲) ۱۸۰

۳) ۳۶۰

۴) ۲۲۰

۶- چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۵۰۰ وجود دارد که مجموع ارقام یکان و دهگان آنها ۸ باشد؟

۱) ۴۰

۲) ۵۶

۳) ۲۰

۴) ۴۵

۷- در یک منطقه آموزش و پرورش، ۳ ناحیه و در هر یک از این ناحیه ها، ۸ مدرسه دوره دوم متوسطه و در هریک از این مدارس، ۶ کلاس دهم وجود دارد. در این منطقه چند کلاس دهم وجود دارد؟

۱) ۱۴۴

۲) ۷۲

۳) ۹۶

۴) ۴۸

۸- کدام گزینه نادرست است؟

۱) $\frac{n!}{(n-2)!} = n^2 - n \quad (n > 2)$

۲) $0! = 1!$

۳) $4! \times 2 = 8!$

۴) $2! \times 2! \times 3! = 4!$

۹- با حروف I, R, A, N, O, H, M چند کلمه ۵ حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت که با O آغاز و به M ختم شود؟

۱) $P(7, 3)$

۲) $P(5, 3)$

۳) $P(7, 5)$

۴) $P(5, 5)$



۱۰- به چند طریق ۴ دانش آموز و ۳ معلم می توانند برای گرفتن عکس یادگاری کنار هم بایستند. به طوری که معلم ها کنار هم باشند؟

① $4! \times 4!$

② $3! \times 5!$

③ $7! \times 3!$

④ $2! \times 4! \times 3!$

۱۱- با استفاده از ۴ رنگ قرمز، سبز، زرد و آبی به چند طریق می توان پنج خانه کنار هم را که در یک ردیف قرار گرفته اند، رنگ کرد؛ به طوری که خانه های مجاور هم رنگ نباشند؟

① ۵۷۶

② ۳۲۴

③ ۱۰۲۴

④ ۲۴۳

۱۲- با حروف A, B, C و D چند کلمه حداکثر چهار حرفی می توان ساخت به طوری که تکرار حروف مجاز نباشند؟

① ۲۴

② ۴۸

③ ۶۰

④ ۶۴

۱۳- با ارقام ۱، ۲، ۳، ۵، ۳ اعداد رقمی نوشته ایم، تعداد حالت هایی که تکرار ارقام مجاز است، چقدر بیش تر از تعداد حالاتی است که تکرار ارقام مجاز نیست؟

① ۵۸

② ۴۰

③ ۴۸

④ ۳۶



۱۴- به چند طریق می‌توان ۳ کتاب متمایز را بین ۵ نفر تقسیم کرد، به طوری که به هر نفر بیش از یک کتاب نرسد؟

۱) 3^5

۲) 5^3

۳) ۶۰

۴) ۱۲۰

۱۵- به چند طریق می‌توان یک رمز ۳ رقمی با ارقام ۱ تا ۹ ساخت به طوری که ارقام یکی در میان زوج و فرد باشند؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

۱) ۱۴۰

۲) ۱۸۰

۳) ۲۰۰

۴) ۲۵۰

۱۶- ساده‌شده عبارت $\frac{11 \times (12! + 11!)}{12! - 11!}$ کدام است؟

۱) ۱۳

۲) ۱۱

۳) 11×13

۴) $11 \times 13!$

۱۷- تعدادی دبیر ریاضی داریم که تمام آن‌ها توانایی تدریس درس‌های آمار، ریاضی و هندسه را دارند. اگر معاون یک مدرسه بخواهد برای انتخاب دبیر دروس آمار، ریاضی و هندسه از بین این دبیران، برای هر درس دبیر متفاوت انتخاب کند، ۱۲۰ حالت دارد. تعداد این دبیران چند نفر است؟

۱) ۷

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۴

۱۸- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و بدون تکرار ارقام، چند عدد چهاررقمی زوج بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ می‌توان نوشت؟

۱) ۹۶

۲) ۷۲

۳) ۴۸

۴) ۶۰



۱۹- محمد و علی به همراه ۳ دوست دیگرشان در صف نانوایی ایستاده‌اند. علی به رسم ادب هیچ‌گاه جلوتر از محمد نان نمی‌خرد. این افراد به چند طریق می‌توانند در صف نانوایی پشت سر هم بایستند؟

- ۱۵ (۱)
- ۳۰ (۲)
- ۶۰ (۳)
- ۱۲۰ (۴)

۲۰- با ۷ نقطه A, B, C, D, E, F و G روی محیط یک دایره چند مثلث مختلف می‌توان ساخت که رئوس آن‌ها از این ۷ نقطه انتخاب شده باشند؟

- ۲۱۰ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۱۰۵ (۳)
- ۳۵ (۴)

۲۱- در جعبه‌ای ۴ مهره قرمز متمایز و ۳ مهره آبی متمایز موجود است. اگر به تصادف از این جعبه ۴ مهره خارج کنیم، پیشامد آن‌که «۲ مهره قرمز و ۲ مهره آبی باشد» چند عضو دارد؟

- ۱۲ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۷ (۳)
- ۴ (۴)

۲۲- چه تعداد از زیرمجموعه‌های مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ دارای ۲ عضو a و b هستند؟

- ۸ (۱)
- ۲ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۴ (۴)



۲۳- حاصل عبارت $\binom{22}{6} - \binom{22}{14} - \binom{22}{8} + \binom{22}{16}$ کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۷۳۱۵
- ۳) ۴۶۲
- ۴) صفر

۲۴- یک آزمون تستی شامل ۱۰ سؤال ۴ گزینه‌ای و ۳ سؤال ۲ گزینه‌ای است. اگر فردی بخواهد به طور تصادفی به همه سؤالات پاسخ بدهد، به چند روش می‌تواند این کار را انجام بدهد؟ (امکان پاسخ ندادن به هیچ سؤالی وجود ندارد.)

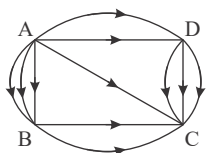
- ۱) $10^4 \times 3^2$
- ۲) $4^{10} \times 2^3$
- ۳) $10^4 \times 2^3$
- ۴) $4^{10} \times 3^2$

۲۵- با ارقام $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ چند عدد ۳ رقمی می‌توان نوشت که مضرب ۵ باشند؟ (تکرار ارقام مجاز نیست.)

- ۱) ۳۰
- ۲) ۲۴
- ۳) ۲۰
- ۴) ۲۵

۲۶- می‌خواهیم از بین تعدادی کتاب مختلف، ۳ کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم. اگر تعداد همه حالت‌های مختلف برای این کار برابر ۲۱۰ باشد، تعداد کتاب‌ها کدام است؟

- ۱) ۵
- ۲) ۶
- ۳) ۷
- ۴) ۸



۲۷- با توجه به شکل زیر، به چند طریق می‌توان از A به C رفت؟ (مسیرها یک‌طرفه هستند).

- ① ۳
- ② ۱۲
- ③ ۱۳
- ④ ۳۶

۲۸- با ارقام صفر، ۱، ۲، ۳، ۶ و ۷ و بدون تکرار ارقام، چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت به‌طوری که حتماً شامل ۲ باشد؟

- ① ۵۲
- ② ۴۸
- ③ ۴۴
- ④ ۳۶

۲۹- با حروف کلمه *ASSIST* چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت به‌طوری که همواره S ها پشت سر هم باشند؟

- ① ۱۸
- ② ۲۴
- ③ ۳۶
- ④ ۴۸

۳۰- در کدام گزینه ترتیب قرار گرفتن اشیا اهمیت ندارد؟

- ① انتخاب دفاع چپ، راست و وسط از بین ۷ مدافعی که همگی توانایی بازی در تمام حالت‌های دفاعی را دارند.
- ② ساختن کلمه ۳ حرفی به کمک حروف کلمه «موفق» و بدون تکرار حروف
- ③ حداقل ۲ بار «رو» آمدن یک سکه در ۳ پرتاب متوالی آن
- ④ انتخاب یک دسته گل با ۳ شاخه گل از بین ۵ شاخه گل رز، مریم، میخک، شب بو و گلایل



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ سه حرف کلمه‌ی *pro* را به عنوان یک بسته در نظر می‌گیریم و کلمه‌ی ۵ حرفی زیر را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 1 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 3 = 72$$

↓
تعداد حالات قرار گرفتن حروف در بسته *pro*

حروف باقیمانده

۲ - گزینه ۱ مسئله را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

(انتخاب ۱ نفر از کشور خارجی ب) و (انتخاب ۱ نفر از کشور خارجی الف) و (انتخاب ۲ کشور از ۵ کشور خارجی) و (انتخاب یک نفر ایرانی از بین ۴ نفر ایرانی)

$$\Rightarrow \text{تعداد حالات} = \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times \frac{5!}{2!1!} = 4 \times \frac{5!}{2!1!} \times 3 \times 3 = 4 \times 10 \times 3 \times 3 = 360$$

۱ - تعداد حالات انتخاب r شی از n شیء متمایز برابر است با:

$$\binom{n}{r} = n - r$$

۳ - گزینه ۴ هر گزینه را بررسی می‌کنم:

گزینه‌ی «۱»: انتخاب ارقام مورد نظر برابر $\binom{5}{3} \times \binom{4}{2}$ حالت دارد اما جایگشت ۵ رقم انتخاب شده برابر ۵! است که جواب $\binom{5}{3} \times \binom{4}{2} \times 5!$ می‌شود.

گزینه‌ی «۲»: مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی به صورت $\{2, 3, 5, 7\}$ است که انتخاب دو تای آن‌ها $\binom{4}{2}$ حالت دارد. همچنین مجموعه‌ی اعداد فرد یک رقمی به صورت $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ است که برای انتخاب ۳ عدد از آن‌ها $\binom{5}{3}$ حالت داریم. چون در صورت سوال، بین انتخاب‌ها از کلمه‌ی «یا» استفاده شده است پس طبق اصل جمع جواب $\binom{5}{3} + \binom{4}{2}$ می‌شود.

گزینه‌ی «۳»: انتخاب حروف مورد نظر برابر $\binom{5}{3} \times \binom{4}{2}$ است اما جایگشت حروف برابر ۵! است که جواب $\binom{5}{3} \times \binom{4}{2} \times 5!$ می‌شود.

گزینه‌ی «۴»: انتخاب سه عضو از $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ ، $\{2, 4, 6, 8\}$ ، حالت دارد و انتخاب دو عضو از $\{2, 4, 6, 8\}$ ، حالت دارد که طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها $\binom{5}{3} \times \binom{4}{2}$ است.

۴ - گزینه ۱ سه حرف a, b, c را در بسته‌ی (۱) در کنار هم فرض می‌کنیم. این حروف در داخل بسته‌ی (۱) به ۳! حالت جایگشت دارند. همچنین حروف d, f را در بسته‌ی (۲) در کنار هم قرار می‌دهیم. این دو حرف نیز در داخل بسته‌ی (۲) به ۲! حالت جایگشت دارند. حرف که باقی مانده است به همراه بسته‌های (۱) و (۲)، سه شیء را تشکیل می‌دهند که باهم ۳! جایگشت دارند. در نهایت طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\left. \begin{array}{l} \text{حالت } 6 = 3! \Rightarrow \boxed{a,b,c} \boxed{d,f} \boxed{e} \\ \text{حالت } 6 = 3! \Rightarrow \boxed{d,f} \boxed{a,b,c} \boxed{e} \\ \text{حالت } 6 = 3! \Rightarrow \boxed{a,b,c} \boxed{e} \boxed{d,f} \end{array} \right\} \Rightarrow 3! \times 2! \times 3! = 6 \times 2 \times 6 = 72$$

۵ - گزینه ۲ چون حرف «س» جایگاهش انتخاب شده است، بنابراین از ۶ حرف دیگر انتخاب‌ها صورت می‌پذیرد و چون حرف «ی» ۲ بار و حرف «ر» نیز ۲ بار در کلمه وجود دارد، داریم:

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = \frac{6!}{2! \times 2!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{2! \times 2!} = 180$$

۶ - گزینه ۴ با توجه به صورت سؤال، برای آنکه اعداد مورد نظر بزرگ‌تر از ۵۰۰ باشند در رقم صدگان یکی از ارقام ۵، ۶ و ۷ و ۸ و ۹ می‌تواند قرار بگیرد و در حالت کلی برای اینکه مجموع ارقام یکان و دهگان ۸ باشد مجموعه‌ی اعداد $\{(0, 8), (1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4)\}$ را خواهیم داشت، بنابراین داریم:

$$\begin{array}{l} \text{یکان دهگان صدگان} \\ \boxed{5, 6, 7, 8, 9} \boxed{8} \boxed{0} \Rightarrow 5 \times 1 \times 1 = 5 \\ \text{یکان دهگان صدگان} \\ \boxed{5, 6, 7, 8, 9} \boxed{0} \boxed{8} \Rightarrow 5 \times 1 \times 1 = 5 \end{array}$$

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان صفر یا ۸ باشد ۱۰ حالت است، به همین ترتیب برای مجموعه‌ی ارقام $\{(1, 7), (2, 6), (3, 5)\}$ نیز همین روند را داریم:

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۱ یا ۷ باشد، ۱۰ حالت است.

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۲ یا ۶ باشد، ۱۰ حالت است.

کل حالاتی که رقم یکان و دهگان ۳ یا ۵ باشد، ۱۰ حالت است.

$$\begin{array}{l} \text{یکان دهگان صدگان} \\ \boxed{5, 6, 7, 8, 9} \boxed{4} \boxed{4} \Rightarrow 5 \times 1 \times 1 = 5 \end{array}$$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 45$$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها برابر خواهد بود با:



۷ - گزینه ۱

می‌دانیم: اصل ضرب: اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

بنابر اصل ضرب، برای تعدادی کلاس‌های دهم این منطقه داریم:

$$3 \times 8 \times 6 = 144$$

۸ - گزینه ۳

می‌دانیم: $n!$ حاصل ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n است.

$$n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)! = \dots$$

طبق قرارداد $0! = 1$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست:

$$\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1) = n^2 - n$$

گزینه ۲: درست: $0! = 1! = 1$

گزینه ۳: نادرست:

$$4! \times 2 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 = 8 \times 6 \neq 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

گزینه ۴: درست:

$$2! \times 2! \times 3! = 2 \times 1 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4!$$

۹ - گزینه ۲

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n, r)$ نشان می‌دهیم و داریم:

تعداد حالت‌های این کار برابر است با $p(5, 3)$

۱۰ - گزینه ۲

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$

اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

۳ معلم را یک نفر در نظر می‌گیریم و تعداد جایگشت‌های ۵ نفر را محاسبه می‌کنیم که برابر است با $5!$

جابه‌جایی خود معلم‌ها نیز به $3!$ حالت امکان‌پذیر است.

طبق اصل ضرب، کل کار مورد نظر به $5! \times 3!$ حالت امکان‌پذیر است.

۱۱ - گزینه ۲ اصل ضرب:

می‌دانیم: اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

خانهٔ اول با هر یک از ۴ رنگ دلخواه قابل رنگ کردن است.

خانهٔ بعدی هر رنگی می‌تواند باشد بجز رنگ خانهٔ اول، بنابراین به ۳ طریق قابل رنگ کردن است.

به همین ترتیب، سایر خانه‌ها نیز به ۳ حالت قابل رنگ کردن اند.

بنابراین در کل طبق اصل ضرب داریم:

$$4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 4 \times 3^4 = 4 \times 81 = 324$$

۱۲ - گزینه ۴

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شیء متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n, r)$ نشان می‌دهیم و داریم:

حداکثر ۴ حرفی یعنی ۱ حرفی یا ۲ حرفی یا ۳ حرفی یا ۴ حرفی

$$p(4, 1) = \frac{4!}{3!} = \frac{4 \times 3!}{3!} = 4 \text{ حرفی: } 4$$

$$p(4, 2) = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!} = 12 \text{ حرفی: } 12$$

$$p(4, 3) = \frac{4!}{1!} = 4! = 24 \text{ حرفی: } 24$$

$$p(4, 4) = \frac{4!}{0!} = \frac{4!}{1} = 24 \text{ حرفی: } 24$$

طبق اصل جمع برای انجام کار مورد نظر $24 + 24 + 12 + 4 = 64$ حالت داریم.



۱۳ - گزینه ۲

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های r تایی از n شی متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n, r)$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $n!$

اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

با تکرار ارقام: ۳ جایگاه داریم که هر کدام به ۴ طریق قابل پر شدن هستند بنابراین داریم:

$$4 \times 4 \times 4 = 64$$

بدون تکرار ارقام: تعداد جایگشت‌های ۳ تایی از ۴ شی متمایز که برابر است با:

$$p(4, 3) = \frac{4!}{1!} = 4! = 24$$

بنابراین اختلاف این دو مقدار برابر است با $64 - 24 = 40$

۱۴ - گزینه ۳

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $n!$

اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

ابتدا ۳ نفر از ۵ نفر را انتخاب می‌کنیم و سپس ۳ کتاب را بین آن‌ها توزیع می‌کنیم که همان $p(5, 3)$ است. بنابراین:

$$p(5, 3) = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60$$

۱۵ - گزینه ۲

می‌دانیم: اگر انجام کاری شامل n مرحله باشد که در مرحله اول m_1 روش و در مرحله دوم m_2 روش و ... و در مرحله m_n روش داشته باشیم، کار مورد نظر به $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ حالت قابل انجام است.

۲ حالت داریم:

حالت اول:

$$\frac{5}{\text{زوج}}, \frac{4}{\text{فرد}}, \frac{5}{\text{زوج}} = 5 \times 4 \times 5 = 100$$

حالت دوم:

$$\frac{4}{\text{فرد}}, \frac{5}{\text{زوج}}, \frac{4}{\text{فرد}} = 4 \times 5 \times 4 = 80$$

در کل بنابر اصل جمع داریم: $100 + 80 = 180$

۱۶ - گزینه ۱

می‌دانیم: $n!$ حاصل ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n است.

$$n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)! = \dots$$

طبق قرارداد $0! = 1$

$$\frac{11 \times (12! + 11!)}{12! - 11!} = \frac{11 \times (12 \times 11! + 11!)}{12 \times 11! - 11!} = \frac{11 \times (13 \times 11!)}{11 \times 11!} = 13$$

۱۷ - گزینه ۳

می‌دانیم: $n!$ حاصل ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n است.

$$n! = n(n-1)! = n(n-1)(n-2)! = \dots$$

طبق قرارداد $0! = 1$

تعداد جایگشت‌های r تایی از n شی متمایز که در آن‌ها ترتیب اهمیت دارد را با $p(n, r)$ نشان می‌دهیم و داریم:

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

اگر تعداد دبیران را n فرض کنیم. کار مورد نظر $p(n, 3)$ حالت دارد. بنابراین:

$$p(n, 3) = 120 = \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = n(n-1)(n-2) = 120 \Rightarrow n = 6$$

۱۸ - گزینه ۱ با توجه به سؤال، ۲ حالت داریم:

حالت اول: رقم یکان ۴ باشد:

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{4}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4} = 24$$

حالت دوم: رقم یکان صفر یا ۲ باشد:



$$\frac{3}{5}, -\frac{4}{3}, -\frac{3}{2}, \frac{2}{5} = 72$$

بنابر اصل جمع در کل $96 = 72 + 24$ حالت داریم.

۱۹ - گزینه ۳

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شی متمایز برابر است با $n!$

در نیمی از حالات قرار گرفتن این ۵ نفر در صف، علی پشت محمد قرار می‌گیرد.

بنابراین جواب مسئله برابر است با:

$$\frac{5!}{2} = \frac{120}{2} = 60$$

۲۰ - گزینه ۴

می‌دانیم: به انتخاب r شی از n شی متمایز که ترکیب انتخاب در آن‌ها اهمیت نداشته باشد ترکیب r تایی از n شی می‌گوییم که تعداد حالات آن برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

با هر ۳ نقطه روی محیط یک دایره می‌توان تشکیل یک مثلث داد. بنابراین ۳ نقطه از ۷ نقطه را انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$

۲۱ - گزینه ۲

می‌دانیم: به انتخاب r شی متمایز که ترکیب انتخاب در آن‌ها اهمیت نداشته باشد ترکیب r تایی از n شی می‌گوییم که تعداد حالات آن برابر است با:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!} \Rightarrow \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)!}{2}$$

۲ مهره از ۴ مهره قرمز و ۲ مهره از ۳ مهره آبی باید انتخاب شوند و طبق اصل ضرب داریم:

$$\binom{4}{2} \times \binom{3}{2} = \frac{4 \times 3}{2} \times \frac{3 \times 2}{2} = 18$$

۲۲ - گزینه ۱ وضعیت ۲ عضو a, b مشخص است.

عضوهای c, d, e هر کدام می‌توانند باشند یا نباشند که ۲ حالت دارد و بنابر اصل ضرب داریم:

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

۲۳ - گزینه ۴ می‌دانیم: $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$

$$\overbrace{\left(\binom{22}{16} + \binom{22}{8} - \binom{22}{14} - \binom{22}{6} \right)}^{22-16=6} = \overbrace{\left(\binom{22}{16} + \binom{22}{8} - \binom{22}{8} - \binom{22}{16} \right)}^{22-16=6} = 0$$

۲۴ - گزینه ۲

می‌دانیم: اگر کاری شامل دو مرحله باشد بطوری که در مرحله اول m حالت، و در مرحله دوم n حالت داشته باشیم، کل کار مورد نظر به $m \times n$ حالت انجام می‌پذیرد.

۱۰ سؤال ۴ گزینه‌ای: هر سؤال ۴ حالت $4^{10} =$

۳ سؤال ۲ گزینه‌ای: هر سؤال ۲ حالت $2^3 =$

با توجه به اصل ضرب برای کل آزمون داریم: $4^{10} \times 2^3$

۲۵ - گزینه ۳

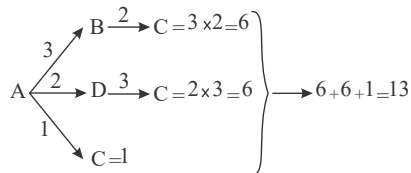
$$-\frac{5}{-}, -\frac{4}{-}, \frac{1}{5} = 5 \times 4 \times 1 = 20$$



$$n(n-1)(n-2) = 210 = 7 \times 6 \times 5 \Rightarrow n = 7$$

۲۷ - گزینه ۳

می‌دانیم: اگر کاری را به دو روش بتوان انجام داد به طوری که در روش اول m حالت و در روش دوم n حالت داشته باشیم، کل کار موردنظر به $m+n$ روش قابل انجام است.
اگر کاری دارای ۲ مرحله باشد که در مرحله اول m روش و در مرحله دوم n روش داشته باشیم، کار موردنظر به $m \times n$ روش قابل انجام است.



۲۸ - گزینه ۱

می‌دانیم: اگر کاری شامل دو مرحله باشد بطوری که در مرحله اول m حالت و در مرحله دوم n حالت داشته باشیم، کل کار موردنظر به $m \times n$ حالت انجام می‌پذیرد.
اگر کاری به دو صورت قابل انجام باشد بطوری که در حالت اول m روش و در حالت دوم n روش موجود باشد، کل کار موردنظر به $m+n$ روش قابل انجام است.

حالت اول:

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{4}{2} = 20$$

حالت دوم: در حالت دوم به بعد، صفر نمی‌تواند در جایگاه اول ظاهر شود:

$$\frac{4}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{2} = 16$$

حالت سوم:

$$\frac{4}{2}, \frac{4}{2}, \frac{1}{2} = 16$$

بنابراین جمع:

$$20 + 16 + 16 = 52$$

۲۹ - گزینه ۲

می‌دانیم: تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است با $n!$

سها را یک حرف در نظر می‌گیریم و جایگشت ۴ شیء را محاسبه می‌کنیم که برابر $4! = 24$ است.

۳۰ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

(۱) دفاع انتخاب شده در ۳ مکان «چپ، راست، وسط» قرار می‌گیرد. بنابراین ترتیب مهم است.

(۲) هر حرف در ۳ جایگاه می‌تواند قرار بگیرد بنابراین ترتیب مهم است.

(۳) این که در کدام پرتاب‌ها رو بیاید تفاوت ایجاد می‌کند بنابراین ترتیب مهم است.

(۴) ترتیب قرارگیری گل‌ها در دسته گل اهمیت ندارد بنابراین ترتیب مهم نیست.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۴	۱۱ - ۲	۱۶ - ۱	۲۱ - ۲	۲۶ - ۳
۲ - ۱	۷ - ۱	۱۲ - ۴	۱۷ - ۳	۲۲ - ۱	۲۷ - ۳
۳ - ۴	۸ - ۳	۱۳ - ۲	۱۸ - ۱	۲۳ - ۴	۲۸ - ۱
۴ - ۱	۹ - ۲	۱۴ - ۳	۱۹ - ۳	۲۴ - ۲	۲۹ - ۲
۵ - ۲	۱۰ - ۲	۱۵ - ۲	۲۰ - ۴	۲۵ - ۳	۳۰ - ۴