



علی هاشمی

۱- اگر $f(x) = |x + 1| - 2$ و دامنه‌ی f بازه $[1, 3]$ باشد، آن گاه برد تابع f کدام است؟

① $[0, 2]$

② $[0, 1]$

③ $[1, 2]$

④ $[1, 3]$

۲- نمودار تابع $y = |x - 1|$ را یک واحد در راستای محور y ها به سمت پایین منتقل می کنیم. سپس نمودار را روی محور x ها، ۲ واحد به سمت چپ منتقل می کنیم. سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. در این صورت ضابطه‌ی تابع جدید کدام است؟

① $y = |x + 1| - 1$

② $y = -|x - 3| + 1$

③ $y = -|x + 1| + 1$

④ $y = |x - 1| - 1$

۳- چه تعداد از روابط زیر، مشخص کننده‌ی یک تابع هستند؟

(الف) رابطه‌ای که به هر خودرو مدل آن را نسبت می دهد.

(ب) رابطه‌ای که به هر معلم دانش آموزش را نسبت می دهد.

(ج) رابطه‌ای که به هر چندضلعی محدب تعداد اقطارش را نسبت می دهد.

(د) رابطه‌ای که به هر شهر، افرادی را که در آن متولد شده‌اند را نسبت می دهد.

① ۱

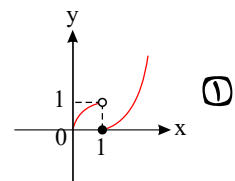
② صفر

③ ۲

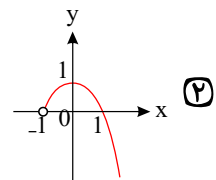
④ ۳



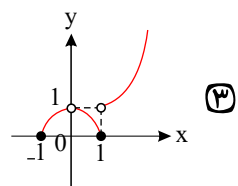
۴- برد کدام یک از توابع زیر، همه‌ی اعداد طبیعی را شامل می‌شود؟



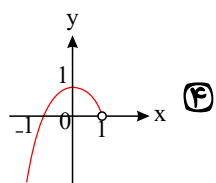
۱



۲



۳



۴

۵- اگر رابطه‌ی $f = \{(a, 3), (5, a^2 - 1), (2, -1), (5, 3), (2, b)\}$ یک تابع باشد، a و b کدامند؟

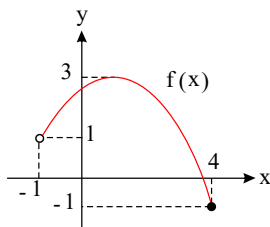
۱ $a = 2$ و $b = -1$

۲ $a = -2$ و $b = -1$

۳ $a = \pm 2$ و $b = -1$

۴ $a = -2$ و $b = 1$

۶- باتوجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، اگر مجموعه‌ی دامنه‌ها با D و مجموعه‌ی برد را با R نمایش دهیم، حاصل $R - D$ کدام است؟



۱ $[-1, 3]$

۲ $[3, 4]$

۳ $\{-1\}$

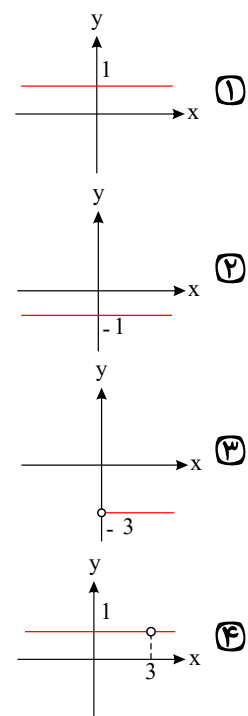
۴ $(3, 4]$



۷- اگر f یک تابع خطی باشد به گونه‌ای که $f(-3) = 12 + f(-1)$ ، شیب این خط کدام است؟

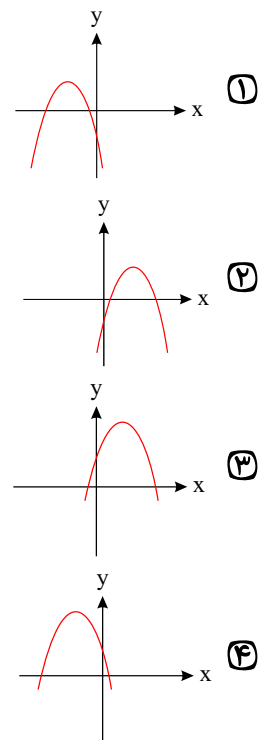
- ① ۱
- ② -۱
- ③ ۶
- ④ -۶

۸- اگر $f(x) = \frac{ax - 3}{x - 3a}$ یک تابع ثابت باشد، نمودار این تابع کدام گزینه می‌تواند باشد؟





۹- نمودار تابع $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ شبیه کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

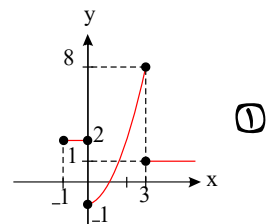


۱۰- اگر $f(x) = (a-b)x + a + b$ یک تابع همانی باشد، $3a + 2b$ کدام است؟

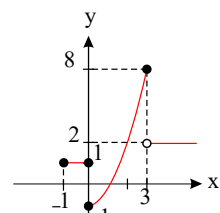
- ① $\frac{1}{2}$
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ ۱



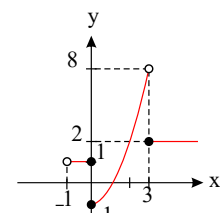
۱۱- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 1 & , -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 1 & , 0 < x \leq 3 \\ 2 & , x > 3 \end{cases}$ کدام است؟



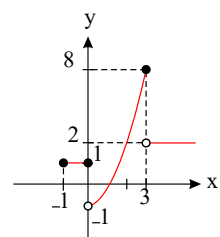
۱



۲



۳



۴

۱۲- نمودار تابع $y = -|x - 4| + 2$ از کدام ناحیه نمی‌گذرد؟

۱ اول

۲ دوم

۳ سوم

۴ چهارم



۱۳- برد تابع $f(x) = (a - b - 1)x^2 + (b - 2)x + a + c - 1$ مجموعه تک عضوی $R_f = \{2c - a\}$ و دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است. در این صورت $a + b + c$ کدام است؟

- ۱) ۱۰
- ۲) ۹
- ۳) ۸
- ۴) ۷

۱۴- یک تانکر گاز از یک استوانه به ارتفاع ۸ متر و دو نیم کره به شعاع r متر در دو انتهای استوانه تشکیل شده است. حجم تانکر برحسب تابعی از r کدام است؟

- ۱) $V(r) = \frac{2\pi r^3}{3} + 4\pi r^2$
- ۲) $V(g) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 8\pi r^2$
- ۳) $V(r) = \pi r^3 + \pi r^2$
- ۴) $V(g) = \frac{4}{3}\pi r^3 + 4\pi r^2$

۱۵- کدام یک از گزینه‌های زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟

- ۱) $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x \geq 0 \\ x + 3 & x \leq 0 \end{cases}$
- ۲) $g(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 2x - 4 & x < 2 \end{cases}$
- ۳) $k(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & x = 0 \\ -x^2 & x \leq 0 \end{cases}$
- ۴) $h(x) = \begin{cases} |x| + 1 & x \leq -2 \\ x^2 + 1 & x \geq -2 \end{cases}$

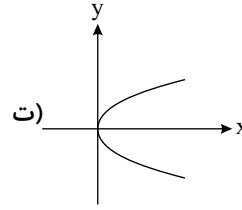
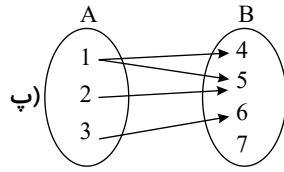
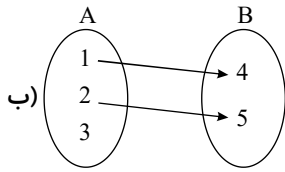
۱۶- دامنه تابع $f = \{(1, 3n), (2m, 2), (m, n^2 + 2), (2m, 2m), (2n, 3)\}$ کدام است؟

- ۱) $\{1, 2\}$
- ۲) $\{1, 4\}$
- ۳) $\{1, 0, 2\}$
- ۴) $\{1, 2, 4\}$



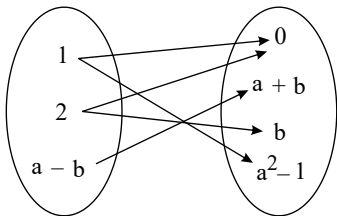
۱۷- چه تعداد از رابطه‌های داده شده یک تابع را مشخص نمی‌کنند؟

الف) $f = \{(1, 3), (2, 3), (-1, 3), (\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{9})\}$



- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۱
- ۴) ۲

۱۸- اگر نمودار پیکانی مقابل مربوط به یک تابع باشد، مجموع مؤلفه‌های اول و دوم این تابع کدام است؟



- ۱) صفر
- ۲) ۱
- ۳) ۵
- ۴) ۲

۱۹- در تابع خطی f ، $f(3) = 8$ و $f(-4) = 7$ است. اگر $f(m) = \frac{3}{14}$ باشد، کدام m است؟

- ۱) -۵۰
- ۲) -۵۰٫۵
- ۳) -۵۱
- ۴) -۵۱٫۵

۲۰- اگر مجموعه زوج‌های مرتب $A = \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (a, b^2), (3, a^2 + a), (-2, 0)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a + b$ کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟

- ۱) ۳
- ۲) ۲
- ۳) -۲
- ۴) -۱



۲۱- در یک تابع خطی $f(-1) = 7$ و $f(2) = -2$ است. اگر $f(a) = 0$ باشد، a کدام است؟

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{3}{4}$

۲۲- در کدام گزینه، رابطه y بر حسب x یک تابع را نمایش می‌دهد؟

① $|x| + |y| = 5$

② $x = 2(y + 1)^3$

③ $\frac{(x-1)^2}{4} + y^2 = 4$

④ $|xy| = 4$

۲۳- برد تابع $f(x) = 3 - |x + 1|$ کدام است؟

① $[3, +\infty)$

② $(-\infty, 3)$

③ $(3, +\infty)$

④ $(-\infty, 3]$

۲۴- اگر نمودار تابع خطی $f(x)$ از نقاط $(2, 5)$ و $(-1, -4)$ عبور کند و $g(x) = |f(x)|$ باشد، نمودار توابع $f(x)$ و $g(x)$ در کدام بازه برهم

منطبق‌اند؟

① $(-\infty, \frac{1}{3}]$

② $[\frac{1}{3}, +\infty)$

③ $(-\infty, -\frac{1}{3}]$

④ $[-\frac{1}{3}, +\infty)$



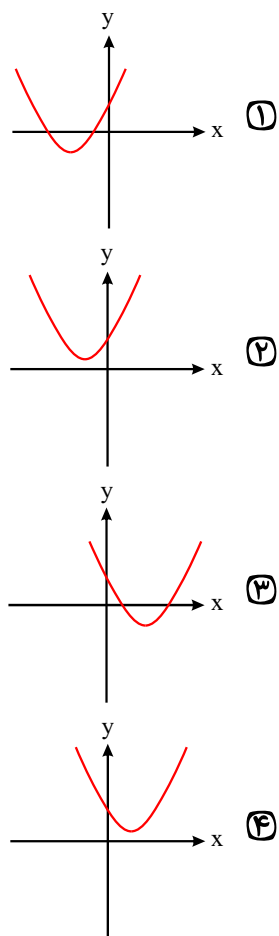
۲۵- اگر f تابع همانی و g تابع ثابت برابر با (-۳) باشد، حاصل عبارت $|۲g(-۱)| - f(-۴)$ کدام است؟

- ۱) -۲
- ۲) ۲
- ۳) ۱۰
- ۴) ۷

۲۶- اگر $f(x) = (۲m - ۴)x - m^۲ + ۳$ یک تابع ثابت باشد، $f(m^۳ - ۱)$ کدام است؟

- ۱) ۸
- ۲) -۱
- ۳) ۲
- ۴) ۷

۲۷- کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند نمودار تابع $f(x) = (x + ۲)² - ۱$ باشد؟





۲۸- نمودار سهمی به معادله $y = x^2$ را ۲ واحد به سمت راست و ۱ واحد به بالا انتقال می‌دهیم. معادله این سهمی جدید در کدام یک از گزینه‌های زیر آمده است؟

① $y = x^2 + 4x + 5$

② $y = x^2 + 4x + 3$

③ $y = x^2 - 4x + 3$

④ $y = x^2 - 4x + 5$

۲۹- اگر $f = \{(11, 0), (5, a + b), (2, 2 - a)\}$ معرف یک تابع ثابت و $g(x) = \frac{mx^3 + nx^2}{3x^2 - 2x}$ یک تابع همانی باشد، آن‌گاه حاصل $bm - na$ کدام است؟

① ۲

② -۲

③ ۳۲

④ -۳۲

۳۰- اگر برد تابع $f(x) = -2x + 3$ ، بازه $[-2, 3]$ باشد، دامنه این تابع شامل چند عدد طبیعی است؟

① صفر

② ۱

③ ۲

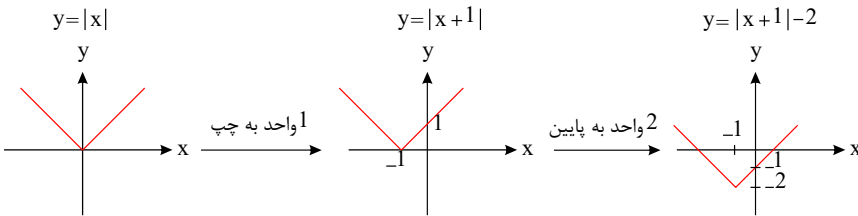
④ ۳



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ اگر نمودار تابع $f(x)$ در دسترس باشد، تصویر آن بر محور y برد تابع را تشکیل می‌دهد.

با شروع از نمودار تابع $y = |x|$ و با انتقال آن؛ تابع $y = |x + 1| - 2$ را رسم می‌کنیم:



$$دامنه داده شده در صفحه = [1, 3] \Rightarrow \begin{cases} f(1) = |1 + 1| - 2 = 0 \\ f(3) = |3 + 1| - 2 = 2 \end{cases}$$

تصویر نمودار بر محور y ها در این بازه: $[0, 2] =$ برد

۲ - گزینه ۳

$$y = |x - 1| \rightarrow \text{یک واحد در راستای محور } y \text{ ها به سمت چپ} \rightarrow y = |x - 1| - 1$$

$$\Rightarrow y = |x + 1| - 1 \xrightarrow{\text{نسبت به } x \text{ ها قرینه}} y = -|x + 1| + 1$$

۳ - گزینه ۳

یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود.

(الف) تابع است. چرا که به هر خودرو یک مدل نسبت داده می‌شود.

(ب) تابع نیست، چرا که به هر معلم (مجموعه اول) تعداد زیادی دانش‌آموز نسبت داده می‌شود.

(ج) تابع است، چرا که هر چندضلعی محدب تعداد مشخصی قطر دارد. بنابراین به هر چندضلعی عدد مشخصی نسبت داده می‌شود.

(د) تابع نیست، چرا که در هر شهر افراد زیادی به دنیا آمده‌اند.

۴ - گزینه ۱

اگر نمودار تابع $f(x)$ در دسترس باشد، برد آن عبارت است از تصویر نمودار بر محور y ها.

باتوجه به نکته‌ی فوق، فقط گزینه‌ی ۱ بر روی محور y ها دارای تصویری است که همه‌ی اعداد طبیعی را شامل می‌شود.

۵ - گزینه ۲

رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتبی، مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشند.

زوج‌های مرتب $(2, -1)$ و $(2, b)$ عضو تابع f هستند، پس مؤلفه‌ی دوم آن‌ها باید یکی باشد تا تابع بودن f را با مشکل مواجه نکنند:

$$\Rightarrow b = -1$$

و همین‌طور در مورد دو زوج مرتب $(5, a^2 - 1)$ ، $(5, 3)$:

$$a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

اما به ازای $a = 2$ زوج مرتب $(a, 3)$ به $(2, 3)$ تبدیل می‌شود که با زوج $(2, -1)$ مؤلفه‌ی اول تکراری دارد. پس فقط $a = -2$ قابل قبول است.

۶ - گزینه ۳

دامنه‌ی تابع $f(x)$ عبارتست از تصویر نمودار آن بر محور x ها.

برد تابع $f(x)$ عبارتست از تصویر نمودار آن بر محور y ها.

پس:

$$\left. \begin{aligned} D = \text{دامنه} &= (-1, 4] \\ R = \text{برد} &= [-1, 3] \end{aligned} \right\} \Rightarrow R - D = \{-1\}$$

۷ - گزینه ۴

شیب خطی که از دو نقطه‌ی $A \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$ و $B \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$ می‌گذرد عبارتست از:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$



$$f(-3) = 12 + f(-1) \Rightarrow f(-3) - f(-1) = 12$$

می توان $x_1 = -1$ و $x_2 = -3$ را در نظر گرفت.

$$m = \frac{f(-3) - f(-1)}{-3 - (-1)} = \frac{12}{-2} = -6$$

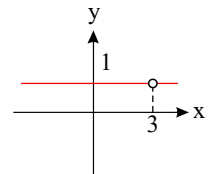
۸ - گزینه ۴

تابع $f(x) = k$ که در آن k عددی حقیقی است را تابع ثابت می نامیم.

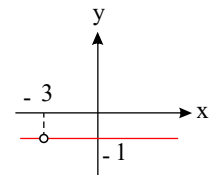
$$\frac{ax - 3}{x - 3a} = k \Rightarrow ax - 3 = kx - 3ak$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = k \\ 3ak = 3 \xrightarrow{a=k} 3a \times a = 3 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \end{cases}$$

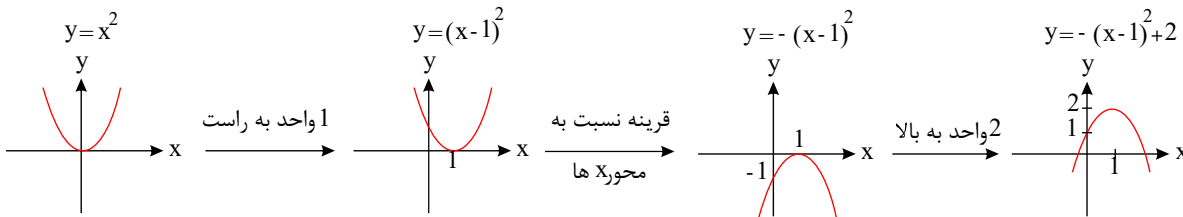
۱) $a = 1 \Rightarrow f(x) = \frac{x - 3}{x - 3} = 1, x \neq 3$



۲) $a = -1 \Rightarrow f(x) = \frac{-x - 3}{x + 3} = -1, x \neq -3$



۹ - گزینه ۳ از نمودار $y = x^2$ شروع می کنیم و تغییرات لازم را انجام می دهیم تا به $y = -(x - 1)^2 + 2$ برسیم:



۱۰ - گزینه ۱ $f(x) = x$ تابع همانی: $f(x) = x$

از آنجا که $f(x)$ تابعی همانی است باید ضرب x در آن ۱ باشد و جملات فاقد x در آن موجود نباشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 1 \\ a + b = 0 \end{cases}$$

$$2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$a + b = 0 \rightarrow \frac{1}{2} + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

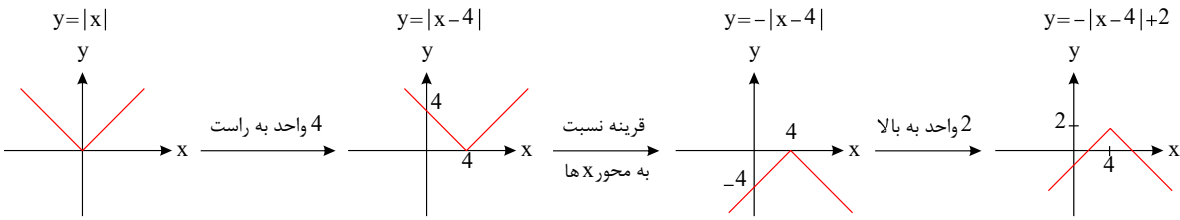
پس:

$$3a + 2b = 3 \times \frac{1}{2} + 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$$

۱۱ - گزینه ۴ تابع $f(x) = k$ را که در آن k عددی حقیقی باشد، تابع ثابت نامیده می شود.

در بازه $[-1, 0]$ نمودار تابع به صورت خط افقی با عرض برابر با یک است. در بازه $(0, 3]$ نمودار تابع به صورت بخشی از سهمی $y_1 = x^2 - 1$ است. مقدار تابع y_1 در صفر برابر با -1 و در $x = 3$ برابر با 8 است. توجه کنید که چون $x = 0$ جزو بازه $(0, 3]$ نیست نمودار سهمی را در یک نقطه به صورت تو خالی رسم می کنیم. در بازه $(3, +\infty)$ نمودار تابع به صورت خطی افقی با عرض برابر با 2 است. توجه کنید که $x = 3$ نیز جزو بازه $(3, +\infty)$ نیست و خط در این نقطه باید تو خالی رسم شود. با توجه به توضیحات داده شده نمودار گزینه ی ۴، جواب است

۱۲ - گزینه ۲ از نمودار $y = |x|$ آغاز می کنیم تا به نمودار $y = -|x - 4| + 2$ برسیم:



۱۳ - گزینه ۱ تابعی که دامنه آن R و برد آن مجموعه تک عضوی $\{k\}$ باشد (که در آن k حقیقی است) را تابع ثابت می‌نامیم.

تابع مذکور تابعی ثابت است؛ یعنی باید به فرم "عدد ثابت" $f(x)$ باشد؛ بنابراین ضرایب x و x^2 باید صفر باشند:

$$b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$a - b - 1 = 0 \xrightarrow{b=2} a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3$$

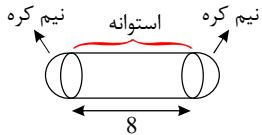
$$2C - 3 = C + 2 \Rightarrow C = 5 \Rightarrow a + b + c = 10$$

پس تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = c + 2$ در می‌آید؛ اما برد این تابع $\{2C - 3\}$ است؛ پس:

۱۴ - گزینه ۲ ارتفاع \times مساحت قاعده = حجم استوانه

$$\text{حجم کره} = \frac{4}{3} \pi \times (\text{شعاع})^3$$

تانکر به شکل زیر است:



$$V(r) = 2 \times (\text{حجم نیم کره}) + \text{حجم استوانه}$$

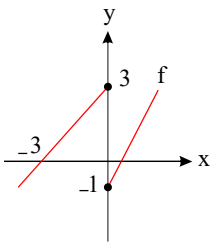
$$= \text{حجم استوانه} + \text{حجم یک کره کامل}$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 + \pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^3 + 8 \pi r^2$$

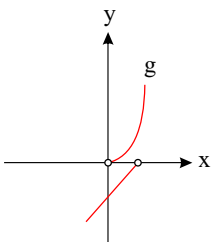
۱۵ - گزینه ۳ رابطه‌ای تابع است که هر خط عمودی (فانم)، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

نمودار هر گزینه را رسم می‌کنیم:

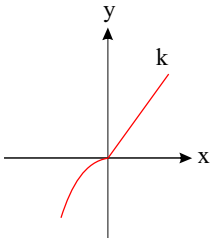
گزینه ۱:



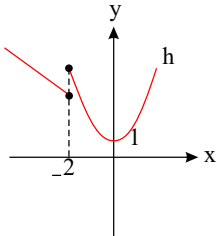
گزینه ۲:



گزینه ۳:



گزینه ۴:



با توجه به نمودارها، تنها گزینه‌ی ۳، تابع است.

۱۶ - گزینه ۴

$$\begin{cases} (2m, 2) \\ (2m, 2m) \end{cases} \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

$$m = 1 : f = \{(1, 3n), (2, 2), (1, n^2 + 2), (2, 2), (2n, 3)\}$$

$$\begin{cases} (1, 3n) \\ (1, n^2 + 2) \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است}} n^2 + 2 = 3n \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow (n - 2)(n - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = 1 \end{cases}$$

$$n = 2 : f = \{(1, 6), (2, 2), (1, 6), (2, 2), (4, 3)\} \rightarrow D_f = \{1, 2, 4\}$$

$$n = 1 : \begin{cases} (2, 3) \\ (2, 2) \end{cases} \text{ (تابع نیست)}$$

نمودار یک رابطه زمانی نمایانگر یک تابع است که خطوط موازی محور y ها را حداکثر در یک نقطه قطع کند. در نمایش پیکانی، یک رابطه زمانی تابع است که از هر مؤلفه مجموعه اول، تنها یک پیکان خارج شود.

۱۷ - گزینه ۲ می‌دانیم:

بررسی گزینه‌ها:

$$\begin{cases} (2, 3) \\ (\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{9}) \end{cases} \text{ (الف) تابع نیست}$$

(ب) تابع نیست: از عضو ۳، پیکانی خارج نشده است.

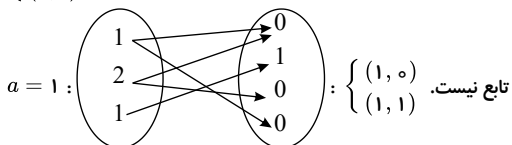
(پ) تابع نیست: از عضو ۱، بیش از یک پیکان خارج شده است.

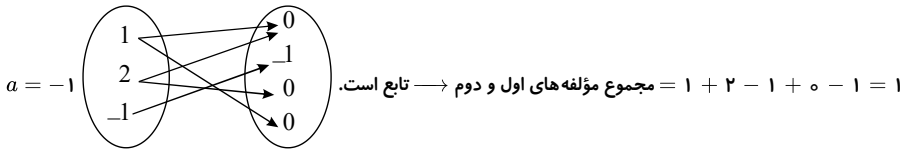
(ت) تابع نیست: خطوط موازی محور y ها، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.

۱۸ - گزینه ۲

$$\begin{cases} (1, 0) \\ (1, a^2 - 1) \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است}} a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

$$\begin{cases} (2, 0) \\ (2, b) \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است}} b = 0$$





۱۹ - گزینه ۴ می‌دانیم: فرم تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است.

$$\begin{cases} f(3) = 8 \Rightarrow \lambda = 3a + b \\ f(-4) = 7 \Rightarrow \times(-1) \quad \lambda = -4a + b \end{cases}$$

$$1 = 7a \Rightarrow a = \frac{1}{7} \Rightarrow \lambda = \frac{3}{7} + b \Rightarrow b = \frac{53}{7}$$

$$f(x) = \frac{1}{7}x + \frac{53}{7}$$

$$f(m) = \frac{3}{14} \Rightarrow \frac{m}{7} + \frac{53}{7} = \frac{3}{14} \Rightarrow \frac{m + 53}{7} = \frac{3}{14}$$

$$\Rightarrow 2m + 106 = 3 \Rightarrow 2m = -103 \Rightarrow m = -51,5$$

۲۰ - گزینه ۲

$$\begin{cases} (3, 2) \\ (3, a^2 + a) \end{cases} \Rightarrow a^2 + a = 2 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a + 2)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$a = -2 : \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (-2, b^2), (3, 2), (-2, 0)\} \rightarrow \begin{cases} (-2, 0) \\ (-2, b^2) \end{cases} \Rightarrow b^2 = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$a = 1 : \{(3, 2), (4, 3), (1, 4), (1, b^2), (3, 2), (-2, 0)\} \rightarrow \begin{cases} (1, 4) \\ (1, b^2) \end{cases} \rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2$$

$$a + b : \begin{cases} a = -2, b = 0 \Rightarrow a + b = -2 \\ a = 1, b = 2 \Rightarrow a + b = 3 \\ a = 1, b = -2 \Rightarrow a + b = -1 \end{cases}$$

۲۱ - گزینه ۳ می‌دانیم: فرم تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است.

$$\begin{cases} f(-1) = 7 \Rightarrow \nu = -a + b \\ f(2) = -2 \Rightarrow \times(-1) \quad \nu = 2a + b \end{cases}$$

$$9 = -3a \Rightarrow a = -3 \rightarrow 7 = 3 + b \Rightarrow b = 4$$

$$f(x) = -3x + 4$$

$$f(a) = 0 \Rightarrow -3a + 4 = 0 \Rightarrow -3a = -4 \Rightarrow a = \frac{4}{3}$$

۲۲ - گزینه ۲ می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که به ازای هر x ، تنها یک y داشته باشیم.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $|x| + |y| = 5 \Rightarrow |y| = 5 - |x| \Rightarrow y = \begin{cases} 5 - x \\ 5 + x \end{cases}$. تابع نیست.

۲) $x = 2(y + 1)^2 \Rightarrow (y + 1)^2 = \frac{x}{2} \Rightarrow y + 1 = \sqrt{\frac{x}{2}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x}{2}} - 1$. تابع است.

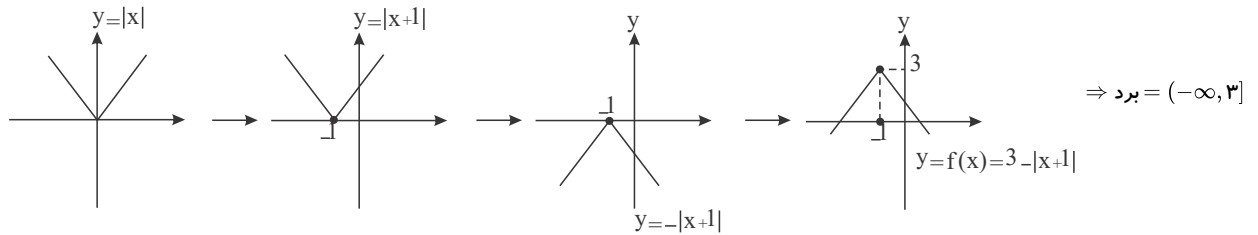
۳) $\frac{(x-1)^2}{4} + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 4 - \frac{(x-1)^2}{4} \Rightarrow y = \pm \sqrt{4 - \frac{(x-1)^2}{4}}$. تابع نیست.

۴) $|xy| = 4 \Rightarrow |x||y| = 4 \Rightarrow |y| = \frac{4}{|x|} \Rightarrow y = \pm \frac{4}{x}$. تابع نیست.



می‌دانیم: برای رسم تابع $f(x) + k$ کافیسیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.
 اگر $k \geq 0$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت پایین است.
 برای رسم تابع $f(x + k)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.
 اگر $k > 0$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت راست است.
 برای رسم تابع $-f(x)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.
 برای رسم تابع $f(-x)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

با استفاده از تابع $y = |x|$ و به کمک انتقال تابع $f(x) = 3 - |x + 1|$ را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم: معادله خط گذرا از دو نقطه (x_1, y_1) و (x_0, y_0) به صورت: $y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$ است.
 $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} (2, 5) \\ (-1, -4) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-4 - 5}{-1 - 2} = \frac{-9}{-3} = 3$$

$$y - (-4) = 3(x - (-1)) \Rightarrow y + 4 = 3x + 3 \Rightarrow y = 3x - 1 \Rightarrow f(x) = 3x - 1$$

$$g(x) = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & f(x) \geq 0 \\ -f(x) & f(x) < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) \text{ نامنفی باشد برهم منطبق‌اند}$$

$$f(x) \geq 0 \Rightarrow 3x - 1 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow x \in [\frac{1}{3}, +\infty)$$

می‌دانیم: تابع همانی تابعی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = x)$
 تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = k(k \in \mathbb{R}))$

$$\text{همانی } f: f(-4) = -4 \Rightarrow -f(-4) = 4$$

$$\text{ثابت } g: g(x) = -3 \Rightarrow g(-1) = -3 \Rightarrow 2g(-1) = -6 \Rightarrow |2g(-1)| = 6$$

$$|2g(-1)| - f(-4) = 6 + 4 = 10$$

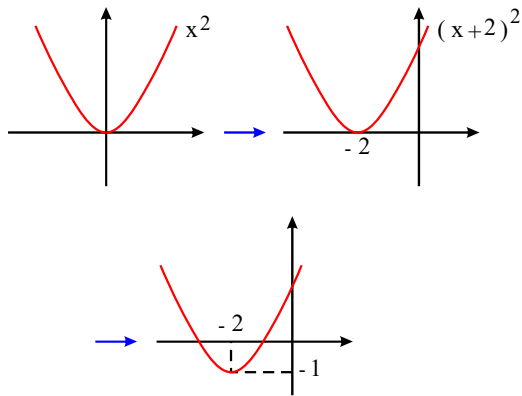
می‌دانیم: تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = k(k \in \mathbb{R}))$

$$f(x) = (2m - 4)x - m^2 + 3$$

با توجه به تعریف، ضرب x باید صفر باشد تا تابع $f(x)$ یک تابع ثابت شود. بنابراین:

$$2m - 4 = 0 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2$$

$$f(x) = -4 + 3 = -1 \Rightarrow f(m^2 - 1) = -1$$



می‌دانیم:

برای رسم تابع $f(x) + k$ کافیسیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.
 اگر $k \geq 0$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت پایین است.
 برای رسم تابع $f(x + k)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.
 اگر $k > 0$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت راست است.
 برای رسم تابع $-f(x)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.
 برای رسم تابع $f(-x)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

می‌دانیم:

برای رسم تابع $f(x) + k$ کافیسیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.
 اگر $k \geq 0$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت پایین است.
 برای رسم تابع $f(x + k)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.
 اگر $k > 0$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت راست است.
 برای رسم تابع $-f(x)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور x ها قرینه کنیم.
 برای رسم تابع $f(-x)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.

$$y = x^2 \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = (x - 2)^2 \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = (x - 2)^2 + 1$$

$$y = x^2 - 4x + 4 + 1 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 5$$

می‌دانیم:

تابع همانی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = x)$
 تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = k (k \in \mathbb{R}))$

$$f \text{ تابع ثابت} : f(11) = f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(5) = 0 \Rightarrow a + b = 0 \\ f(2) = 0 \Rightarrow 2 - a = 0 \Rightarrow a = 2 \end{cases} \Rightarrow b = -2$$

$$g \text{ تابع همانی} : g(x) = x = \frac{mx^3 + nx^2}{3x^2 - 2x} \Rightarrow mx^3 + nx^2 = 3x^3 - 2x^2 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = -2 \end{cases}$$

$$bm - na = -2 \times 3 - (-2) \times 2 = -6 + 4 = -2$$

۳ - گزینه ۳ $f(x)$ یک تابع خطی با شیب منفی است. پس با دامنه $[a, b]$ برد آن به صورت $[f(b), f(a)]$ خواهد بود؛ داریم:

$$\text{برد} = [-2, 3] = [f(b), f(a)] \Rightarrow \begin{cases} f(b) = -2 \Rightarrow -2b + 3 = -2 \Rightarrow b = \frac{5}{2} \\ f(a) = 3 \Rightarrow -2a + 3 = 3 \Rightarrow a = 0 \end{cases}$$

\Rightarrow دامنه $= [a, b] = [0, \frac{5}{2}] \Rightarrow$ اعداد طبیعی ۱ و ۲ در این بازه قرار دارند.

پاسخنامه کلیدی

| | | | | | |
|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| ۱ - ۱ | ۶ - ۳ | ۱۱ - ۴ | ۱۶ - ۴ | ۲۱ - ۳ | ۲۶ - ۲ |
| ۲ - ۳ | ۷ - ۴ | ۱۲ - ۲ | ۱۷ - ۲ | ۲۲ - ۲ | ۲۷ - ۱ |
| ۳ - ۳ | ۸ - ۴ | ۱۳ - ۱ | ۱۸ - ۲ | ۲۳ - ۴ | ۲۸ - ۴ |
| ۴ - ۱ | ۹ - ۳ | ۱۴ - ۲ | ۱۹ - ۴ | ۲۴ - ۲ | ۲۹ - ۲ |
| ۵ - ۲ | ۱۰ - ۱ | ۱۵ - ۳ | ۲۰ - ۲ | ۲۵ - ۳ | ۳۰ - ۳ |