



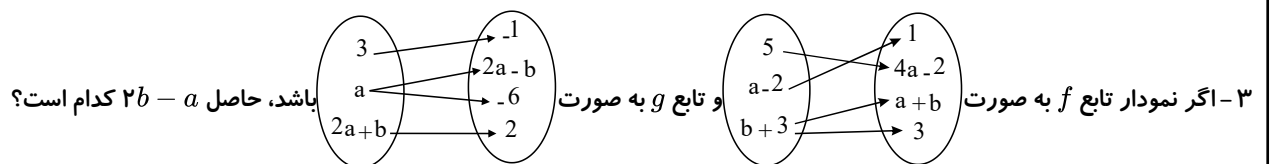
علی هاشمی

۱- اگر رابطه $f = \{(3, m+2), (1, 2), (3, m^2), (m-1, 1)\}$ یک تابع باشد، برای m چند مقدار وجود دارد؟

- ۱ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
۴ (۴) صفر

۲- در مورد تابع f با دامنه R ، اگر تساوی $f(2x+1) + f(3) = 5x - 1$ برقرار باشد، آنگاه مقدار $f(5)$ کدام است؟

- ۲ (۱)
۴ (۲)
۵ (۳)
۷ (۴)



- ۴ (۱)
۹ (۲)
۳ (۳)
۵ (۴)

۴- طول یک مستطیل ۳ واحد بیش تر از عرض آن است. کدام یک از روابط زیر مساحت این مستطیل را بر حسب تابعی از طول آن بیان می کند؟ (طول مستطیل و S مساحت آن است.)

- $S = x^2 + 3x$ (۱)
 $S = x^2 - 3x$ (۲)
 $S = x^2 + x$ (۳)
 $S = x^2 - x$ (۴)



۵- کدام یک از رابطه‌های زیر تابع نیست؟

- ① رابطه‌ای که هر عدد را به ریشه سوم آن مرتبط می‌کند.
- ② رابطه‌ای که طول ضلع هر مربع را به مساحت آن مرتبط می‌کند.
- ③ رابطه‌ای که هر عدد مثبت را به ریشه دوم آن مرتبط می‌کند.
- ④ رابطه‌ای که مساحت هر مربع را به طول ضلع آن مرتبط می‌کند.

۶- اگر طول یک مستطیل ۵ واحد از عرض آن بیشتر باشد، رابطه ریاضی بین مساحت و محیط مستطیل کدام است؟ (S مساحت و P محیط مستطیل می‌باشد.)

① $P^2 - 100 = 16S$

② $P^2 - 40P = 16S$

③ $S = P^2 - 5$

④ $S = 2(P^2 - 5P)$

۷- در یک تابع خطی داریم: $f(-1) = -5$ و $f(2) = 1$. اگر $f(t) = 47$ باشد، مقدار t کدام است؟

① ۹۱

② ۲۵

③ ۲۲

④ ۱۲

۸- اگر $f(x) = x^2 - 4$ و $f(m) + f(3m) = 2$ باشد، مقدار $f(m+1)$ برابر کدام گزینه می‌تواند باشد؟

① ۱

② -۴

③ -۱

④ ۴



۹- اگر $f = \{(4a + b, b + 1), (4a + b^2, 1 - 2b), (b^2, 4)\}$ یک تابع همانی باشد، $a + b$ کدام است؟

- ① $-\frac{7}{4}$
- ② $\frac{9}{4}$
- ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $-\frac{1}{4}$

۱۰- اگر تابع $f = \{(2, 3), (4, m), (5, n^2 - m^2)\}$ تابع ثابت و تابع $g = \{(1, \frac{a^2}{3}), (3, a^2), (7, b^3)\}$ تابع همانی باشد، حاصل

$4f(5) - 5g(3)$ کدام است؟

- ① ۲
- ② -۶
- ③ ۳
- ④ -۳

۱۱- با توجه به جدول زیر، کدام گزینه درست است؟

تابع	$f(x) = -3x - 1$	$g(x) = -3x + 1$
دامنه	A	$x \geq -\frac{1}{3}$
بردار	$\{0, 1, 2\}$	B

- ① $B = (-\infty, 2]$ و $A = \{-1, 0, -\frac{1}{3}\}$
- ② $B = [0, +\infty)$ و $A = \{-1, 0, -\frac{1}{3}\}$
- ③ $B = [2, +\infty)$ و $A = \{-1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\}$
- ④ $B = (-\infty, 2]$ و $A = \{-1, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\}$

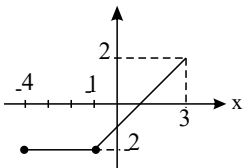


۱۲- تابع f به صورت $f = \{(1, 4), (3, 9), (a, 1), (-2, a^2)\}$ مفروض است. اگر برد این تابع دارای ۳ عضو متمایز باشد، چند مقدار مختلف برای a وجود دارد؟

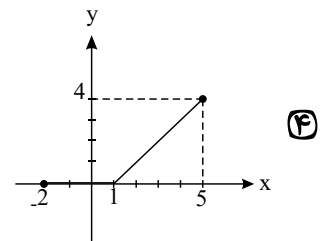
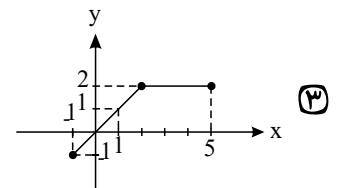
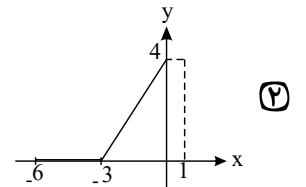
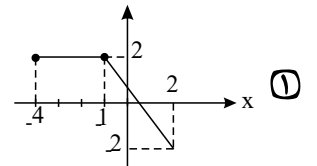
- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۶

۱۳- اگر f تابعی ثابت و g تابعی همانی باشد و تساوی $(f(3))^2 + g(3) = 4f(4)$ برقرار باشد، $g(5) + f(5)$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) -۵
- ۲) -۶
- ۳) ۷
- ۴) ۸



۱۴- اگر نمودار تابع $f(x)$ به شکل روبه‌رو باشد، نمودار تابع $f(x-2) + 2$ کدام است؟





۱۵- اگر برد تابع $y_1 = f(x)$ به صورت بازه $[1, 5]$ باشد، برد تابع $f(x+1) - \frac{2}{3}$ کدام است؟

① $\left[\frac{1}{3}, \frac{17}{3}\right]$

② $[2, 6]$

③ $\left[\frac{1}{3}, \frac{13}{3}\right]$

④ $[0, 4]$

۱۶- اگر دو زوج مرتب از تابع خطی $y = f(x)$ به صورت $(-1, -1)$ و $(2, -3)$ باشد، ضابطه تابع f بر حسب x کدام است؟

① $y = -\frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$

② $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$

③ $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

④ $y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

۱۷- اگر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 10 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ را ۲ واحد به سمت راست و ۵ واحد به سمت پایین منتقل کنیم، ضابطه تابع حاصل کدام خواهد بود؟

① $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 6 & x \geq 1 \\ 3x - 7 & x < 1 \end{cases}$

② $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 11 & x \geq 3 \\ 3x - 12 & x < 3 \end{cases}$

③ $g(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 11 & x \geq 3 \\ 3x & x < 3 \end{cases}$

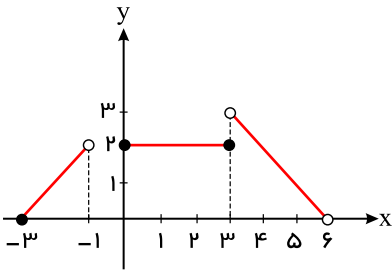
④ $g(x) = \begin{cases} x^2 + 4x - 11 & x \geq 1 \\ 3x & x < 1 \end{cases}$



۱۸- اگر رابطه‌ی $f = \left\{ (1, 3), (m, 2), (1, m^2 - 2m), \left(-1, \frac{1}{m}\right) \right\}$ تابع باشد، آنگاه معادله‌ی $x^3 - 6x^2 + m^2x = 0$ چند جواب متمایز

دارد؟

- ① صفر
- ② ۱
- ③ ۲
- ④ ۳



۱۹- دامنه‌ی تابع $y = f(x)$ کدام است؟

- ① $[0, 3]$
- ② $[-3, -1) \cup [0, 6]$
- ③ $[-3, -1) \cup [0, 3]$
- ④ $[-3, 6]$

۲۰- نمودار تابع f با ضابطه‌ی $y = f(x)$ را ۳ واحد به سمت راست و ۲ واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم. ضابطه‌ی مربوط به نمودار جدید کدام است؟

- ① $y = f(x + 3) + 2$
- ② $y = f(x - 3) + 2$
- ③ $y = f(x - 3) - 2$
- ④ $y = f(x + 3) - 2$

۲۱- اگر رابطه‌ی $f = \left\{ (\sqrt{3}, 7), (-2, b), (\sqrt{3}, a^2 + 3), (a, 1), (2, 2) \right\}$ تابع باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- ① ۳
- ② ۲
- ③ -۱
- ④ ۱



۲۲- اگر تابع $f = \{(4, 3m - 2), (n - 1, 3)\}$ ، همانی باشد، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟

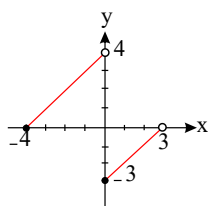
- ۱) $\frac{1}{2}$
- ۲) ۲
- ۳) $\frac{1}{3}$
- ۴) ۳

۲۳- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -3 & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

- ۱) $(0, +\infty)$
- ۲) $[-3, +\infty)$
- ۳) $[0, +\infty) \cup \{-3\}$
- ۴) R

۲۴- برد تابع f که نمودار آن در شکل زیر رسم شده کدام است؟

- ۱) $[-3, 4]$
- ۲) $[-3, 4)$
- ۳) $[-3, 3)$
- ۴) $[-4, 4)$



۲۵- اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد، مقدار $\frac{b - 3k}{d + 12}$ کدام است؟

x	۳	$a + 1$	۲	۷
$f(x)$	\sqrt{k}	$\sqrt[3]{b}$	۴	d

- ۱) ۱
- ۲) ۴
- ۳) ۱۶
- ۴) ۱۲



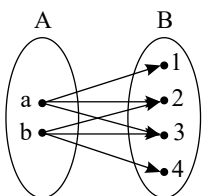
۲۶- مساحت بین دو نمودار $y_1 = |x + 1|$ و $y_2 = -|x + 2| + 3$ کدام است؟

- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۵

۲۷- به ازای چند عدد صحیح a ، رابطه‌ی $f = \{(a^2, -1), (0, 5), (4, 7)\}$ تابع نیست؟

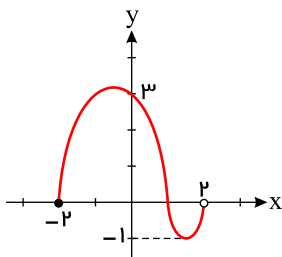
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

۲۸- باتوجه به نمودار پیکانی داده شده، با حذف، رابطه‌ی حاصل می‌تواند تابع باشد.



- ۱) ۲ پیکان
- ۲) یک عضو از مجموعه‌ی B
- ۳) ۳ پیکان
- ۴) ۲ عضو از مجموعه‌ی B

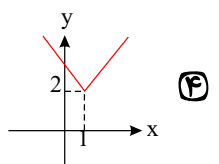
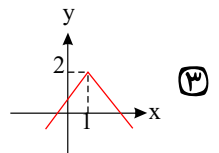
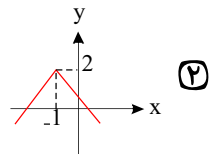
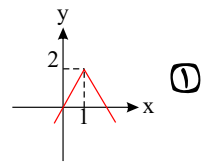
۲۹- نمودار تابع f به شکل زیر است. چند عدد صحیح هم در دامنه و هم در برد تابع قرار دارند؟



- ۱) ۲
- ۲) ۳
- ۳) ۴
- ۴) ۵



۳۰- نمودار تابع $y = -|x - 1| + 2$ کدام است؟





پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی، مؤلفه‌های اولشان یکسان نباشد، مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد.

$$\begin{cases} (3, m+2) \\ (3, m^2) \end{cases} \Rightarrow m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-1 \end{cases}$$

$$m=2: f = \{(3, 4), (1, 2), (3, 4), (1, 1)\}: \begin{cases} (1, 1) \\ (1, 2) \end{cases} \text{ تابع نیست}$$

$$m=-1: f = \{(3, 1), (1, 2), (3, 1), (-2, 1)\} \text{ تابع است}$$

۲ - گزینه ۴

$$f(2x+1) + f(3) = 5x - 1 \xrightarrow{x=1} f(3) + f(3) = 5 - 1 \Rightarrow 2f(3) = 4 \Rightarrow f(3) = 2$$

$$f(2x+1) + 2 = 5x - 1 \xrightarrow{x=2} f(5) + 2 = 9 \Rightarrow f(5) = 7$$

۳ - گزینه ۲

می‌دانیم: در نمایش نمودار پیکانی تابع، از هر عضو مجموعه اول تنها یک فلش خارج می‌شود.

$$g(x) \begin{cases} (a, 2a-b) \\ (a, -6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a-b = -6 \\ a+b = 3 \end{cases}$$

$$f(x) \begin{cases} (b+3, a+b) \\ (b+3, 3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 3 \\ 3a = -3 \Rightarrow a = -1, a+b = 3 \Rightarrow b-1 = 3 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$2b - a = 8 - (-1) = 9$$

۴ - گزینه ۴

می‌دانیم: مساحت مستطیل برابر است با طول \times عرض

$$\begin{cases} S \text{ مساحت} \\ x \text{ طول} \\ x-3 \text{ عرض} \end{cases} \Rightarrow S = x(x-3) = x^2 - 3x$$

۵ - گزینه ۳

می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که به هر x ، تنها یک y نسبت دهد.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) تابع است: هر عدد تنها یک ریشه سوم دارد.

(۲) تابع است: هر طول مربع تنها یک مساحت دارد. ($S = a^2$)

(۳) تابع نیست: هر عدد مثبت دو ریشه دوم دارد. مثال: $2 \rightarrow \sqrt{2}, -\sqrt{2}$

(۴) تابع است: مساحت هر مربع تنها یک طول ضلع دارد. ($S = a^2 \Rightarrow a = \pm\sqrt{S} \xrightarrow{a>0} a = \sqrt{S}$)

۶ - گزینه ۱

می‌دانیم: (عرض + طول) $P = 2$ محیط مستطیل
عرض \times طول S مساحت مستطیل

$$\begin{cases} x: \text{عرض} \\ x+5: \text{طول} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P = 2(x+x+5) = 2(2x+5) = 4x+10 \Rightarrow P-10 = 4x \Rightarrow \frac{P-10}{4} = x \\ S = x(x+5) = x^2 + 5x \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = \left(\frac{P-10}{4}\right)^2 + 5\left(\frac{P-10}{4}\right) = \frac{P^2 - 20P + 100}{16} + \frac{5P - 50}{4}$$

$$S = \frac{P^2 - 20P + 100 + 20P - 200}{16} \Rightarrow 16S = P^2 - 100$$

۷ - گزینه ۲

می‌دانیم: تابع خطی به فرم $y = ax + b$ است.

$$f(x) = ax + b$$



$$\begin{cases} f(-1) = -a + b = -5 \\ f(2) = 2a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b = -5 \\ 2a + b = 1 \end{cases}$$

$$-3a = -6 \Rightarrow a = 2$$

$$2a + b = 1 \Rightarrow 4 + b = 1 \Rightarrow b = -3$$

$$f(x) = 2x - 3 \Rightarrow f(t) = 2t - 3$$

$$f(t) = 47 = 2t - 3 \Rightarrow 2t = 50 \Rightarrow t = 25$$

۸ - گزینه ۲

$$f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow \begin{cases} f(m) = m^2 - 4 \\ f(3m) = (3m)^2 - 4 = 9m^2 - 4 \end{cases}$$

$$f(m) + f(3m) = 2 \Rightarrow m^2 - 4 + 9m^2 - 4 = 10m^2 - 8 = 2 \Rightarrow 10m^2 = 10$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$m = 1 : f(m + 1) = f(2) = 4 - 4 = 0$$

$$m = -1 : f(m + 1) = f(0) = 0 - 4 = -4$$

۹ - گزینه ۱

می‌دانیم: تابع همانی تابعی است که به هر عضو دامنه، دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد.

$$f = \{(4a + b, b + 1), (4a + b^2, 1 - 2b), (b^2, 4)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + b = b + 1 \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \\ 4a + b^2 = 1 - 2b \xrightarrow{a = \frac{1}{4}} 1 + b^2 = 1 - 2b \Rightarrow b^2 = -2b \\ \Rightarrow b^2 + 2b = 0 \Rightarrow b(b + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow b = -2 \\ b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{4} \Rightarrow a + b = \frac{1}{4} - 2 = \frac{1}{4} - \frac{8}{4} = \frac{-7}{4} \\ b = -2 \end{cases}$$

۱۰ - گزینه ۴

می‌دانیم: تابع ثابت تابعی است که به تمامی x ها تنها یک y را نسبت می‌دهد. $(f(x) = k)$

تابع همانی تابعی است که به هر عضو دامنه همان عضو در برد را نسبت می‌دهد $(f(x) = x)$

$$\text{تابع ثابت } f : (2, 3) \Rightarrow f(x) = 3 \Rightarrow f(2) = f(4) = f(5) = 3$$

$$\text{تابع همانی } g : g(3) = 3$$

$$4f(5) - 5g(3) = 4 \times 3 - 5 \times 3 = 12 - 15 = -3$$

۱۱ - گزینه ۴

می‌دانیم: دامنه تابع مجموعه مقادیر ممکن برای x و برد تابع مجموعه مقادیر ممکن برای y است.

$$R_f = \{0, 1, 2\} \Rightarrow f(x) = 0, 1, 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = 0 \Rightarrow -3x - 1 = 0 \Rightarrow -3x = 1 \Rightarrow x = \frac{-1}{3} \\ f(x) = 1 \Rightarrow -3x - 1 = 1 \Rightarrow -3x = 2 \Rightarrow x = \frac{-2}{3} \\ f(x) = 2 \Rightarrow -3x - 1 = 2 \Rightarrow -3x = 3 \Rightarrow x = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow D_f = \left\{ -1, \frac{-2}{3}, \frac{-1}{3} \right\}$$

۱۲ - گزینه ۲

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، دامنه تابع مجموعه مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل دهنده تابع است و برد تابع مجموعه مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل دهنده تابع است.

$$f = \{(1, 4), (3, 9), (a, 1), (-2, a^2)\} \Rightarrow R_f = \{1, 4, 9, a^2\}$$

از آنجایی که برد تابع شامل ۳ عضو است بنابراین یکی از ۳ حالت زیر اتفاق می‌افتد:

$$I) a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \rightarrow f = \{(1, 4), (3, 9), (1, 1), (-2, 1)\} \rightarrow \begin{cases} (1, 1) \\ (1, 4) \end{cases} \text{ تابع نیست} \\ a = -1 \rightarrow f = \{(1, 4), (3, 9), (-1, 1), (-2, 1)\} \text{ تابع است} \end{cases}$$



$$II) a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \rightarrow f = \{(1, 4)(3, 9)(2, 1)(-2, 4)\} \text{ تابع است} \\ a = -2 \rightarrow f = \{(1, 4)(3, 9)(-2, 1)(-2, 4)\} \rightarrow \begin{cases} (-2, 1) \\ (-2, 4) \end{cases} \text{ تابع نیست} \end{cases}$$

$$III) a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \rightarrow \begin{cases} a = 3 \rightarrow f = \{(1, 4)(3, 9)(3, 1)(-2, 9)\} \rightarrow \begin{cases} (3, 9) \\ (3, 1) \end{cases} \text{ تابع نیست} \\ a = -3 \rightarrow f = \{(1, 4)(3, 9)(-3, 1)(-2, 9)\} \text{ تابع است} \end{cases}$$

بنابراین مقادیر ممکن برای a عبارتست از -3 و 2 و -1 یعنی 3 تا

۱۳ - گزینه ۴

می‌دانیم: تابع ثابت تابعی است که به تمامی x ها تنها یک y را نسبت می‌دهد. $(f(x) = k)$
 تابع همانی تابعی است که به هر عضو دامنه همان عضو در برد را نسبت می‌دهد $(f(x) = x)$

تابع ثابت $f: f(3) = f(4) = f(5)$

تابع همانی $g: g(3) = 3$

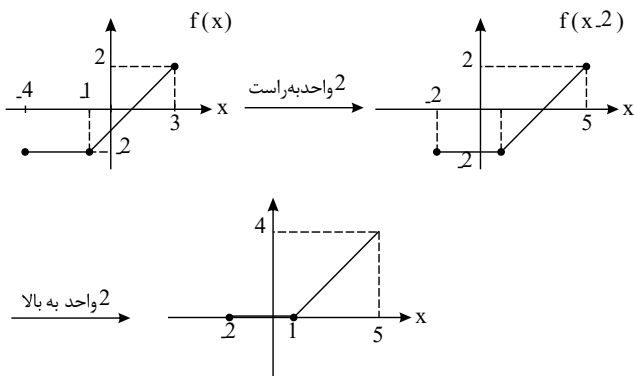
$$(f(3))^2 + g(3) = 4f(4) \Rightarrow (f(5))^2 + 3 = 4f(5) \Rightarrow (f(5))^2 - 4f(5) + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (f(5) - 3)(f(5) - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(5) = 1 \\ f(5) = 3 \end{cases}$$

$$g(5) + f(5) = \begin{cases} 5 + 1 = 6 \\ 5 + 3 = 8 \end{cases}$$

۱۴ - گزینه ۴

می‌دانیم: برای رسم نمودار $f(x+k)$ ، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای افق انتقال می‌دهیم.
 اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود
 برای رسم نمودار $f(x) + k$ ، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای قائم انتقال می‌دهیم.
 اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود



۱۵ - گزینه ۳

$$1 \leq f(x) \leq 5 \Rightarrow 1 \leq f(x+1) \leq 5 \xrightarrow{-\frac{2}{3}} \frac{1}{3} \leq f(x+1) - \frac{2}{3} \leq \frac{13}{3} \Rightarrow R_{f(x+1) - \frac{2}{3}} = \left[\frac{1}{3}, \frac{13}{3}\right]$$

۱۶ - گزینه ۱

می‌دانیم: شیب خط گذرا از نقاط (x_1, y_1) و (x_2, y_2) برابر است با $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
 معادله خط گذرا از نقطه (x_0, y_0) با شیب m برابر است با $y - y_0 = m(x - x_0)$

$$\begin{cases} (-1, -1) \\ (2, -3) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{-3 - (-1)}{2 - (-1)} = \frac{-3 + 1}{2 + 1} = \frac{-2}{3}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + 3 = \frac{-2}{3}(x - 2) \Rightarrow y + 3 = \frac{-2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-2}{3}x + \frac{4}{3} - \frac{9}{3} \Rightarrow y = \frac{-2}{3}x - \frac{5}{3}$$

۱۷ - گزینه ۲

می‌دانیم: برای رسم نمودار $f(x+k)$ ، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای افق انتقال می‌دهیم.
 اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود
 برای رسم نمودار $f(x) + k$ ، نمودار $f(x)$ را k واحد در راستای قائم انتقال می‌دهیم.
 اگر $k > 0$ باشد انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ باشد انتقال در جهت مثبت خواهد بود



$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 10 & x \geq 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{واحد به راست}} f(x-2) = \begin{cases} (x-2)^2 - 10 & x-2 \geq 1 \\ 3(x-2) - 1 & x-2 < 1 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{واحد به پایین}} f(x-2) - 5 = \begin{cases} (x-2)^2 - 10 - 5 & x-2 \geq 1 \\ 3(x-2) - 1 - 5 & x-2 < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 4 - 15 & x \geq 3 \\ 3x - 6 - 6 & x < 3 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} x^2 - 4x - 11 & x \geq 3 \\ 3x - 12 & x < 3 \end{cases}$$

۱۸ - گزینه ۳

رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مولفه‌ی اول برابر نداشته باشند و اگر مولفه‌ی اول آنها برابر بود، حتماً مولفه‌ی دوم آنها نیز برابر باشند.

$$\left. \begin{aligned} (1, 3) \in f \\ (1, m^2 - 2m) \in f \end{aligned} \right\} \Rightarrow m^2 - 2m = 3 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow (m-3)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 3 \rightarrow f = \{(1, 3), (3, 2), (-1, \frac{1}{3})\} \text{ تابع است} \\ m = -1 \rightarrow f = \{(1, 3), (-1, 2), (-1, -1)\} \text{ تابع نیست} \end{cases}$$

پس تنها مقدار قابل قبول برای m ، عدد ۳ است، حال معادله را حل می‌کنیم:

$$\xrightarrow{m=3} x^3 - 6x^2 + 9x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6x + 9) = 0 \Rightarrow x(x-3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}$$

معادله دو جواب متمایز دارد.

۱۹ - گزینه ۲

دامنه‌ی تابع عبارتست از تصویر نمودار تابع بر روی محور x ها و برد تابع، تصویر نمودار بر روی محور y ها است.

سایه نمودار $f(x)$ بر روی محور x عبارتست از:

$$D_f = [-3, -1) \cup [0, 6)$$

۲۰ - گزینه ۳

اگر نمودار $f(x)$ در دسترس باشد، $f(x) + k$ را با انتقال دادن $f(x)$ در راستای محور y ها بدست می‌آوریم. (اگر $k > 0$ باشد، انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ باشد، انتقال به سمت پایین خواهد بود.) برای رسم $f(x) + k$ ، نمودار $f(x)$ را خلاف جهت علامت k بر روی محور y ها جابجا می‌کنیم.

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = f(x-3) \xrightarrow{\text{واحد به پایین}} y = f(x-3) - 2$$

۲۱ - گزینه ۳ رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ دو زوج مرتبی، مولفه‌ی اول یکسان نداشته باشد.

$$\begin{cases} (\sqrt{3}, 7) \in f \\ (\sqrt{3}, a^2 + 3) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 + 3 = 7 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$a = 2 \Rightarrow \begin{cases} (2, 1) \in f \\ (2, 2) \in f \end{cases} \Rightarrow f \text{ تابع نیست}$$

$$a = -2 \rightarrow \begin{cases} (-2, b) \in f \\ (-2, 1) \in f \end{cases} \Rightarrow b = 1$$

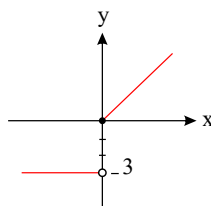
$$\Rightarrow a + b = -2 + 1 = -1$$

۲۲ - گزینه ۱ تابع همانی، شامل زوج‌های مرتبی است که مولفه‌ی اول و دوم آن‌ها با هم برابر است.

$$\left. \begin{aligned} n-1 = 3 \Rightarrow n = 4 \\ 3m-2 = 4 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۲۳ - گزینه ۳ دامنه تابع عبارتست از تصویر نمودار آن بر روی محور x ها
برد تابع عبارتست از تصویر نمودار آن بر روی محور y ها

$$\text{تابع } f(x) = \begin{cases} x & , x \geq 0 \\ -3 & , x < 0 \end{cases} \text{ را رسم می‌کنیم:}$$



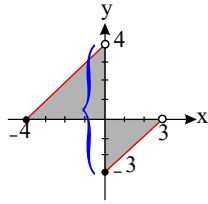
طبق شکل می‌بینیم برای $x \geq 0$ ، مقدار تابع در بازه‌ی $[0, +\infty)$ تغییر میکند و در ضابطه‌ی دوم وقتی $x < 0$ است مقدار تابع تنها عدد -3 است. پس برد تابع عبارت است از:

$$R_f = [0, +\infty) \cup \{-3\}$$

۲۴ - گزینه ۲ برد تابع عبارتست از تصویر نمودار آن بر روی محور y ها



برای توابعی که نمودار آن‌ها داده شده است، تصویر تمام نقاط نمودار روی محور y ‌ها برد تابع را مشخص می‌کنند.



$$R_f = [-3, 4)$$

دقت کنید که عدد ۴، عضو برد تابع نیست.

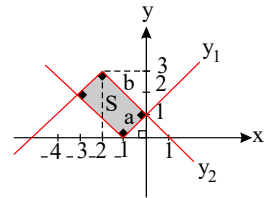
۲۵ - گزینه ۱ در تابع ثابت، مؤلفه‌ی دوم همهی زوج‌های مرتب با هم برابر است.

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{k} = 4 &\rightarrow k = 16 \\ \sqrt[3]{b} = 4 &\rightarrow b = 64 \\ d = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{b - 3k}{d + 12} = \frac{64 - 3 \times 16}{4 + 12} = \frac{64 - 48}{16} = \frac{16}{16} = 1$$

۲۶ - گزینه ۳ ابتدا نمودار توابع y_1 و y_2 را رسم می‌کنیم و مساحت بین دو نمودار همان قسمت سایه زده شده است که به صورت یک مستطیل با اضلاع a و b است. کافی است طول اضلاع a و b را بدست بیاوریم. مطابق شکل، a و b وترهای مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقینی به طول ضلع‌های قائمه‌ی به ترتیب ۱ و ۲ هستند، پس:

$$\begin{cases} a^2 = 1^2 + 1^2 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2} \\ b^2 = 2^2 + 2^2 \Rightarrow b^2 = 8 \Rightarrow b = 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = ab = (\sqrt{2})(2\sqrt{2}) = 4$$



۲۷ - گزینه ۳ رابطه‌ی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی از آن، مؤلفه‌ی اول یکسان نداشته باشند.

باتوجه به نکته فوق برای آنکه رابطه‌ی f تابع نباشد، باید حداقل دو زوج مرتب آن دارای مؤلفه‌ی اول برابر و مؤلفه‌ی دوم نابرابر باشند.

وضعیت زوج‌های مرتب $(0, 5)$ و $(4, 7)$ معلوم است؛ مؤلفه‌ی اول برابر ندارند. پس این برابری را برای زوج‌های مرتب زیر در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{aligned} (a^x, -1) \\ (0, 5) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^x = 0 \Rightarrow a = 0$$

$$\left. \begin{aligned} (a^x, -1) \\ (4, 7) \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^x = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

\Rightarrow برای a سه مقدار صحیح وجود دارد.

۲۸ - گزینه ۴ رابطه‌ی تابع است که در نمودار پیکانی آن، از هر عضو دامنه فقط یک پیکان خارج شده باشد.

با حذف دو عضو ۲ و ۳ از مجموعه‌ی B ، رابطه به تابع تبدیل می‌شود.

۲۹ - گزینه ۲

دامنه‌ی تابع عبارتست از تصویر نمودار تابع بر روی محور x ‌ها و برد تابع، تصویر نمودار بر روی محور y ‌ها است.

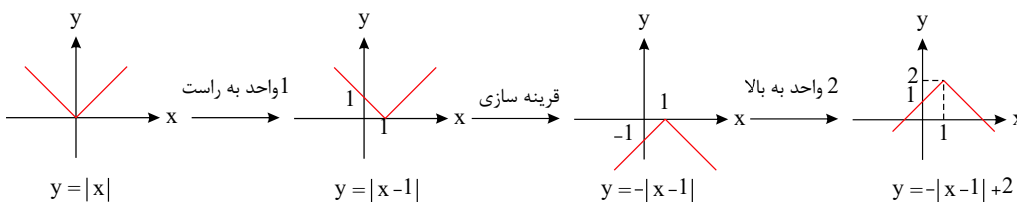
اعداد صحیح موجود در دامنه‌ی تابع عبارتند از $\{-2, -1, 0, 1\}$ و اعداد صحیح برد تابع $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ هستند. اشتراک این مجموعه $\{-1, 0, 1\}$ است.

۳۰ - گزینه ۳

اگر نمودار تابع $f(x)$ در دسترس باشد:

- ۱) نمودار تابع $f(x) + a$ از انتقال $f(x)$ در راستای محور y ‌ها بدست می‌آید. (برای $a > 0$ انتقال به بالا و برای $a < 0$ انتقال به پایین)
- ۲) نمودار تابع $f(x + a)$ از انتقال $f(x)$ در راستای محور x ‌ها به دست می‌آید. (برای $a > 0$ انتقال به چپ و برای $a < 0$ انتقال به راست)
- ۳) نمودار تابع $-f(x)$ از قرینه کردن $f(x)$ نسبت به محور x ‌ها به دست می‌آید.

با استفاده از نکته‌ی فوق، نمودار تابع خواسته شده را مرحله به مرحله رسم می‌کنیم.



پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۱	۱۱ - ۴	۱۶ - ۱	۲۱ - ۳	۲۶ - ۳
۲ - ۴	۷ - ۲	۱۲ - ۲	۱۷ - ۲	۲۲ - ۱	۲۷ - ۳
۳ - ۲	۸ - ۲	۱۳ - ۴	۱۸ - ۳	۲۳ - ۳	۲۸ - ۴
۴ - ۲	۹ - ۱	۱۴ - ۴	۱۹ - ۲	۲۴ - ۲	۲۹ - ۲
۵ - ۳	۱۰ - ۴	۱۵ - ۳	۲۰ - ۳	۲۵ - ۱	۳۰ - ۳