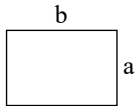




علی هاشمی

۱- در مستطیل مقابل، اگر اندازه‌ی طول ۴ واحد بیشتر از عرض باشد، کدام تابع زیر محیط این مستطیل (P) را بر حسب تابعی از عرض آن به درستی بیان می‌کند؟



① دامنه $= R$ $P(a) = 4a + 8$

② دامنه $= (0, +\infty)$ $P(a) = 4a + 8$

③ دامنه $= R$ $P(a) = 4a - 8$

④ دامنه $= (0, +\infty)$ $P(a) = 4a - 8$

۲- اگر دامنه تابع $f(x) = 2x - 1$ بازه $[3, +\infty)$ و دامنه تابع $g(x) = \frac{1}{3}x + 3$ بازه

$(-\infty, 3]$ باشد، اجتماع برد توابع f و g کدام است؟

① Z

② R

③ $R - \{5\}$

④ $R - (4, 5)$

۳- در تابع $f(x) = \frac{x-1}{2}$ داریم: $f(x) = 3f(2) - f(0)$ ، کدام a است؟

① ۲

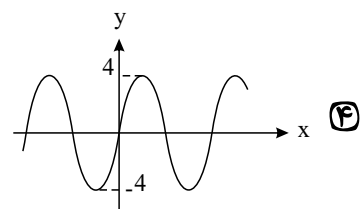
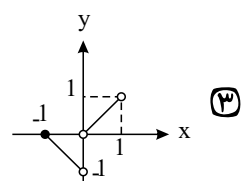
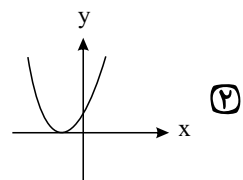
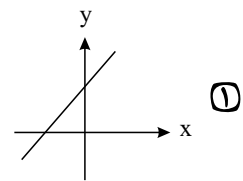
② ۳

③ ۴

④ ۵



۴- کدام یک از نمودارهای زیر، مربوط به تابعی است که برد آن زیرمجموعه‌ای از دامنه‌اش نیست؟



۵- اگر $f = \{(-1, 2m + 1), (2, 3 - m), (-6, 2), (-m, m - 1)\}$ و $f(2) - f(-6) + 2f(-1) = 9$ باشد، برد تابع f کدام است؟

① $\{5, -1, 2\}$

② $\{1, -5, 2\}$

③ $\{-5, -2, 1\}$

④ $\{5, 1, 2\}$

۶- اگر $f(\sqrt{x}) = x - \sqrt{x}$ باشد، حاصل $f(5) - 2f(4)$ کدام است؟

① -۸

② -۴

③ ۴

④ ۸



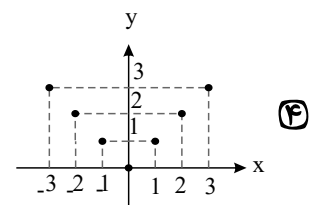
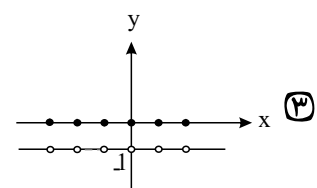
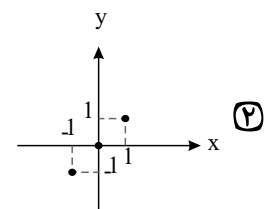
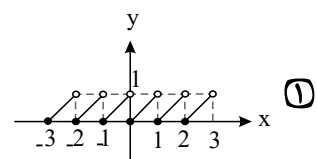
۷- در تابع خطی f داریم: $f(x) + f(-x) = -12$ و $f(4) = -2f(1)$ ، در این صورت $f(10)$ کدام است؟

- ① ۱۲
- ② ۲۰
- ③ ۱۸
- ④ ۲۴

۸- همهٔ توابع خطی با دامنهٔ $[-3, 2]$ و برد $[2, 6]$ را نوشته و سپس مقدار همهٔ توابع را به ازای $x = 1$ حساب کرده‌ایم. مجموع مقادیر به دست آمده کدام است؟

- ① صفر
- ② ۸
- ③ هر عدد دلخواه در بازهٔ $[2, 6]$
- ④ -۱

۹- در کدام گزینه، نمودار تابعی با دامنهٔ نامتناهی و برد متناهی رسم شده است؟





۱۰- قطر مربعی برابر d است. ضابطه محیط این مربع به عنوان تابعی از d کدام است؟

① $P(d) = \frac{d^2}{2}$

② $P(d) = 4\sqrt{d}$

③ $P(d) = 2\sqrt{2d}$

④ $P(d) = 4\sqrt{2d}$

۱۱- اگر تابع $f = \{(1, m+2), (0, m), (2, 2)\}$ یک تابع خطی باشد، مقدار m کدام است؟

① ۱

② ۲

③ -۱

④ -۲

۱۲- دامنه یک تابع $4n - 55$ و برد آن $2n + 1$ عضو دارد. برای n چند عدد طبیعی وجود دارد؟

① ۱۰

② ۹

③ ۸

④ ۷

۱۳- اگر x از بازه $(1, 3)$ انتخاب شود، در این صورت نمودار تابع $f(x) = |ax - 3|$ پایین تر از نیمساز ناحیه اول و سوم قرار می گیرد. $f(2)$ کدام است؟ ($a > 1$)

① $\frac{1}{2}$

② ۱

③ $\frac{3}{2}$

④ ۲



۱۴- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای توابع $y = |x + 1|$ و $y = |x - 3|$ و محور x ها کدام است؟

- ۱) ۵
- ۲) ۴
- ۳) ۶
- ۴) ۳

۱۵- اگر f تابع همانی، g تابع ثابت و $g(5) = 3$ باشند، مقدار $4f(g(-2)) - 2g(f(7))$ کدام است؟

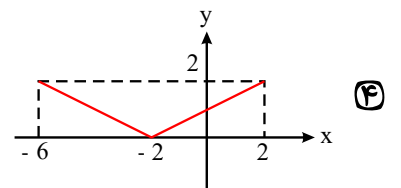
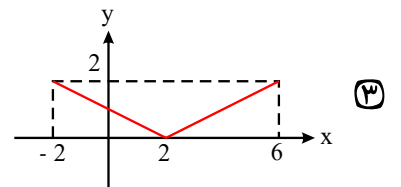
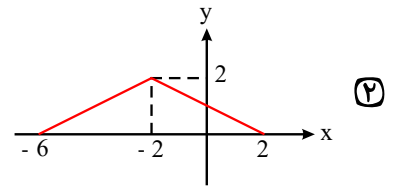
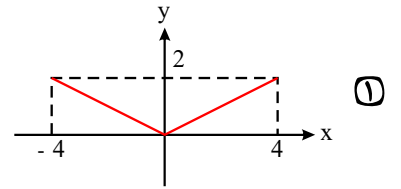
- ۱) ۶
- ۲) -۶
- ۳) ۱۲
- ۴) -۱۲

۱۶- اگر تابع $f(x) = (a - c)x^2 + (a - b)x + 3x - 4 + b$ تابع همانی باشد، مقدار $\frac{f(a) + f(b)}{f(a + c)}$ کدام گزینه است؟

- ۱) ۱
- ۲) $\frac{3}{2}$
- ۳) ۴
- ۴) ۲



۱۷- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت باشد، نمودار تابع $y = f(x - 2) + 2$ کدام است؟

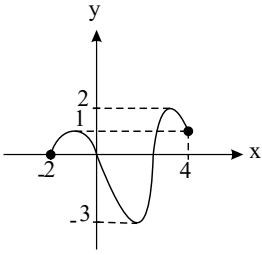


۱۸- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ ، چند تابع ثابت از مجموعه A به مجموعه B می‌توانیم تعریف کنیم؟

- ① ۱۵
- ② ۵
- ③ ۳
- ④ ۶

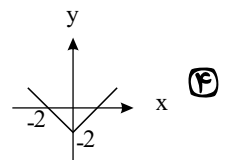
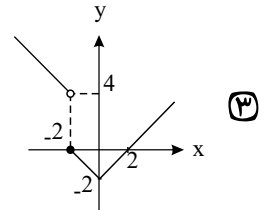
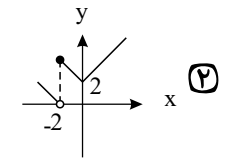
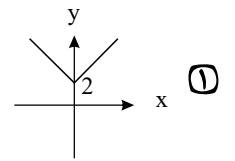


۱۹- نمودار $f(x)$ به شکل مقابل است. اگر دامنه تعریف تابع، مجموعه A و برد تابع، مجموعه B باشد، $A \cap B$ شامل چند عدد صحیح است؟



- ۵ (۱)
- ۶ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۲۰- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} |x| - 2 & x \geq -2 \\ |x - 2| & x < -2 \end{cases}$ کدام است؟



۲۱- اگر تابع $f = \{(2n, -1), (4, m+1)\}$ یک تابع ثابت و تابع $g = \{(m-1, 2n), (1, 1)\}$ یک تابع همانی باشد، آن گاه $n - m$ کدام است؟

- $-\frac{2}{3}$ (۱)
- $-\frac{1}{3}$ (۲)
- 1 (۳)
- ۳ (۴)



۲۲- اگر بدانیم رابطه $f = \{(a, 3), (5, a^2 - 1), (2, -1), (5, 3), (2, b)\}$ یک تابع است، آن گاه حاصل $\frac{f(-2) + f(2)}{f(5)}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$
- ۲) $\frac{3}{2}$
- ۳) $\frac{2}{3}$
- ۴) $\frac{4}{3}$

۲۳- تابع خطی $f(x) = ax + b$ مفروض است. اگر دامنه و برد این تابع به ترتیب $[2, 4]$ و $[-5, 3]$ باشد، آن گاه $a + b$ کدام می تواند باشد؟

- ۱) ۱۷
- ۲) ۹
- ۳) ۷
- ۴) -۷

۲۴- مجموع عضوهای مجموعه برد تابع $f = \{(1, 2), (m^2 - m, 5), (0, -4), (1, m^2 + m)\}$ کدام است؟

- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۵
- ۴) ۶

۲۵- اگر برد تابع $f(x) = \begin{cases} (x+3)^2 & x \leq -1 \\ -|x| - 1 & -1 < x \leq 2 \end{cases}$ به صورت $[a, b] \cup [c, +\infty)$ باشد، $a + b + c$ کدام است؟

- ۱) -۵
- ۲) -۴
- ۳) -۳
- ۴) -۶



۲۶- کدام یک از روابط زیر قطعاً یک تابع را مشخص می کند؟

- ۱) رابطه ای که به هر عدد، ریشه های دوم آن را نسبت دهد.
- ۲) رابطه ای که به هر کلاس، دانش آموزان آن را نسبت دهد.
- ۳) رابطه ای که به هر دانش آموز، دوستان او را نسبت دهد.
- ۴) رابطه ای که به هر عدد، ریشه سوم آن را نسبت می دهد.

۲۷- اگر $\left\{ (2, 2a + 4), (2, -4a - 2), \left(-\frac{4}{2a}, b - 1\right), \left(\frac{2b}{3}, c + 1\right) \right\}$ یک تابع باشد، حاصل $b - 2c + a$ کدام است؟

- ۱) ۳
- ۲) ۲
- ۳) ۱
- ۴) صفر

۲۸- اگر زوج های مرتب $(0, x + \frac{y}{2})$ و $(x^2 + y - 5, 3)$ برابر باشند، $x + y$ کدام است؟

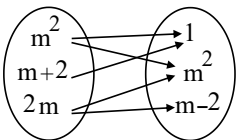
- ۱) ۵
- ۲) ۴
- ۳) ۷
- ۴) ۸

۲۹- تابع $\left\{ (5, 2m), (5, 4m - 1), \left(6 - 2m, n^2 - \frac{3n}{2}\right), (2n + 1, n^2) \right\}$ شامل چند مرتب متمایز است؟

- ۱) ۴
- ۲) ۳
- ۳) ۲
- ۴) ۱

۳۰- به ازای چه مقدار m نمودار پیکانی زیر نمایش یک تابع است؟

- ۱) هیچ مقدار برای m وجود ندارد.
- ۲) ۱
- ۳) ۲
- ۴) ۳





پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲ محیط مستطیل برابر است با دو برابر مجموع طول و عرض آن.

$$P = 2(a + b) \Rightarrow P = 2(a + 4 + a) = 2(2a + 4) \Rightarrow P(a) = 4a + 8$$

فرض $b = 4 + a$

از طرفی چون طول مستطیل، عددی مثبت است، دامنه‌ی این تابع $(0, +\infty)$ خواهد بود.

۲ - گزینه ۴ طبق فرض x های موجود در دامنه تابع عبارتند از: $x \geq 3$

حال $f(x)$ را با استفاده از این دامنه می‌سازیم تا برد آن مشخص شود:

$$\begin{aligned} \times 2 \rightarrow 2x \geq 6 \rightarrow 2x - 1 \geq 5 \rightarrow f(x) \geq 5 \rightarrow f(x) \text{ برد} = [5, +\infty) \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{f(x)} \end{aligned}$$

همین کار را برای تابع $g(x)$ نیز انجام می‌دهیم:

$$g \text{ دامنه‌ی } = (-\infty, 3) \rightarrow x \leq 3 \rightarrow \frac{1}{x} \leq \frac{1}{3} \rightarrow \frac{1}{3} + 3 \leq \frac{1}{x} + 3 \leq 4 \rightarrow g(x) \leq 4$$

$\underbrace{\hspace{1.5cm}}_{g(x)}$

$$g \text{ برد} = (-\infty, 4]$$

و اجتماع بردها عبارتست از: $R - (4, 5)$

۳ - گزینه ۴

$$f(x) = \frac{x-1}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} f(0) &= \frac{-1}{2} \\ f(2) &= \frac{1}{2} \Rightarrow 3f(2) = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3f(2) - f(0) = \frac{3}{2} - \left(\frac{-1}{2}\right) = 2 = f(a)$$

$$f(a) = 2 = \frac{a-1}{2} \Rightarrow a-1 = 4 \Rightarrow a = 5$$

۴ - گزینه ۳

می‌دانیم: دامنه تابع مجموعه مقادیر ممکن برای x و برد تابع مجموعه مقادیر ممکن برای y است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = \mathbb{R}$ $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow R_f \subseteq D_f$

۲) $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = [0, +\infty)$ $[0, +\infty) \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow R_f \subseteq D_f$

۳) $D_f = [-1, 0) \cup [0, 1)$, $R_f = (-1, 1)$ $\Rightarrow R_f \not\subseteq D_f$

۴) $D_f = \mathbb{R}$, $R_f = [-4, 4]$ $[-4, 4] \subseteq \mathbb{R} \Rightarrow R_f \subseteq D_f$

۵ - گزینه ۴

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، دامنه تابع مجموعه مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل دهنده تابع است و برد تابع مجموعه مؤلفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل دهنده تابع است.

$$f(a) = b \Leftrightarrow (a, b)$$

$$f = \{(-1, 2m+1), (2, 3-m), (-6, 2), (-m, m-1)\} \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = 2m+1 \\ f(2) = 3-m \\ f(-6) = 2 \\ f(-m) = m-1 \end{cases}$$

$$f(2) - f(-6) + 2f(-1) = 9 \Rightarrow 3-m-2+2(2m+1) = 9$$

$$\Rightarrow 3-m-2+4m+2 = 9 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2$$

$$R_f = \{2m+1, 3-m, 2, m-1\} \xrightarrow{m=2} R_f = \{5, 1, 2, 1\} = \{5, 1, 2\}$$

۶ - گزینه ۲

$$\begin{cases} \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow f(5) = f(\sqrt{25}) = 25 - \sqrt{25} = 25 - 5 = 20 \\ \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16 \Rightarrow f(4) = f(\sqrt{16}) = 16 - \sqrt{16} = 16 - 4 = 12 \Rightarrow 2f(4) = 24 \\ f(5) - 2f(4) = 20 - 24 = -4 \end{cases}$$

۷ - گزینه ۴ می‌دانیم: فرم تابع خطی $f(x) = ax + b$ است.

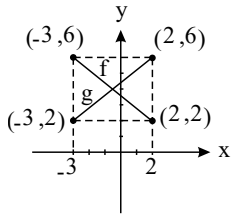
$$\begin{cases} f(x) = ax + b \\ f(-x) = -ax + b \end{cases} \Rightarrow f(x) + f(-x) = ax + b - ax + b = 2b = -12 \Rightarrow b = -6$$



$$\begin{cases} f(4) = 4a - 6 \\ f(1) = a - 6 \end{cases} \text{ و } f(4) = -2f(1) \Rightarrow 4a - 6 = -2(a - 6) \Rightarrow 4a - 6 = -2a + 12 \Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = 3$$

$$f(x) = 3x - 6 \Rightarrow f(10) = 3 \times 10 - 6 = 30 - 6 = 24$$

۸ - گزینه ۲ به کمک شکل خیلی راحت می توان فهمید که تنها دو تابع خطی با این ویژگی ها وجود دارد. بنابراین کفایت با توجه به شکل، توابع f و g را به دست آوریم و سپس حاصل $f(1) + g(1)$ را محاسبه کنیم:



$$1) f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(2) = 2 \Rightarrow 2a + b = 2 \\ f(-3) = 6 \Rightarrow -3a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 2 \\ -3a + b = 6 \end{cases}$$

$$\Delta a = -4 \Rightarrow a = \frac{-4}{5} \Rightarrow b = \frac{18}{5}$$

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{4}{5}x + \frac{18}{5} \Rightarrow f(1) = \frac{14}{5}$$

$$2) g(x) = cx + d \Rightarrow \begin{cases} g(2) = 6 \Rightarrow 2c + d = 6 \\ g(-3) = 2 \Rightarrow -3c + d = 2 \end{cases} \Rightarrow \Delta c = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2c + d = 6 \\ -3c + d = 2 \end{cases}$$

$$c = \frac{4}{5}, d = \frac{22}{5}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{4}{5}x + \frac{22}{5} \Rightarrow g(1) = \frac{26}{5}$$

$$f(1) + g(1) = \frac{14}{5} + \frac{26}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

۹ - گزینه ۳

می دانیم: در تابع، دامنه مجموعه مقادیر ممکن برای x و برد مجموعه مقادیر ممکن برای y است.

$$1) D_f = [-3, 3], R_f = [0, 1]$$

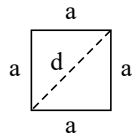
$$2) D_f = \{-1, 0, 1\}, R_f = \{-1, 0, 1\}$$

$$3) D_f = \mathbb{R}, R_f = \{0, -1\}$$

$$4) D_f = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}, R_f = \{0, 1, 2, 3\}$$

۱۰ - گزینه ۴

در مربع روبه رو بنا بر رابطه فیثاغورس داریم:



$$a^2 + a^2 = d^2 \Rightarrow 2a^2 = d^2 \Rightarrow a^2 = \frac{d^2}{2} \Rightarrow a = \frac{d}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}d}{2}$$

$$a = \frac{\sqrt{2}d}{2} \Rightarrow \text{محیط مربع} = p = 4a \longrightarrow p = 4 \times \frac{\sqrt{2}d}{2} = 2\sqrt{2}d$$

۱۱ - گزینه ۴

می دانیم: فرم تابع خطی به صورت $y = ax + b$ است.

$$\begin{cases} (1, m+2) : m+2 = a+b \\ (0, m) : m = b \end{cases} \Rightarrow b+2 = b+a \Rightarrow a = 2$$

$$(2, 2) : 2 = 2a + b \xrightarrow{a=2} 2 = 4 + b \Rightarrow b = -2$$

$$m = b = -2$$

۱۲ - گزینه ۲

می دانیم: تعداد اعضای دامنه باید از تعداد اعضای برد بیشتر و یا با آن مساوی باشند تا رابطه تابع باشد.

$$55 - 4n \geq 2n + 1 \Rightarrow 6n \leq 54 \Rightarrow n \leq 9$$



می‌دانیم: خط $y = x$ نیمساز ربع اول و سوم است.

$$|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|x| \geq 0$$

$$\begin{cases} f(x) = |ax - 3| \\ y = x \end{cases} \Rightarrow |ax - 3| < x \Rightarrow \frac{I}{II} \Rightarrow -x < ax - 3 < x$$

$$I: -x < ax - 3 \Rightarrow ax + x > 3 \Rightarrow x(a + 1) > 3 \Rightarrow x > \frac{3}{a + 1}$$

$$II: ax - 3 < x \Rightarrow ax - x < 3 \Rightarrow x(a - 1) < 3 \Rightarrow x < \frac{3}{a - 1}$$

$$I \cap II: x \in \left(\frac{3}{a + 1}, \frac{3}{a - 1} \right) = (1, 3) \Rightarrow a + 1 = 3 \Rightarrow a = 2$$

$$f(a) = f(2) = |4 - 3| = |1| = 1$$

می‌دانیم: برای رسم تابع $f(x) + k$ کافیسیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای عمود جابه‌جا کنیم.

اگر $k \geq 0$ بود انتقال به سمت بالا و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت پایین است.

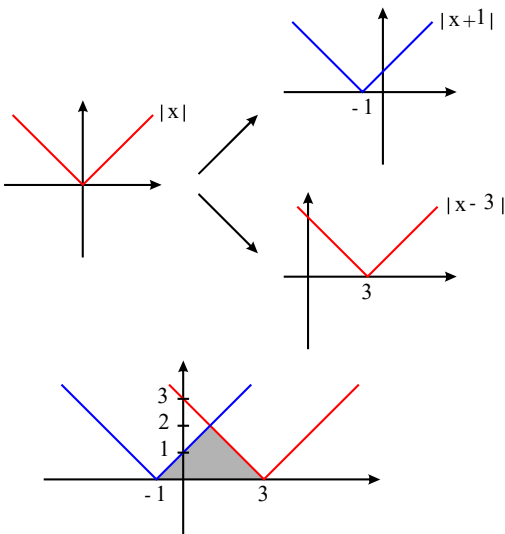
برای رسم تابع $f(x + k)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم.

اگر $k > 0$ بود انتقال به سمت چپ و اگر $k < 0$ بود انتقال به سمت راست است.

برای رسم تابع $-f(x)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور x قرینه کنیم.

برای رسم تابع $f(-x)$ کافیسیت تابع $f(x)$ را نسبت به محور y قرینه کنیم.

با رسم نمودار هر یک از توابع داریم:



برای محاسبه ارتفاع مثلث کافیسیت عرض نقطه تلاقی در نمودار را محاسبه کنیم:

$$-1 < x < 3 \Rightarrow \begin{cases} |x + 1| = x + 1 \\ |x - 3| = -x + 3 \end{cases} \Rightarrow x + 1 = -x + 3 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$x = 1 \Rightarrow y = x + 1 = 2$$

$$S_{\Delta} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

می‌دانیم: تابع همانی تابعی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = x)$

تابع ثابت تابعی است که به هر عضو از دامنه تنها یک عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = k(k \in \mathbb{R}))$

$$\left. \begin{array}{l} \text{تابع همانی} \quad f: f(y) = y \\ \text{تابع ثابت} \quad g: g(\delta) = g(y) = 3 \Rightarrow -2g(y) = -6 \end{array} \right\} \Rightarrow -2g(f(y)) = -6$$



$$g(-2) = 3 \Rightarrow f(g(-2)) = f(3) = 3 \Rightarrow 4f(g(-2)) = -12$$

$$4f(g(-2)) - 2g(g(2)) = 12 - 6 = 6$$

۱۶ - گزینه ۲

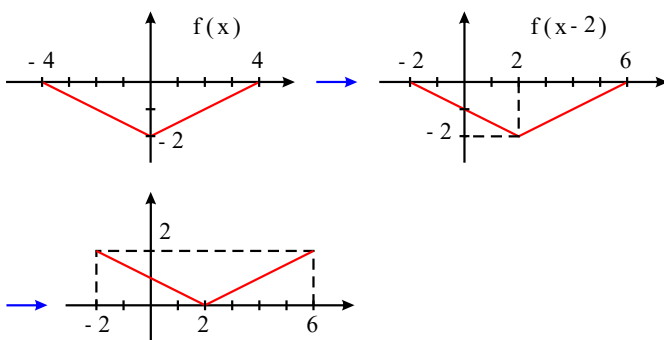
می‌دانیم: تابع همانی تابعی است که به هر عضو از دامنه دقیقاً همان عضو را در برد نسبت می‌دهد. $(f(x) = x)$

$$\text{همانی } f(x) = x = (a-c)x^2 + (a-b)x + 3x - 4 + b = (a-c)x^2 + (a-b+3)x - 4 + b = x$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a-c=0 \Rightarrow a=c \\ a-b+3=1 \Rightarrow a-b=-2 \\ -4+b=0 \Rightarrow b=4 \end{array} \right\} \Rightarrow a=2 \Rightarrow c=2$$

$$\begin{array}{l} f(a) = a = 2 \\ f(b) = b = 4 \\ f(a+c) = a+c = 2+2 = 4 \end{array} \Rightarrow \frac{f(a)+f(b)}{f(a+c)} = \frac{2+4}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

۱۷ - گزینه ۳



می‌دانیم:

برای رسم تابع $f(x+k)$ کافیسیت نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای افق جابه‌جا کنیم. اگر $k > 0$ بود انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ بود انتقال در جهت مثبت است. برای رسم تابع $f(x)+k$ کافیسیت نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در راستای قائم جابه‌جا کنیم. اگر $k > 0$ بود انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ بود انتقال در جهت منفی است.

۱۸ - گزینه ۳ می‌دانیم:

تابع ثابت تابعی است با برد یک عضوی که اگر آن را x فرض می‌کنیم، ضابطه آن به صورت $f(x) = x$ است.

باتوجه به B که ۳ عضو دارد ۳ تابع ثابت می‌توانیم تعریف کنیم:

$$\begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = 2 \\ f(x) = 3 \end{cases}$$

مجموعه همه مؤلفه‌های اول تابع (مقادیر x) را دامنه می‌گوییم. مجموعه همه مؤلفه‌های اول تابع (مقادیر y) را برد می‌گوییم.

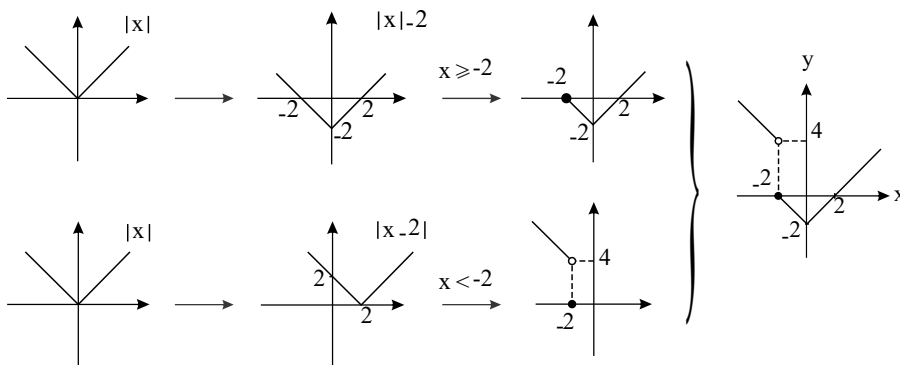
۱۹ - گزینه ۱ می‌دانیم:

$$\begin{cases} D_f = A = [-2, 4] \\ R_f = B = [-3, 2] \end{cases} \Rightarrow A \cap B = [-2, 2]$$

اعداد صحیح بازه $A \cap B$: $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$: پنج تا

برای رسم نمودار $y = f(x) + k$ کافیسیت نمودار $y = f(x)$ را k واحد در راستای قائم انتقال دهیم که اگر $k > 0$ بود انتقال در جهت مثبت و اگر $k < 0$ بود انتقال در جهت منفی است. برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ کافیسیت نمودار $y = f(x)$ را k واحد در راستای افق انتقال دهیم که اگر $k > 0$ برد انتقال در جهت منفی و اگر $k < 0$ برد انتقال در جهت مثبت است.

۲۰ - گزینه ۳ می‌دانیم:



تابع ثابت تابعی است که به هر ورودی یک عدد ثابت نسبت می‌دهد $f(x) = k$
تابع همانی تابعی است که به هر ورودی خودش را نسبت می‌دهد $f(x) = x$

۲۱ - گزینه ۲ می‌دانیم:

$$\text{تابع ثابت } f: f(2n) = -1 \Rightarrow f(x) = -1 \Rightarrow f(4) = -1 = m + 1 \Rightarrow m = -2$$



$$g : g(m-1) = g(-2-1) = g(-3) = -3 = 2n \Rightarrow n = \frac{-3}{2}$$

$$n - m = \frac{-3}{2} - (-2) = \frac{1}{2}$$

۲۲ - گزینه ۳

می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مولفه‌های اولشان باهم یکسان نباشد مگر اینکه مولفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکرار باشند)

$$\begin{cases} (2, -1) \\ (2, b) \end{cases} \Rightarrow b = -1$$

$$\begin{cases} (5, a^2 - 1) \\ (5, 3) \end{cases} \Rightarrow a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$a = 2 \Rightarrow \begin{cases} (2, -1) \\ (2, 3) \end{cases} \text{ غ ق ق} \Rightarrow a = -2$$

$$f = \{(-2, 3), (5, 3), (2, -1), (5, 3), (2, -1)\}$$

$$\frac{f(-2) + f(2)}{f(5)} = \frac{3 + (-1)}{3} = \frac{2}{3}$$

۲۳ - گزینه ۳ ابتدا فرض کنید $a > 0$ باشد:

$$D_f = [2, 4] \Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow 2a \leq ax \leq 4a \Rightarrow 2a + b \leq ax + b \leq 4a + b$$

$$R_f = [-5, 3] = [2a + b, 4a + b] \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -5 \\ 4a + b = 3 \end{cases} \quad (I)$$

$$-2a = -8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = -13 \Rightarrow a + b = -9$$

حال فرض کنید $a < 0$ باشد:

$$D_f = [2, 4] \Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow 2a \geq ax \geq 4a \Rightarrow 2a + b \geq ax + b \geq 4a + b$$

$$R_f = [-5, 3] = [4a + b, 2a + b] \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = -5 \\ 2a + b = 3 \end{cases} \quad (II)$$

$$2a = -8 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow b = 11 \Rightarrow a + b = 7$$

۲۴ - گزینه ۱ می‌دانیم: به مجموعه مولفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل دهنده تابع، دامنه می‌گویند. به مجموعه مولفه‌های دوم زوج مرتب‌های تشکیل دهنده تابع، برد می‌گویند. یک رابطه زمانی تابع است که مولفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل دهنده آن یکسان نباشند یا اگر یکسان بودند، مولفه‌های دومشان نیز باهم برابر باشند. (تکراری باشند)

$$\begin{cases} (1, 2) \\ (1, m^2 + m) \end{cases} \Rightarrow m^2 + m = 2 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m + 2)(m - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 1 \end{cases}$$

$m = 1 \rightarrow f = \{(1, 2), (0, 5), (0, -4), (1, 2)\}$ تابع نیست.

$m = -2 \rightarrow f = \{(1, 2), (6, 5), (0, -4), (1, 2)\}$ تابع است $\Rightarrow R_f = \{2, -4, 5\}$

مجموع اعضای برد: $2 - 4 + 5 = 3$

۲۵ - گزینه ۲

$$x \leq -1 \Rightarrow -\infty < x \leq -1 \Rightarrow -\infty < x + 3 \leq 2 \Rightarrow (x + 3)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x + 3)^2 \in [0, +\infty)$$

$$-1 < x \leq 2 \Rightarrow 0 \leq |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq -|x| \leq 0 \Rightarrow -3 \leq -|x| - 1 \leq -1$$

$$\Rightarrow -|x| - 1 \in [-3, -1]$$

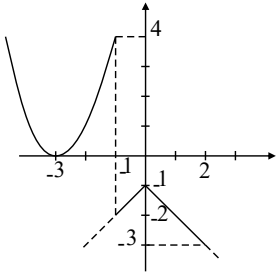
$$R_f = [-3, -1] \cup [0, +\infty) = [a, b] \cup [c, +\infty) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = -4$$

راه دوم:

$$f(x) = \begin{cases} (x + 3)^2 & x \leq -1 \\ -|x| - 1 & -1 < x \leq 2 \end{cases}$$



ابتدا تابع $f(x)$ را به کمک انتقال رسم می‌کنیم: برای رسم تابع $y = (x + 3)^2$ نمودار $y = x^2$ نمودار $y = x^2$ را به اندازه ۳ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم و برای رسم تابع $y = -|x| - 1$ تابع $y = |x|$ را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم تا $y = -|x|$ به دست آید.



سپس آن را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا تابع $y = -|x| - 1$ رسم شود. حال با توجه به شکل $f(x)$ برد آن به صورت زیر است:

$$f_{\text{بر}} = [-3, -1] \cup [0, +\infty) = [a, b] \cup [c, +\infty)$$

$$\Rightarrow a = -3, b = -1, c = 0 \Rightarrow a + b + c = -4$$

- ۲۶ - گزینه ۴ (گزینه ۱) هر عدد، دو ریشه دوم قرینه یکدیگر دارد: تابع نیست.
 گزینه ۲) هر کلاس، می‌تواند بیش از یک دانش آموز داشته باشد: تابع نیست.
 گزینه ۳) هر دانش آموز، می‌تواند بیش از یک دوست داشته باشد: تابع نیست.
 گزینه ۴) هر عدد، تنها یک ریشه سوم دارد: تابع است.

۲۷ - گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \begin{aligned} (2, 2a + 4) \\ (2, -4a - 2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a + 4 = -4a - 2 \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1 \\ & \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{-4}{2a}, b - 1\right) \\ (2, 2a + 4) \end{aligned} \xrightarrow{a=-1} \left\{ \begin{aligned} (2, b - 1) \\ (2, 2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow b - 1 = 2 \Rightarrow b = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow b - 2c + a = 3 - 2 - 1 = 0 \\ & \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{2b}{3}, c + 1\right) \\ (2, 2) \end{aligned} \xrightarrow{b=2} \left\{ \begin{aligned} (2, c + 1) \\ (2, 2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow c + 1 = 2 \Rightarrow c = 1 \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

۲۸ - گزینه ۱

$$(0, x + \frac{y}{2}) = (x^2 + y - 5, 3)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0 = x^2 + y - 5 & (I) \\ x + \frac{y}{2} = 3 \Rightarrow x - 3 = -\frac{y}{2} \Rightarrow 2x - 6 = -y \Rightarrow -2x + 6 = y & (II) \end{cases}$$

با جایگذاری (II) در (I) داریم:

$$x^2 - 2x + 6 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$y = -2x + 6 \xrightarrow{x=1} y = -2 + 6 = 4$$

$$x + y = 1 + 4 = 5$$

۲۹ - گزینه ۳

$$\left\{ \begin{aligned} (5, 2m) \\ (5, 4m - 1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2m = 4m - 1 \Rightarrow 2m = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ (5, 1), (5, n^2 - \frac{3n}{2}), (2n + 1, n^2) \right\}$$

$$\text{طبق تعریف تابع: } \left\{ \begin{aligned} (5, n^2 - \frac{3n}{2}) \\ (5, 1) \end{aligned} \right\} \Rightarrow n^2 - \frac{3n}{2} = 1 \Rightarrow n^2 - \frac{3}{2}n - 1 = 0$$



$$\Rightarrow (n - 2)\left(n + \frac{1}{2}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$n = 2 \Rightarrow \{(5, 1), (5, 4)\} \Rightarrow$ تابع نیست.

$n = -\frac{1}{2} \Rightarrow \{(5, 1), (0, \frac{1}{4})\} \Rightarrow$ ۲ زوج مرتب دارد.

$$\begin{cases} (m^2, 1) \\ (m^2, m^2) \end{cases} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

$$\begin{cases} (2m, m^2) \\ (2m, m - 2) \end{cases} \Rightarrow m^2 = m - 2 \Rightarrow m^2 - m + 2 = 0$$

$\Rightarrow \Delta = 1 - 4(2) = -7 < 0$. معادله ریشه حقیقی ندارد.

۳۰ - گزینه ۱

باتوجه به شرط تابع بودن نمودار بیکنانی داریم:

از آن جایی که اشتراک جواب های دو معادله تهی است؛ بنابراین پاسخ گزینه ۱ است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۶ - ۲	۱۱ - ۴	۱۶ - ۲	۲۱ - ۲	۲۶ - ۴
۲ - ۴	۷ - ۴	۱۲ - ۲	۱۷ - ۳	۲۲ - ۳	۲۷ - ۴
۳ - ۴	۸ - ۲	۱۳ - ۲	۱۸ - ۳	۲۳ - ۳	۲۸ - ۱
۴ - ۳	۹ - ۳	۱۴ - ۲	۱۹ - ۱	۲۴ - ۱	۲۹ - ۳
۵ - ۴	۱۰ - ۳	۱۵ - ۱	۲۰ - ۳	۲۵ - ۲	۳۰ - ۱