



علی هاشمی

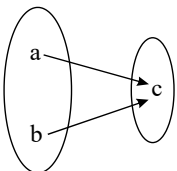
۱- کدام تابع، قطعاً وجود ندارد؟

- ① تابعی که دامنه‌ی آن تک عضوی باشد.
- ② تابعی که فقط برد آن تک عضوی باشد.
- ③ تابعی که تعداد اعضای دامنه‌ی آن بیشتر از تعداد اعضای برد آن است.
- ④ تابعی که تعداد اعضای برد آن بیشتر از تعداد اعضای دامنه‌ی آن است.

۲- برد تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x < 0 \\ -|x + 2| & x \geq 0 \end{cases}$ شامل چند عدد صحیح نمی‌شود؟

- ① ۴
- ② ۳
- ③ ۵
- ④ بی‌شمار

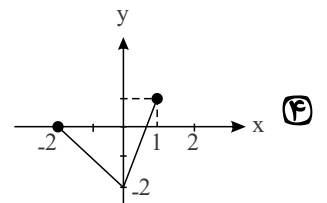
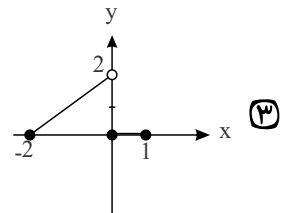
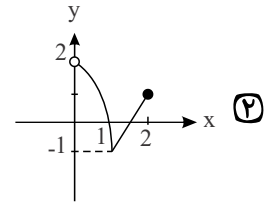
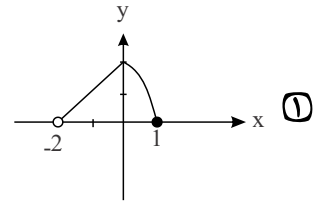
۳- اگر نمودار ون تابع $f = \{(2x^2 - 6, x^2), (4x, x + 6)\}$ مطابق شکل زیر باشد، کدام یک، جزء مؤلفه‌های اول این تابع است؟ ($a \neq b$)



- ① ۱۲
- ② ۴
- ③ ۸
- ④ ۲



۴- در کدام یک از توابع زیر، دامنه برابر $[-۲, ۱]$ و برد برابر $[۰, ۲]$ است؟



۵- اگر دامنه تابع $f(x) = \left| \frac{۳}{۲}x - ۱ \right| + ۱$ بازه $[-۲, ۳]$ باشد، برد این تابع کدام است؟

- ① $(۱, ۵)$
- ② $[۱, ۵]$
- ③ $(۰, ۵]$
- ④ $[۰, ۵)$

۶- کدام یک از جملات زیر درست است؟

- ① اگر دامنه‌ی تابعی نامتناهی باشد، برد آن هم نامتناهی است.
- ② در یک تابع با دامنه و برد متناهی، ممکن است تعداد اعضای برد بیشتر از تعداد اعضای دامنه باشد.
- ③ در یک تابع با دامنه و برد متناهی، ممکن است تعداد اعضای دامنه بیشتر از تعداد اعضای برد باشد.
- ④ اگر تعداد اعضای دامنه‌ی تابعی متناهی باشد، ممکن است تعداد اعضای بردش نامتناهی باشد.



۷- اگر $f(x) = \begin{cases} 2ax + 5b & x \geq 2 \\ -2x^2 + 1 & -1 \leq x \leq 2 \\ b - ax & x \leq -1 \end{cases}$ یک تابع باشد، مقدار ab کدام است؟

- ۱) -۶
- ۲) -۱
- ۳) صفر
- ۴) ۸

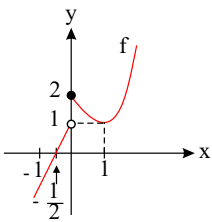
۸- اگر $f(x) = x^2 - 3x + 5$ ، حاصل $f\left(\frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right)$ کدام است؟

- ۱) ۷
- ۲) ۶
- ۳) ۵
- ۴) ۴

۹- اگر دامنه‌ی تابع خطی f برابر $[-1, 2]$ و برد آن نیز برابر $[-2, 4]$ باشد، در این صورت کدام مورد همواره برقرار است؟

- ۱) $f(-1) = -2$
- ۲) $f(0) = 2$
- ۳) $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$
- ۴) $f(2) = -4$

۱۰- مطابق شکل زیر، نمودار تابع f از یک خط و بخشی از یک سهمی تشکیل شده است. حاصل عبارت $\frac{f(3) - f(4)}{-f(-1) + f(-3,5)}$ کدام است؟



- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) -۲
- ۴) -۱



۱۱- اگر رابطه $f = \{(5, -4), (n, 4), (5, n^2 - 5n), (1, n)\}$ تابع باشد، آن گاه معادله $x^3 + xn^2 = 8x^2$ چند جواب متمایز دارد؟

- ۱) ۳
۲) ۲
۳) ۱
۴) صفر

۱۲- یک سهمی را روی محور x ها ۲ واحد به سمت چپ و روی محور y ها ۳ واحد به سمت بالا منتقل کرده ایم که در انتها معادله سهمی به صورت $y = -x^2$ تبدیل شد. معادله سهمی اولیه کدام بوده است؟

- ۱) $y = -(x - 1)^2$
۲) $y = -x^2 - 3$
۳) $y = -(x + 2)^2 + 3$
۴) $y = -x^2 + 4x - 7$

۱۳- اگر $xf(3) + 3f(x) = x + 6$ باشد، $f(6)$ کدام است؟

- ۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۱۴- اگر f تابعی ثابت و g تابعی همانی باشد؛ به طوری که $g(4) = 3f(2)$ ، مقدار $g(5) + 9f(-1)$ کدام است؟

- ۱) ۳۶
۲) ۵
۳) ۱۲
۴) ۱۷

۱۵- مساحت ناحیه محدود بین نمودار دو تابع $f(x) = 1 - |x + 1|$ و $g(x) = |x + 1| - 1$ کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴



۱۶- برد تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x - 3 & , x < 1 \\ 1 & , x = 1 \\ -x^2 + 4x - 4 & , x > 1 \end{cases}$ کدام است؟

- ① \mathbb{R}
 ② $\mathbb{R} - (-2, 0]$
 ③ $(-\infty, 0] \cup \{1\}$
 ④ $(-\infty, 0] \cup \{1\} - [-2, -1]$

۱۷- اگر عرض مستطیلی از نصف طول آن ۲ واحد کم تر باشد، کدام گزینه محیط مستطیل (P) را برحسب تابعی از طول آن (x) نمایش می دهد؟

- ① $P(x) = x + 2$
 ② $P(x) = 3x - 2$
 ③ $P(x) = 3x - 4$
 ④ $P(x) = 2x - 4$

۱۸- اگر تابع f یک تابع خطی گذرنده از مبدأ مختصات باشد، آنگاه کدام یک از روابط زیر به طور کلی صحیح نیست؟ (a و b و k اعدادی حقیقی و ثابت هستند.)

- ① $f(a + b) = f(a) + f(b)$
 ② $f(a - b) = f(a) - f(b)$
 ③ $f(ab) = f(a)f(b)$
 ④ $f(ka) = kf(a)$

۱۹- اگر رابطه R به هر عدد طبیعی از ۳ تا ۶، مقسوم علیه های طبیعی آن عدد را نسبت دهد، با حذف حداقل چند زوج مرتب از R ، این رابطه تبدیل به تابع می شود؟

- ① ۷
 ② ۵
 ③ ۶
 ④ ۸



۲۰- در کدام گزینه y تابعی از متغیر x نیست؟

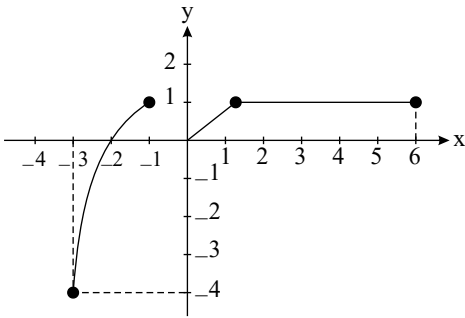
۱) $y = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ x+1 & x \geq 0 \end{cases}$

۲) $y = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x+1 & x \geq 1 \end{cases}$

۳) $y = \begin{cases} x & x > 0 \\ x+2 & x \leq 2 \end{cases}$

۴) $y = \begin{cases} x & x > 2 \\ x+2 & x \leq 0 \end{cases}$

۲۱- اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، اجتماع دامنه و برد دارای چند عدد صحیح نامثبت است؟



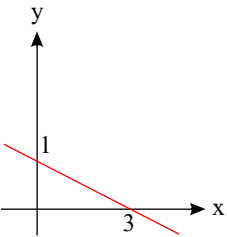
۱) ۷

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۴

۲۲- نمودار تابع خطی f به صورت مقابل است. مقدار $f(1)$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{2}{3}$

۴) $\frac{3}{4}$

۲۳- علی در هر دقیقه پیاده روی، مسافت ۰٫۱ کیلومتر را طی می کند. اگر مسافتی را که علی در t دقیقه طی می کند با $f(t)$ (برحسب کیلومتر) نمایش دهیم، کدام عبارت جبری این تابع را بیان می کند؟

۱) $f(t) = t - 0,1$

۲) $f(t) = 0,1t$

۳) $f(t) = 0,1 - t$

۴) $f(t) = t + 0,1$

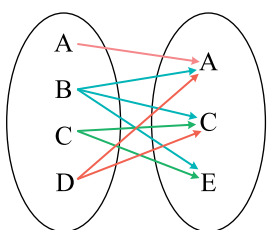


۲۴- کدام تابع وجود ندارد؟

- ① تابعی که دامنه و برد آن با هم برابر باشند.
- ② تابعی که دامنه آن سه عضوی و برد آن دو عضوی باشد.
- ③ تابعی که دامنه آن دو عضوی و برد آن سه عضوی باشد.
- ④ تابعی که دامنه آن نامتناهی و برد آن متناهی باشد.

۲۵- رابطه $f = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m + 2), (m, 4)\}$ به ازای چند مقدار m ، یک تابع است؟

- ① ۱
- ② ۲
- ③ بی‌شمار
- ④ هیچ مقدار m



۲۶- چند پیکان از نمودار ون زیر حذف کنیم تا رابطه‌ی حاصل، یک تابع باشد؟

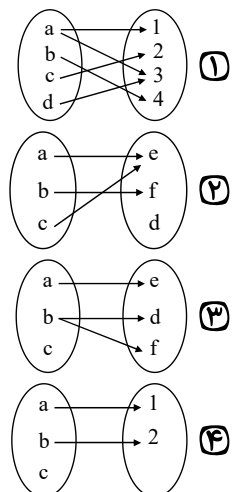
- ① ۲
- ② ۳
- ③ ۴
- ④ ۵

۲۷- اگر رابطه‌ی $R = \{(2, b), (a + 3, 3), (4, a^2 + 4), (4, 5)\}$ معرف یک تابع باشد، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

- ① $(-1, 3)$
- ② $(1, 3)$
- ③ $(1, 2)$
- ④ $(-1, 2)$



۲۸- کدام گزینه نمایش یک تابع است؟



۲۹- اگر رابطه‌ی $f = \{(2, 0), (3, 2a - 2), (a, 1), (2, 1 - \frac{b}{2}), (3, a^2 - a)\}$ یک تابع باشد $a + b$ کدام است؟

- ۵ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۳۰- در مورد تابع خطی f می‌دانیم $f(2) = 5$, $f(-1) = -1$. این تابع محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- $\frac{1}{2}$ (۳)
- $-\frac{1}{2}$ (۴)



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

رابطه‌ای تابع است که در آن به ازای هر عضو از مجموعه‌ی A دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی B نسبت داده شود.

با توجه به نکته‌ی فوق، تعداد اعضای برد نمی‌تواند از تعداد اعضای دامنه‌ی تابع بیشتر باشد. بنابراین با شرایط طرح شده در گزینه‌ی ۴ نمی‌توان تابع تشکیل داد.

۲ - گزینه ۱

$$\begin{cases} x < 0 \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow x^2 + 2 > 2 \\ x \geq 0 \Rightarrow x + 2 \geq 2 \Rightarrow |x + 2| \geq 2 \Rightarrow -|x + 2| \leq -2 \end{cases}$$

$$R_f = (-\infty, -2] \cup (2, +\infty) = \mathbb{R} - (-2, 2]$$

اعداد صحیح ناموجود در این بازه: $\{-1, 0, 1, 2\}$

۳ - گزینه ۴

$$x^2 = x + 6 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

$$x = 3 : \begin{cases} 2x^2 - 6 = 2(9) - 6 = 18 - 6 = 12 \\ 4x = 12 \end{cases} \Rightarrow a = b \text{ (غ ق ق)}$$

$$x = -2 : \begin{cases} 2x^2 - 6 = 2(4) - 6 = 8 - 6 = 2 \\ 4x = -8 \end{cases}$$

۴ - گزینه ۳

می‌دانیم: در نمودار یک تابع، مجموع مقادیر x دامنه و مجموع مقادیر y برد است.

بررسی گزینه‌ها:

$$1) D_f = (-2, 1], R_f = [0, 2]$$

$$3) D_f = [-2, 1], R_f = [0, 2]$$

$$2) D_f = (0, 2], R_f = [-1, 2]$$

$$4) D_f = [-2, 1], R_f = [-2, 1]$$

۵ - گزینه ۱

$$D_f = (-2, 3] \Rightarrow -2 < x \leq 3 \xrightarrow{\times \frac{3}{2}} -3 < \frac{3}{2}x \leq \frac{9}{2} \xrightarrow{-1} -4 < \frac{3}{2}x - 1 \leq \frac{7}{2}$$

با توجه به رابطه فوق اگر از $\frac{3}{2}x - 1$ قدر مطلق بگیریم حداکثر ۴ می‌شود:

$$\Rightarrow \left| \frac{3}{2}x - 1 \right| < 4 \xrightarrow{+1} 1 < \left| \frac{3}{2}x - 1 \right| + 1 < 5 \Rightarrow 1 \leq f(x) < 5 \Rightarrow R_f = [1, 5)$$

۶ - گزینه ۳ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) نادرست است. تابع ثابت مثل $f(x) = 5$ دارای دامنه نامتناهی و برد تک عضوی $\{5\}$ است.

(۲) نادرست است. تعداد اعضای برد نمی‌تواند بیشتر از اعضای دامنه باشد.

(۳) درست است. تعداد اعضای دامنه می‌تواند بیشتر از تعداد اعضای برد باشد (تابع ثابت را به یاد بیاورید)

(۴) نادرست است. از آنجا که تعداد اعضای برد همیشه کمتر یا مساوی تعداد اعضای دامنه است، اگر دامنه متناهی باشد، برد نیز مجبور است متناهی باشد.

۷ - گزینه ۱ هر کدام از اعداد $x = 2$ و $x = -1$ در دامنه‌ی دو ضابطه قرار دارند. از آنجایی که f یک تابع است، پس باید مقدار هر دو ضابطه‌ی اول و دوم به ازای $x = 2$ و مقدار هر دو

ضابطه‌ی دوم و سوم به ازای $x = -1$ برابر باشد.

$$\begin{cases} \text{ضابطه‌ی اول} & f(2) = 2a(2) + 5b \\ \text{ضابطه‌ی دوم} & f(2) = -2(2)^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow 4a + 5b = -7 \quad (*)$$

$$\begin{cases} \text{ضابطه‌ی اول} & f(-1) = -2(-1)^2 + 1 \\ \text{ضابطه‌ی دوم} & f(-1) = b - a(-1) \end{cases} \Rightarrow a + b = -1 \quad (**)$$

با قرار دادن هر کدام از معادلات (*) و (**) در یک دستگاه و حل آن، مقادیر a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 4a + 5b = -7 \\ a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 5b = -7 \\ -4a - 4b = 4 \end{cases} \Rightarrow b = -3 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین:



$$2 \times (-3) = -6$$

۸ - گزینه ۲ هر عبارت درجه‌ی دوم، با اضافه و کم کردن «مربع نصف ضریب x » بصورت مربع کامل در می‌آید.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 3x + 5 = x^2 - 3x + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 - \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 5 \\ &= \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 5 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \\ f\left(\frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right) &= \left(\frac{3 + \sqrt{13}}{2} - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} = \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \\ &= \left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} = \frac{13}{4} + \frac{11}{4} = \frac{24}{4} = 6 \end{aligned}$$

۹ - گزینه ۳ دامنه‌ی تابع عبارتست از تصویر نمودار تابع بر محور x ها و برد آن، تصویر تابع بر محور y هاست.

$$\text{معادله‌ی خطی که از نقاط } A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix} \text{ بگذرد عبارتست از: } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

تابع خطی f با دامنه‌ی $[-1, 2]$ و برد $[-2, 4]$ به یکی از دو صورت زیر می‌تواند باشد. پس در هر حالت با مشخص کردن نقاطی که خط از آن می‌گذرد. ضابطه‌ی آن را تشکیل می‌دهیم.

$$(1) \text{ حالت } (-1, 4), (2, -2) \in f \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + 2$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها:

$$f(-1) = 4, f(0) = 2, f\left(\frac{1}{2}\right) = 1, f(2) = -2$$

$$(2) \text{ حالت } (-1, -2), (2, 4) \in f \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x$$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها:

$$f(-1) = -2, f(0) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = 1, f(2) = 4$$

از مقایسه‌ی مقادیر حاصل شده در هر ۲ حالت، نتیجه می‌شود که $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ است.

۱۰ - گزینه ۱ معادله سهمی که دامنه آن نقطه $S \begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \end{vmatrix}$ باشد، به فرم $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ است.

با استفاده از رأس $S \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$ ، معادله سهمی را می‌نویسیم:

$$y = a(x - 1)^2 + 1$$

حال مختصات نقطه $\begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}$ که روی سهمی است را در آن قرار می‌دهیم:

$$\begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix} \Rightarrow 2 = a(0 - 1)^2 + 1 \Rightarrow 2 = a + 1 \Rightarrow a = 1$$

پس معادله سهمی عبارتست از:

$$y = (x - 1)^2 + 1$$

معادله خط نیز با استفاده از دو نقطه $\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{vmatrix}$ و $\begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ به صورت زیر است:

$$y - 0 = \frac{1 - 0}{0 - (-\frac{1}{2})} \left(x + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = \frac{1}{\frac{1}{2}} \left(x + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = 2 \left(x + \frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = 2x + 1$$

پس تابع $f(x)$ ضابطه‌ای به فرم زیر خواهد داشت:

$$f(x) = \begin{cases} (x - 1)^2 + 1 & x \geq 0 \\ 2x + 1 & x < 0 \end{cases}$$

در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= \text{ضابطه بالا} (3 - 1)^2 + 1 = 4 + 1 = 5 \\ f(4) &= \text{ضابطه بالا} (4 - 1)^2 + 1 = 9 + 1 = 10 \\ f(-1) &= \text{ضابطه پایین} 2(-1) + 1 = -1 \\ f(-3,5) &= \text{ضابطه پایین} 2(-3,5) + 1 = -7 + 1 = -6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{f(3) - f(4)}{-f(-1) + f(-3,5)} = \frac{5 - 10}{-(-1) - 6} = \frac{-5}{-5} = 1$$

۱۱ - گزینه ۲

می‌دانیم: در نمایش زوج مرتبی، یک رابطه زمانی تابع است که هیچ دو زوج مرتبی مؤلفه‌های اولشان یکسان نباشد مگر اینکه مؤلفه‌های دومشان نیز یکسان باشد (تکراری نباشد)



$$\begin{cases} (5, -4) \\ (5, n^2 - 5n) \end{cases} \rightarrow n^2 - 5n = -4 \Rightarrow n^2 - 5n + 4 = 0 \Rightarrow (n-1)(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=1 \\ n=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (n, 4) \\ (1, n) \end{cases} \xrightarrow{n=1} \begin{cases} (1, 4) \\ (1, 1) \end{cases} \text{ تابع نیست } \Rightarrow n \neq 1$$

$$\begin{cases} (n, 4) \\ (1, n) \end{cases} \xrightarrow{n=4} \begin{cases} (4, 4) \\ (1, 4) \end{cases} \text{ تابع است } \Rightarrow n = 4$$

$$x^2 + xn^2 = 8x^2 \xrightarrow{n=4} x^2 + 16x = 8x^2 \Rightarrow x^2 - 8x^2 + 16x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 8x + 16) = 0 \Rightarrow x(x-4)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ (x-4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

دو جواب متمایز

۱۲ - گزینه ۴ برعکس مراحل مذکور را روی $y = -x^2$ انجام می‌دهیم تا تابع اولیه به دست آید:

$$\xrightarrow{\text{واحد رو به پایین}} y = -x^2 - 3 \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = -(x-2)^2 - 3 = -(x^2 - 4x + 4) - 3$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 4x - 7$$

۱۳ - گزینه ۲ با قرار دادن $x=3$ در $f(x)$ را تعیین می‌کنیم:

$$xf(3) + 3f(x) = x + 6 \xrightarrow{x=3} 3f(3) + 3f(3) = 3 + 6$$

$$\rightarrow 6f(3) = 9 \rightarrow f(3) = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

رابطه اصلی به صورت زیر درمی‌آید:

$$x \times \frac{3}{2} + 3f(x) = x + 6 \rightarrow 3f(x) = -\frac{3}{2}x + x + 6 \rightarrow 3f(x) = -\frac{1}{2}x + 6$$

$$\xrightarrow{\div 3} f(x) = -\frac{1}{6}x + 2$$

و در آخر $f(6)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=6} f(6) = -\frac{1}{6} \times 6 + 2 = -1 + 2 = 1$$

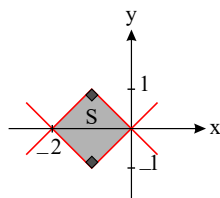
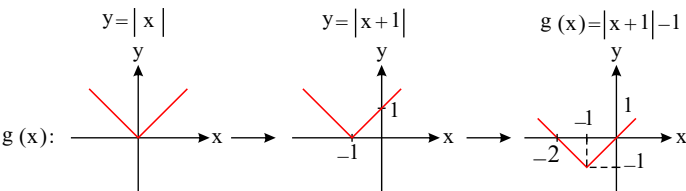
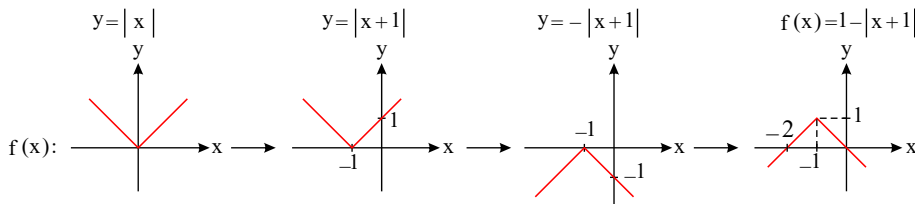
۱۴ - گزینه ۴

می‌دانیم: تابع ثابت، تابعی است که برد آن تنها یک عضو دارد که اگر آن عضو x باشد داریم $f(x) = k$

$$\left. \begin{aligned} 3f(2) &= g(4) \\ g(4) &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3f(1) = 4 \Rightarrow f(2) = \frac{4}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{4}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} f(-1) &= \frac{4}{3} \\ g(5) &= 5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow g(5) + 9f(-1) = 5 + 9 \times \frac{4}{3} = 5 + 12 = 17$$

۱۵ - گزینه ۳ هر دو نمودار را به کمک انتقال رسم می‌کنیم:



و هر دو را در یک دستگاه مختصات قرار می‌دهیم:

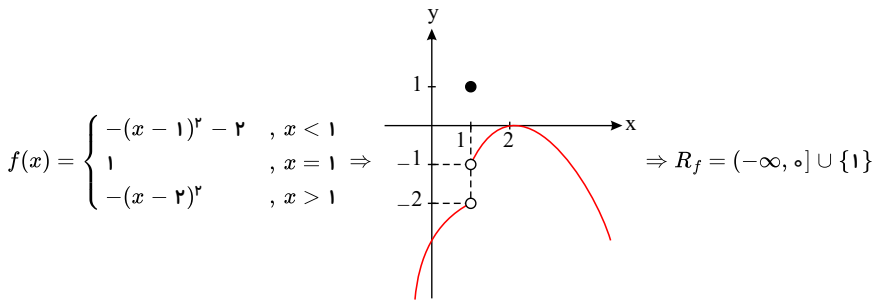


شکل محدود به دو نمودار از دو بخش هم مساحت به مساحت S تشکیل شده است.

$$\text{مساحت ناحیه محصور} = 2 \times S = 2 \times \frac{2 \times 1}{2} = 2$$

۱۶ - گزینه ۳ می‌دانیم: برد تابع، تصویر نمودار بر محور y ها است.

تابع را به صورت زیر بازنویسی و هر ضابطه را در دامنه‌اش رسم می‌کنیم:



۱۷ - گزینه ۳

می‌دانیم: $(\text{طول} + \text{عرض}) \times 2 = \text{محیط مستطیل}$

اگر طول مستطیل را x فرض کنیم. عرض آن برابر است با $\frac{x}{2} - 2$ بنابراین:

$$P(x) = 2 \times \left(\frac{x}{2} - 2 + x \right) = 2 \left(\frac{3x}{2} - 2 \right) = 3x - 4$$

۱۸ - گزینه ۳

می‌دانیم: $f(x) = mx + n$ فرم کلی تابع خطی است.

$$f(x) = mx + n \xrightarrow{(\circ, \circ)} f(\circ) = n \Rightarrow f(x) = mx$$

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) $\begin{cases} f(a+b) = m(a+b) = ma+mb \\ f(a)+f(b) = ma+mb \end{cases}$
- ۲) $\begin{cases} f(a-b) = m(a-b) = ma-mb \\ f(a)-f(b) = ma-mb \end{cases}$
- ۳) $\begin{cases} f(ab) = m(ab) \\ f(a)f(b) = (ma)(mb) = m^2(ab) \end{cases}$
- ۴) $\begin{cases} f(ka) = m(ka) = mka \\ kf(a) = k(ma) = kma = mka \end{cases}$

۱۹ - گزینه ۱ می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن مؤلفه اول یکسان نداشته باشند.

رابطه R را به صورت زیر با زوج‌های مرتب آن نمایش می‌دهیم:

$$R = \{(\underline{3}, 1), (\underline{3}, 3), (\underline{4}, 1), (\underline{4}, 2), (\underline{4}, 4), (\underline{5}, 1), (\underline{5}, 5), (\underline{6}, 1), (\underline{6}, 2), (\underline{6}, 3), (\underline{6}, 6)}\}$$

زوج‌های مرتب مشخص شده را حذف می‌کنیم تا R یک تابع شود؛ یعنی حداقل ۷ زوج مرتب.

۲۰ - گزینه ۳

می‌دانیم: رابطه‌ای تابع است که به ازای هر x ، تنها یک y وجود داشته باشد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) دامنه مشترکی نداریم: تابع است

۲) تابع است $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 2x = 2 \\ f(1) = x + 1 = 2 \end{cases}$

۳) تابع نیست $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(1) = x = 1 \\ f(1) = x + 2 = 3 \end{cases}$

۴) دامنه مشترکی نداریم: تابع است

۲۱ - گزینه ۲

$$D_f = [-3, -1] \cup [0, 6]$$

$$R_f = [-4, 1]$$

$$D_f \cup R_f = [-4, 6] \xrightarrow{\text{اعداد صحیح نامثبت}} \{-4, -3, -2, -1, 0\}$$



معادله‌ی خطی که از دو نقطه‌ی $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ می‌گذرد عبارتست از: $y - y_1 = \underbrace{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}_{\text{شیب}}(x - x_1)$

باتوجه به نمودار، این خط باید از نقاط $A(3, 0)$ و $B(0, 1)$ بگذرد:

شیب $= \frac{1 - 0}{0 - 3} = -\frac{1}{3}$

معادله‌ی خط $y - 0 = -\frac{1}{3}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x + 1$

$\Rightarrow f(1) = -\frac{1}{3} \times 1 + 1 = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$

1 min	0,1 Km
t min	0,1 t Km

می‌دانیم: یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن هر عضو A به دقیقاً یک عضو B نسبت داده می‌شوند.

بررسی گزینه‌ها:

۴) $y = 3$



۳) غیرممکن است چون در این صورت از یک عضو مجموعه A بیش از یک پیکان خارج می‌گردد.

۲۵ - گزینه ۱ رابطه‌ای تابع است که در آن به ازای یک ورودی (مؤلفه اول زوج‌های مرتب) تنها یک خروجی (مؤلفه دوم زوج‌های مرتب) وجود داشته باشد.

چون $(3, m^2)$ و $(3, m + 2)$ هر دو عضو f هستند، باید:

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$$

با هر دو مقدار m تابع را تشکیل می‌دهیم:

$m = -1 \Rightarrow f = \{(3, 1), (2, 1), (-3, -1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\} \Rightarrow$ تابع است.

$m = 2 \Rightarrow f = \{(3, 4), (2, 1), (-3, 2), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\} \Rightarrow$ تابع نیست.

ورودی یکسان و خروجی متفاوت

پس فقط به ازای یک مقدار m ، تابع است.

۲۶ - گزینه ۳ رابطه‌ای تابع است که در نمودار پیکانی آن، از هر عضو مجموعه‌ی A دقیقاً یک پیکان خارج شود. پس در مجموعه سمت راست باید دوتا از پیکان‌های خارج شده از B را حذف کنیم

و از C و D نیز هر کدام یک پیکان می‌بایست حذف شود؛ یعنی مجموعاً ۴ پیکان.

۲۷ - گزینه ۱ رابطه‌ای تابع است که در آن هیچ‌یک از دو زوج مرتب متمایز دارای مؤلفه اول مساوی نباشند.

$$\left. \begin{matrix} (4, a^2 + 4) \in R \\ (4, 5) \in R \end{matrix} \right\} \begin{matrix} \text{شرط تابع} \\ \longrightarrow \\ \text{بودن} \end{matrix} a^2 + 4 = 5 \Rightarrow a^2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow R = \{(2, b), (4, 3), (4, 5)\} \\ a = -1 \Rightarrow R = \{(2, b), (2, 3), (4, 5)\} \end{cases}$$

تابع نیست.

برای این که به ازای $a = -1$ ، R تابع باشد باید زوج‌های مرتب $(2, b)$ و $(2, 3)$ باهم برابر باشند؛ یعنی: $b = 3$

پس: $(a, b) = (-1, 3)$

۲۸ - گزینه ۲ در نمودار پیکانی یک تابع، به هر عضو مجموعه‌ی A ، دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی B نسبت داده می‌شود. توجه: با تعریف فوق، هیچ‌یک از اعضای مجموعه‌ی A نباید بدون پیکان

باشند.

رابطه‌ای تابع است که در آن به ازای هر ورودی (مؤلفه‌ی اول زوج‌های مرتب) دقیقاً یک خروجی (مؤلفه‌ی دوم زوج‌های مرتب) وجود داشته باشد.

$$\left. \begin{matrix} (2, 0) \in f \\ (2, 1 - \frac{b}{2}) \in f \end{matrix} \right\} \Rightarrow 1 - \frac{b}{2} = 0 \Rightarrow \frac{b}{2} = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$\left. \begin{matrix} (3, 2a - 2) \in f \\ (3, a^2 - a) \in f \end{matrix} \right\} \Rightarrow 2a - 2 = a^2 - a \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$



حال با داده‌های فوق تابع را تشکیل می‌دهیم:

مؤلفه‌ی اول مساوی دارند

$$b = 2, a = 2 \Rightarrow f = \{(2, 0), (3, 2), (2, 1), (2, 0), (3, 2)\} \quad \text{تابع نیست}$$

$$b = 2, a = 1 \Rightarrow f = \{(2, 0), (3, 0), (1, 1), (2, 0), (3, 0)\} \quad \text{تابع است}$$

پس مقادیر $a = 1, b = 2$ مورد قبولند، پس: $a + b = 2 + 1 = 3$

۳۰ - گزینه ۴

هر تابع خطی، ضابطه‌ای به فرم $y = ax + b$ دارد.

معادله‌ی تابع خطی را بصورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} f(2) = 5 &\rightarrow 2a + b = 5 \\ f(-1) = -1 &\rightarrow -a + b = -1 \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} 2a + b = 5 \\ a - b = 1 \end{cases}$$

$$3a = 6 \rightarrow a = 2$$

$$a - b = 1 \xrightarrow{a=2} 2 - b = 1 \rightarrow b = 1$$

بنابراین معادله‌ی خط به صورت $y = 2x + 1$ خواهد بود. حال y را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$y = 0 \Rightarrow 0 = 2x + 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۶ - ۳	۱۱ - ۲	۱۶ - ۳	۲۱ - ۲	۲۶ - ۳
۲ - ۱	۷ - ۱	۱۲ - ۴	۱۷ - ۳	۲۲ - ۳	۲۷ - ۱
۳ - ۴	۸ - ۲	۱۳ - ۲	۱۸ - ۳	۲۳ - ۲	۲۸ - ۲
۴ - ۳	۹ - ۳	۱۴ - ۴	۱۹ - ۱	۲۴ - ۳	۲۹ - ۳
۵ - ۱	۱۰ - ۱	۱۵ - ۳	۲۰ - ۳	۲۵ - ۱	۳۰ - ۴