



علی هاشمی

نام آزمون: مجموعه الگو دنباله

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- بین دو عدد $\frac{11}{10}$ و $\frac{2}{5}$ سه واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. مجموع این سه واسطه‌ی حسابی کدام است؟

① $\frac{8}{5}$

② $\frac{9}{4}$

③ $\frac{17}{5}$

④ $\frac{11}{4}$

۲- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، نسبت جمله‌ی هشتم به جمله‌ی پنجم برابر ۲۷ است. اگر حاصل ضرب جمله‌های اول و دوم ۱۲ باشد، جمله‌ی چهارم این دنباله کدام است؟

① ۵۴

② ۲۷

③ ۱۶۲

④ ۸۱

۳- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت، اگر مجموع دو جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی نصف مجموع جملات سوم و چهارم آن باشد. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

① $\sqrt{2}$

② ۲

③ $2\sqrt{2}$

④ ۱



۴- در دنباله‌ی هندسی $2, 000, \frac{-2}{3}, \frac{2}{9}$ نسبت مجموع جملات ردیف زوج به مجموع جملات ردیف فرد برابر کدام است؟ (تعداد جملات دنباله‌ی مورد نظر زوج می‌باشد).

- ۱) ۳
- ۲) -۳
- ۳) $\frac{1}{3}$
- ۴) $-\frac{1}{3}$

۵- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات سوم و پنجم ۲ برابر مجموع جملات اول و دوم است. اگر جمله‌ی هفتم دنباله برابر با ۸ باشد، اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

- ۱) ۱
- ۲) -۱
- ۳) ۲
- ۴) -۲

۶- در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی بیست و یکم ۱۵ و اختلاف مشترک $\frac{1}{4}$ است. جمله‌ی اول آن کدام است؟

- ۱) ۱۴
- ۲) ۱۲
- ۳) ۱۰
- ۴) ۸

۷- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت تفاضل جمله‌ی اول از جمله‌ی چهارم برابر ۲۸ و تفاضل جمله‌ی اول از جمله‌ی دوم برابر ۴ است. قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- ۱) ۲
- ۲) -۳
- ۳) ۳
- ۴) ۴



۸- در دنباله‌ی حسابی $\{a_n\}$ اگر $a_1 = 2$ و $a_5 - a_2 = 12$ باشد و جملات اول و پنجم این دنباله به ترتیب برابر جملات اول و سوم دنباله‌ی هندسی $\{t_n\}$ باشند و $a_2 \neq t_2$ باشد، جمله‌ی دوم دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- ۱) ۶-
- ۲) ۹
- ۳) ۹-
- ۴) ۶

۹- مجموع جملات سوم و ششم یک دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = \frac{(-1)^n}{n-2}$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{4}$
- ۲) $\frac{3}{4}$
- ۳) ۲-
- ۴) ۲

۱۰- در دنباله‌ی حسابی $2, -5, -12, \dots$ حاصل تفاضل جمله‌ی دهم از جمله‌ی پنجم کدام است؟

- ۱) ۳۵
- ۲) ۸۷-
- ۳) ۸۵-
- ۴) ۶۵

۱۱- در یک دنباله‌ی هندسی، نسبت جمله‌ی هفتم به جمله‌ی چهارم برابر $\frac{8}{27}$ است. اگر جمله‌ی اول دنباله $\frac{3}{5}$ باشد، جمله‌ی دوم دنباله کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{5}$
- ۲) $\frac{9}{10}$
- ۳) $\frac{2}{4}$
- ۴) $\frac{5}{2}$



۱۲- اگر در یک دنباله هندسی $a_7 \times a_{10} \times a_{13} = 27$ باشد، مقدار $a_5 \times a_{15}$ کدام است؟

- ۱) ۳
- ۲) ۹
- ۳) $3\sqrt{3}$
- ۴) ۲۷

۱۳- اگر اعداد مثبت زیر جملات یک دنباله هندسی باشند، مقدار $2m + b$ کدام است؟

$$\frac{1}{18}, \frac{1}{m+1}, 2, b, \dots$$

- ۱) ۱۶
- ۲) ۲۰
- ۳) ۱۴
- ۴) ۱۲

۱۴- بین دو عدد ۳ و ۹۶ چهار واسطه هندسی درج کرده‌ایم. مجموع واسطه‌های اول و سوم کدام است؟ (عدد ۳، جمله اول است.)

- ۱) ۱۸
- ۲) ۳۶
- ۳) ۴۲
- ۴) ۳۰

۱۵- اگر در جملات دنباله هندسی $\dots, 150m^2, 30m, 6$ هر جمله از جمله قبلی خود بزرگتر باشد، محدوده‌ی m کدام است؟

- ۱) $m > \frac{1}{5}$
- ۲) $m > 0$
- ۳) $m < 0$
- ۴) $m < \frac{1}{5}$



۱۶ - در یک دنباله هندسی، جمله اول ۳ و نسبت مشترک ۵ می باشد. جمله چندم این دنباله برابر ۳۷۵ است؟

- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۵
- ۴) ۶

۱۷ - در یک دنباله هندسی، جمله پنجم از حاصل ضرب جمله دوم در عدد $\frac{125}{8}$ به دست می آید و جمله سوم ۵ می باشد. جمله اول این دنباله

کدام است؟

- ۱) $\frac{4}{5}$
- ۲) $\frac{2}{5}$
- ۳) $\frac{5}{4}$
- ۴) $\frac{5}{2}$

۱۸ - در یک دنباله هندسی، جمله اول ۳ و نسبت مشترک ۵ می باشد. جمله چندم این دنباله برابر ۳۷۵ است؟

- ۱) ۳
- ۲) ۴
- ۳) ۵
- ۴) ۶

۱۹ - در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، نسبت جمله ششم به جمله دوم برابر ۱۶ است. اگر مجموع جملات دوم و ششم برابر ۶۸ باشد، جمله سوم دنباله کدام است؟

- ۱) ۸
- ۲) ۱۶
- ۳) ۳۲
- ۴) ۲۴



۲۰- کارفرمایی با یک کارگر توافق کرده است که اجرت روز اول ۵۰۰ تومان باشد و تا پایان هفته، اجرت هر روز نسبت به روز قبل ۲۰ درصد افزایش داشته باشد. مجموع اجرت ۴ روز اول چه قدر است؟

- ① ۲۸۶۴
- ② ۲۸۰۰
- ③ ۲۶۸۴
- ④ ۲۶۰۰

۲۱- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات غیر صفر، مجموع جملات سوم و پنجم، $\frac{3}{5}$ برابر مجموع جملات چهارم و ششم است. نسبت مشترک دنباله کدام است؟

- ① $\frac{4}{7}$
- ② $\frac{3}{7}$
- ③ $\frac{2}{7}$
- ④ $\frac{1}{7}$

۲۲- اگر $n(A - B) = 2$ ، $n(B - A) = 8$ و $n(B) = 3n(A)$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟

- ① ۱۲
- ② ۹
- ③ ۱۰
- ④ ۱۱

۲۳- اگر مجموعه‌ی مرجع $U = \{-3, -1, 0, 1, 4, 7, 8, 9, 10\}$ باشد و $A = \{-3, 4\}$ و $B = \{-1, 0, 1, 9, 10\}$ و $C = \{-3, -1, 1, 7, 9\}$ باشد، حاصل $(C - A)' \cap B$ کدام است؟

- ① $\{-1, 0, 10\}$
- ② $\{-1, 1, 7, 9\}$
- ③ $\{0, 10\}$
- ④ $\{-1, 7, 10\}$



۲۴- کدام مجموعه زیر متناهی نیست؟

- ۱) مجموعه‌ی اعداد اول زوج
- ۲) مجموعه‌ی گره‌های کره زمین
- ۳) مجموعه‌ی تمام خطوط گذرنده از مبدأ مختصات
- ۴) مجموعه‌ی اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۴

۲۵- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟ (N مجموعه اعداد طبیعی می‌باشد).

- ۱) $A_1 = \{x \mid x \in N, x^2 > 25\}$
- ۲) $A_2 = \{x \mid x \text{ و عدد اول بزرگتر از } 1000\}$
- ۳) $A_3 = \{x \in N \mid x > 9, x < 100\}$
- ۴) $A_4 = \{x \mid x \text{ و عدد حقیقی کوچکتر از } 1000\}$

۲۶- اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، مجموعه $A' - B$ برابر کدام مجموعه زیر است؟

- ۱) $A - B'$
- ۲) $A \cap B'$
- ۳) $A' \cap B$
- ۴) $B' - A$

۲۷- اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد صحیح باشد، $A' = \{5, 6, 7, 8\}$ و $B' = \{7, 8, 9, 10\}$ باشد، آنگاه مجموعه $(A \cup B)'$ چندعضوی است؟

- ۱) ۲ عضوی
- ۲) ۵ عضوی
- ۳) ۷ عضوی
- ۴) ۸ عضوی

۲۸- در یک گروه ۴۰ نفره دانش‌آموزی، ۲۵ نفر زبان انگلیسی، ۳۲ نفر زبان عربی و ۶ نفر هیچ کدام از این دو زبان را نمی‌خوانند. چه تعداد از دانش‌آموزان هر دو زبان را می‌خوانند؟

- ۱) ۲۲
- ۲) ۲۳
- ۳) ۲۱
- ۴) ۲۰



۲۹- اگر $A = \{x | x \in R, -2 \leq x < 2\}$ و $B = \{x | x \in R, x > -1\}$ باشد، آن گاه مجموعه $A \cap B$ شامل چند عدد صحیح می باشد؟

- ۱) صفر
- ۲) ۱
- ۳) ۲
- ۴) ۴

۳۰- اگر N به عنوان مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه $A = \{x \in N | x^2 < 100\}$ کدام است؟

- ۱) $[100, +\infty)$
- ۲) $\{11, 12, 13, 14, \dots\}$
- ۳) $\{x \in N | x > 11\}$
- ۴) $\{x \in N | x > 9\}$



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

$$\frac{2}{5}, \dots, \dots, \dots, \frac{11}{10}, \quad d = \frac{b-a}{m+1}$$

(m , تعداد واسطه‌ها)

$$\begin{cases} a_1 = \frac{2}{5} \\ a_5 = \frac{11}{10} \end{cases} \Rightarrow d = \frac{\frac{11}{10} - \frac{2}{5}}{5-1} = \frac{\frac{7}{10}}{4} = \frac{7}{40}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}, \frac{2}{5} + \frac{7}{40}, \frac{2}{5} + \frac{14}{40}, \frac{2}{5} + \frac{21}{40}, \frac{11}{10}$$

$$\text{مجموع سه واسطه‌ی حسابی} = 3 \times \frac{2}{5} + \frac{42}{40} = \frac{90}{40} = \frac{9}{4}$$

۲ - گزینه ۱

$$\frac{a_8}{a_5} = \frac{a_1 r^7}{a_1 r^4} = r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$a_1 \times a_1 r = 12 \xrightarrow{r=3} a_1^2 \times 3 = 12 \Rightarrow a_1^2 = 4 \xrightarrow{\text{جملات دنباله مثبت‌اند}} a_1 = 2$$

$$\Rightarrow a_6 = a_1 r^5 \Rightarrow a_6 = 2 \times 3^5 = 54$$

۳ - گزینه ۱

$$a_1 + a_7 = \frac{1}{2}(a_7 + a_7)$$

$$a_1 + a_1 r = \frac{1}{2}(a_1 r^6 + a_1 r^6)$$

$$a_1 + a_1 r = \frac{1}{2} r^6 (a_1 + a_1 r)$$

$$1 = \frac{1}{2} r^6 \Rightarrow r^6 = \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow r = \pm \sqrt[6]{2}$$

جملات دنباله مثبت هستند، بنابراین $r = \sqrt[6]{2}$ قابل قبول است.

۴ - گزینه ۲

در یک دنباله‌ی هندسی اگر تعداد جملات زوج باشد، نسبت مجموع جملات ردیف زوج به مجموع جملات ردیف فرد برابر نسبت مشترک دنباله است. اثبات نکته:

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{t_4}{t_3} = \dots = r$$

$$t_2 = r t_1, t_4 = r t_3 \Rightarrow \frac{t_2 + t_4 + t_6 + \dots + t_{2n}}{t_1 + t_3 + \dots + t_{2n-1}} = \frac{r(t_1 + t_3 + \dots + t_{2n-1})}{(t_1 + t_3 + \dots + t_{2n-1})} = r$$

در این دنباله داریم:

$$r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{2}{9}} = \frac{-18}{6} = -3$$

نسبت مجموع جملات ردیف زوج به مجموع جملات ردیف فرد برابر (-3) می‌باشد.

۵ - گزینه ۱

$$a_7 + a_5 = 2(a_1 + a_7)$$

$$\Rightarrow a_1 + 7d + a_1 + 5d = 2(a_1 + a_1 + d)$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 12d = 4a_1 + 2d \Rightarrow 2a_1 - 10d = 0$$



$$a_7 = 8 \Rightarrow a_1 + 6d = 8$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a_1 - 4d = 0 \\ -2 \times \begin{cases} 2a_1 - 4d = 0 \\ a_1 + 6d = 8 \end{cases} \Rightarrow -16d = -16 \Rightarrow d = \frac{-16}{-16} = 1 \end{cases}$$

۶ - گزینه ۳ با توجه به رابطه‌ی جمله‌ی عمومی در دنباله‌ی حسابی داریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 15 = a_1 + (21-1) \times \frac{1}{4} \Rightarrow 15 = a_1 + (20) \times \frac{1}{4} \Rightarrow 15 = a_1 + 5 \Rightarrow a_1 = 15 - 5 = 10$$

۷ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} a_4 - a_1 = 28 &\Rightarrow a_1 r^3 - a_1 = 28 \\ a_7 - a_1 = 4 &\Rightarrow a_1 r^6 - a_1 = 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} a_1 (r^3 - 1) &= 28 \\ a_1 (r^6 - 1) &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a_1 (r^3 - 1)}{a_1 (r^6 - 1)} = \frac{28}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{r^3 - 1}{r^6 - 1} = 7 \Rightarrow \frac{(r-1)(r^2+r+1)}{(r-1)(r^5+r^4+r^3+r^2+r+1)} = 7$$

$$\xrightarrow{r \neq 1} r^2 + r + 1 = 7 \Rightarrow r^2 + r - 6 = 0 \Rightarrow (r-2)(r+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} r = 2 & \text{قق} \\ r = -3 & \text{غقق} \end{cases}$$

چون جملات دنباله همگی مثبت هستند، $r = -3$ قابل قبول نیست.

۸ - گزینه ۱

$$a_5 - a_7 = 12 \Rightarrow 3d = 12 \Rightarrow d = 4$$

$$\Rightarrow \text{دنباله‌ی حسابی: } 2, 6, 10, 14, 18$$

$$\Rightarrow \text{دنباله‌ی هندسی: } 2, t_7, 18, \dots \Rightarrow r^2 = \frac{18}{2} = 9 \Rightarrow r = \pm 3$$

$$\Rightarrow t_7 \neq a_7 \xrightarrow{t_7 \neq a_7} t_7 = -6$$

۹ - گزینه ۱

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n-2} \Rightarrow \begin{cases} a_7 = \frac{(-1)^7}{7-2} = \frac{-1}{5} = -1 \\ a_6 = \frac{(-1)^6}{6-2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a_7 + a_6 = -1 + \frac{1}{4} = \frac{-4+1}{4} = \frac{-3}{4}$$

۱۰ - گزینه ۱ در هر دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و اختلاف مشترک d داریم: $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$2, -5, -12, \dots \rightarrow a_1 = 2, d = -5 - 2 = -7$$

$$a_5 = 2 + (5-1)(-7) = 2 - 28 = -26$$

$$a_{10} = 2 + (10-1)(-7) = 2 - 63 = -61$$

$$a_5 - a_{10} = -26 - (-61) = -26 + 61 = 35$$

۱۱ - گزینه ۱

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$\frac{a_7}{a_4} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^3} = r^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

$$a_1 = \frac{3}{5} \Rightarrow a_7 = a_1 \times r = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

۱۲ - گزینه ۲ در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$a_7 \times a_{10} \times a_{13} = (a_1 r^6) \times (a_1 r^9) \times (a_1 r^{12}) = a_1^3 r^{27} = a_1^3 r^{27}$$

$$\Rightarrow a_1^3 r^{27} = 27 \Rightarrow (a_1 r^9)^3 = 27 \Rightarrow a_1 r^9 = 3$$

$$a_5 \times a_{15} = a_1 r^4 \times a_1 r^{14} = a_1^2 r^{18} = (a_1 r^9)^2 = 3^2 = 9$$

۱۳ - گزینه ۱

در هر دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$a_1 = \frac{1}{18}$$

$$a_m = a_1 r^m = 2 \Rightarrow \frac{1}{18} r^m = 2 \Rightarrow r^m = 36 \Rightarrow \begin{cases} r = 6 & \text{قق} \\ r = -6 & \text{غقق (جملات، مثبت هستند)} \end{cases}$$

$$a_7 = a_1 r = \frac{1}{18} \times 6 = \frac{1}{3} = \frac{1}{m+1} \Rightarrow m = 2$$



$$b = a_f = a_1 r^3 = \frac{1}{18} \times 216 = 12$$

پس $2m + b = (2 \times 2) + 12 = 16$ است.

۱۴ - گزینه ۴

در هر دنباله ی هندسی با جمله ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$a_1 = 3, a_f = 96 \Rightarrow a_1 r^5 = 96 \Rightarrow 3 \times r^5 = 96$$

$$\Rightarrow r^5 = \frac{96}{3} = 32 = 2^5 \Rightarrow r = 2$$

جملات دنباله را می نویسیم.

$$3, \boxed{6}, \boxed{12}, \boxed{24}, \boxed{48}, 96 \Rightarrow \text{مجموع واسطه های اول و سوم} = 6 + 24 = 30$$

۱۵ - گزینه ۱

$$6, 30m, 150m^2, \dots \Rightarrow q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{30m}{6} = \frac{150m^2}{30m} = 5m$$

باتوجه به آن که هر جمله ی دنباله ی فوق از جمله ی قبلی اش بزرگتر است، نسبت مشترک باید بزرگتر از یک باشد. بنابراین:

$$\Rightarrow q > 1 \Rightarrow 5m > 1 \Rightarrow m > \frac{1}{5}$$

۱۶ - گزینه ۲

در هر دنباله ی هندسی با جمله ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$a_n = a_1 r^{n-1} \xrightarrow{a_1=3} 375 = 3 \times 5^{n-1}$$

$r=5, a_n=375$

$$\Rightarrow 5^{n-1} = \frac{375}{3} \Rightarrow 5^{n-1} = 125 = 5^3 \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$$

۱۷ - گزینه ۱

در هر دنباله ی هندسی با جمله ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$a_5 = a_4 \times \frac{125}{8} \Rightarrow \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_1 r^5}{a_1 r^4} = \frac{125}{8} \Rightarrow r = \left(\frac{5}{2}\right)^r \Rightarrow r = \frac{5}{2}$$

$$a_4 = 5 \Rightarrow a_1 r^4 = 5 \Rightarrow a_1 \times \left(\frac{5}{2}\right)^4 = 5 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{\frac{25}{4}} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

$$18 - \text{گزینه } 2 \quad a_n = a_1 \times r^{n-1} \xrightarrow{a_1=3} 375 = 3 \times 5^{n-1}$$

$r=5, a_n=375$

$$\Rightarrow 5^{n-1} = \frac{375}{3} \Rightarrow 5^{n-1} = 125 = 5^3 \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4$$

۱۹ - گزینه ۱ در هر دنباله ی هندسی با جمله ی اول a_1 و نسبت مشترک r رابطه ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ برقرار است.

$$\frac{a_f}{a_4} = 16 \Rightarrow \frac{a_1 r^5}{a_1 r^4} = 16 \Rightarrow r^{5-4} = 16 \Rightarrow r^1 = 16 \xrightarrow{\text{جملات مثبت}} r = 2$$

$$a_4 + a_f = 68 \Rightarrow a_1 r^4 + a_1 r^5 = 68 \xrightarrow{r=2} 2a_1 + 32a_1 = 68 \Rightarrow 34a_1 = 68 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$a_4 = a_1 r^4 = 2 \times 2^4 = 8$$

۲۰ - گزینه ۳

$$\text{جمله ی اول: } a_1 = 500, a_4 = a_1 + \frac{20}{100} a_1 = a_1 + \frac{1}{5} a_1 = \frac{6}{5} a_1$$

$$r = \frac{a_4}{a_1} = \frac{\frac{6}{5} a_1}{a_1} = \frac{6}{5}$$

نوشتن جملات دنباله

$$\xrightarrow{\text{نوشتن جملات دنباله}} 500, \underbrace{\frac{6}{5} \times 500}_{600}, \underbrace{\frac{6}{5} \times 600}_{720}, \underbrace{\frac{6}{5} \times 720}_{864}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع } 4 \text{ جمله ی اول} = 500 + 600 + 720 + 864 = 2684$$

البته: برای یافتن مجموع جملات، می توان از رابطه ی $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ هم استفاده کنید.

۲۱ - گزینه ۳

در هر دنباله ی هندسی با جمله ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، جمله ی n ام از رابطه ی $a_n = a_1 r^{n-1}$ بدست می آید.

$$a_4 + a_5 = 375(a_4 + a_5) \Rightarrow a_1 r^4 + a_1 r^5 = 375(a_1 r^4 + a_1 r^5)$$



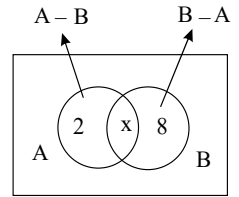
$$\Rightarrow a_1 r^x (1 + r^x) = 3,5 a_1 r^x (1 + r^x) \Rightarrow a_1 r^x = \frac{5}{2} a_1 r^x \rightarrow 1 = \frac{5}{2} r \Rightarrow 2r = 5 \Rightarrow r = \frac{5}{2}$$

۲۲ - گزینه ۴

نمودار زیر را رسم می‌کنیم و تعداد اعضای $A \cap B$ را x می‌نامیم.

$$\left. \begin{aligned} n(A) &= 2 + x \\ n(B) &= 8 + x \\ n(B) &= 3n(A) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8 + x = 3(2 + x) \Rightarrow 8 + x = 6 + 3x \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3 + 9 - 1 = 11$$



۲۳ - گزینه ۳

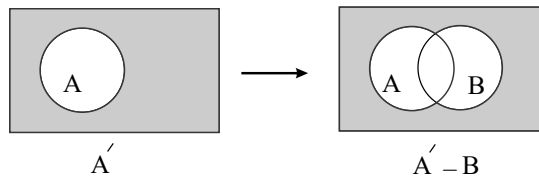
$$C - A = \{-1, 1, 7, 9\} \rightarrow (C - A)' \cap B = \{0, 10\}$$

$$(C - A)' = \{-3, 0, 4, 8, 10\}$$

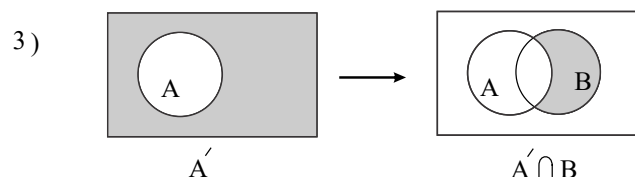
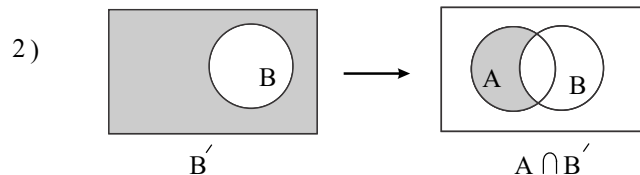
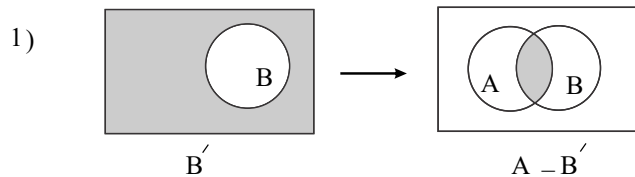
۲۴ - گزینه ۳ (تنها عدد اول زوج ۲ است. پس مجموعه اعداد اول زوج تک عضوی و منتهای است. تعداد گره‌های روی کره زمین عدد حسابی است (هر چند که ما آن را ندانیم). پس مجموعه گره‌ها منتهای است. از هر نقطه بیشمار خط راست می‌گذرد، پس مجموعه خطوط گذرنده از مبدأ مختصات نامتناهی است. (مجموعه اعداد طبیعی سه مضرب ۴ عبارتست از $\{100, 104, 108, \dots, 996\}$: پس منتهای است.

۲۵ - گزینه ۱ (مجموعه همه اعداد طبیعی است که مربع آنها از ۲۰ بیشتر است؛ یعنی: $\{6, 7, 8, \dots\}$ پس نامتناهی است. A_2 مجموعه اعداد اول بیشتر از ۱۰۰۰ است. پس مجموعه‌ای بی انتها است و نامتناهی است. A_3 مجموعه اعداد طبیعی بیش از ۹ و کمتر از ۱۰۰ است. یعنی: $\{10, 11, \dots, 99\}$ پس منتهای است. (اعضای آن قابل شمارش هستند) A_4 مجموعه اعداد حقیقی کوچکتر از ۱۰۰ هستند؛ پس تعداد آن بی شمار است. (به تعداد نقاط روی محور اعداد و قبل از ۱۰۰ فکر کنید)

۲۶ - گزینه ۴ مجموعه $A' - B$ را روی نمودار ون ببینید:

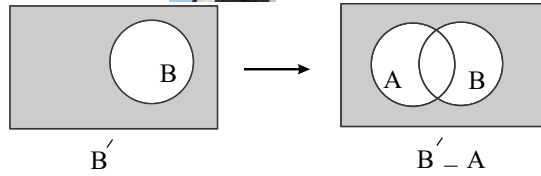


حالا گزینه‌ها را روی نمودار ون بررسی می‌کنیم:





4)



۲۷ - گزینه ۱ می‌دانیم: $(A \cup B)' = A' \cap B'$
بنابراین:

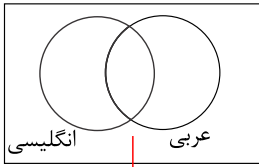
$$n((A \cup B)') = n(A' \cap B')$$

حال $A' \cap B'$ را بدست می‌آوریم:

$$A' \cap B' = \{5, 6, 7, 8\} \cap \{7, 8, 9, 10\} = \{7, 8\}$$

$$\Rightarrow n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = 2$$

۲۸ - گزینه ۲ دانش‌آموزانی که هر دو زبان را می‌خوانند، کسانی هستند که در ناحیه مشترک بین دو مجموعه زیر حضور دارند. پس تعداد آنها را برابر با x قرار می‌دهیم و در آخر x را محاسبه می‌کنیم: E : انگلیسی



A : عربی

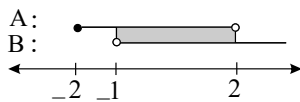
پس تعداد کسانی که لااقل یکی از دو زبان را می‌خوانند $34 = 40 - 6$ نفر خواهد بود؛ یعنی:

$$n(E \cup A) = 34 \Rightarrow n(A) + n(E) - n(A \cap E) = 34$$

$$\Rightarrow 32 + 25 - x = 34 \Rightarrow x = 57 - 34 = 23$$

۲۹ - گزینه ۳

دو مجموعه را روی محور نمایش می‌دهیم:



پس اشتراک آن دو عبارتست از $(-1, 2)$ و این بازه شامل اعداد صحیح ۰ و ۱ است.

۳۰ - گزینه ۴ مجموعه A شامل اعضای است که هم طبیعی هستند و هم مجذور آنها از ۱۰۰ کوچکتر است؛ پس A عبارتست از: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

اگر \mathbb{N} را مرجع بدانیم، A' برابر است با مجموعه‌ای شامل اعضای \mathbb{N} که در A نیستند؛ یعنی: $A' = \{10, 11, 12, \dots\} = \{x \in \mathbb{N} | x > 9\}$

دقت: $x > 9$ در مجموعه اعداد طبیعی، یعنی اعداد طبیعی پس از ۹، یعنی از ۱۰ به بعد (و خود ۱۰)

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۶ - ۳	۱۱ - ۱	۱۶ - ۲	۲۱ - ۳	۲۶ - ۴
۲ - ۱	۷ - ۱	۱۲ - ۲	۱۷ - ۱	۲۲ - ۴	۲۷ - ۱
۳ - ۱	۸ - ۱	۱۳ - ۱	۱۸ - ۲	۲۳ - ۳	۲۸ - ۲
۴ - ۲	۹ - ۱	۱۴ - ۴	۱۹ - ۱	۲۴ - ۳	۲۹ - ۳
۵ - ۱	۱۰ - ۱	۱۵ - ۱	۲۰ - ۳	۲۵ - ۳	۳۰ - ۴