

علی هاشمی

نام آزمون: مجموعه الگو دنباله

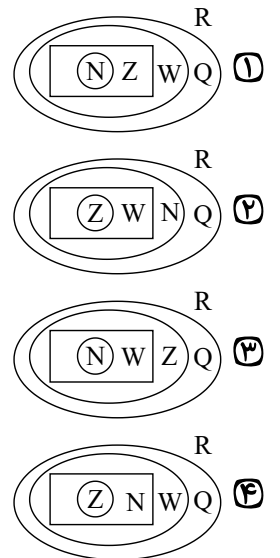
سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

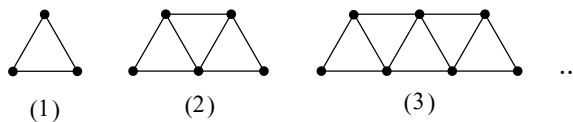
۱- اگر  $n(A) = 15$ ،  $n(B) = 18$ ،  $n(B - C) = 10$  و  $A \cap B = C$  باشد؛ مجموعه  $U$  چند عضو داشته باشد تا رابطه  $n(A' \cap B') = 6$  برقرار باشد؟

- ۱) ۳۱
- ۲) ۳۳
- ۳) ۳۴
- ۴) ۳۹

۲- کدام گزینه صحیح است؟



۳- با توجه به الگوی زیر، تعداد پاره‌خط‌ها در شکل چندم برابر ۸۷ است؟



- ۱) ۲۱
- ۲) ۲۲
- ۳) ۲۳
- ۴) ۲۴



۴- اگر در یک دنباله حسابی، جمله  $(n - 1)$ م به صورت  $3n - 2$  باشد، جمله چندم این دنباله برابر ۷۶ می‌باشد؟ ( $n > 1$ )

- ① بیستم
- ② بیست و سوم
- ③ بیست و پنجم
- ④ سیام

۵- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ①  $(A \cap B)' = U$
- ②  $A \cup B = U$
- ③  $A - B = \emptyset$
- ④  $(A \cup B)' = \emptyset$

۶- در یک الگوی غیرخطی درجه دوم، جملات اول تا چهارم دنباله برابر  $t_1 = 2$  ,  $t_2 = 5$  ,  $t_3 = 10$  ,  $t_4 = 17$  است. جمله یازدهم دنباله کدام است؟

- ① ۸۸
- ② ۱۲۰
- ③ ۱۲۲
- ④ ۹۲

۷- اگر  $U = \{x \in N \mid 2x \leq 24\}$  مجموعه مرجع،  $E$  مجموعه اعداد طبیعی زوج کوچک‌تر از ۱۳ و  $O$  مجموعه اعداد طبیعی فرد کوچک‌تر از ۱۳ باشد، متمم کدام یک از مجموعه‌های زیر تعداد اعضای بیشتری دارد؟

- ①  $E \cup O$
- ②  $E$
- ③  $O$
- ④  $E \cap O$



۸- اگر  $n(A \cup B) = 32$  و  $n(A - B) = 9$  و  $n(B)$  کدام است؟

- ۱) ۲۳
- ۲) ۲۲
- ۳) ۲۵
- ۴) ۲۰

۹- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم و  $3n(A) = 2n(B)$  باشد،  $n(A \cup B)$  چند برابر  $n(A)$  است؟

- ۱) ۲
- ۲)  $\frac{3}{2}$
- ۳)  $\frac{5}{2}$
- ۴) ۵

۱۰- دو بازه  $A = (a - 2, b)$  و  $B = [a, b + 3)$  مفروضند، حاصل  $A \cap B$  کدام است؟ ( $a < b$ )

- ۱)  $[b, b + 3)$
- ۲)  $[a, b)$
- ۳)  $(a - 2, b + 3)$
- ۴)  $(a - 2, a)$

۱۱- اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشند، چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

$A - B, B - A, A \cup B, A \cap B$

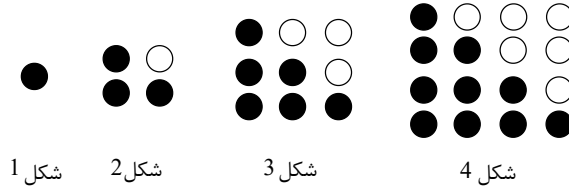
- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴



۱۲- اگر  $0, \dots, 2m + 5, 5m - 3, m + 3$  سه جمله اول یک دنباله حسابی باشند، آنگاه جمله عمومی دنباله حسابی کدام است؟

- ①  $a_n = n + 5$
- ②  $a_n = 2n + 1$
- ③  $a_n = 2n + 3$
- ④  $a_n = 3n + 2$

۱۳- با توجه به الگوی زیر، اختلاف تعداد دایره‌های سیاه و سفید در شکل یازدهم کدام است؟



- ① ۱۰
- ② ۱۱
- ③ ۱۲
- ④ ۱۴

۱۴- در یک الگوی خطی، جمله پنجم ۲۳ و جمله هفتم ۳۱ است. جمله عمومی این الگو کدام است؟

- ①  $t_n = 4n + 3$
- ②  $t_n = 3n + 4$
- ③  $t_n = 4n - 3$
- ④  $t_n = 3n - 4$

۱۵- اگر  $A$  و  $B$  دو زیر مجموعه از مجموعه مرجع  $U$ ،  $n(A) = 6$ ،  $n(A') = 10$  و  $n(B') = 4$  باشند، آنگاه  $n(B)$  کدام است؟

- ① ۱۴
- ② ۸
- ③ ۱۲
- ④ ۲۰



۱۶- در یک دنباله حسابی، جمله اول دنباله برابر ۱ و مجموع پنج جمله اول آن برابر با یک چهارم مجموع پنج جمله بعدی است. قدرنسبت دنباله کدام است؟

- ① ۲-  
 ② ۳-  
 ③ ۴-  
 ④ ۶-

۱۷- در یک کلاس ۳۲ نفری، ۱۸ نفر به درس ریاضی و ۱۵ نفر به درس فیزیک علاقه‌مند هستند. اگر ۵ نفر به هیچ‌یک از دو درس علاقه نداشته باشند، چند نفر به هر دو درس علاقه دارند؟

- ① ۵  
 ② ۶  
 ③ ۸  
 ④ ۹

۱۸- اگر  $A \subseteq B$  و  $A \neq B$  باشد، آنگاه کدام گزاره نادرست است؟

- ①  $B' \subseteq A'$   
 ②  $A' \cup B = U$   
 ③  $A \cap B' = \emptyset$   
 ④  $A' \cap B = \emptyset$

۱۹- بین دو عدد  $\frac{۳}{۵}$  و  $\frac{۲۱}{۲}$  سه واسطه‌ای حسابی درج کرده‌ایم. مجموع این سه واسطه کدام است؟

- ①  $\frac{۵۶۷}{۴۰}$   
 ②  $\frac{۳۲۱}{۴۰}$   
 ③  $\frac{۳۳۳}{۲۰}$   
 ④  $\frac{۳۲۱}{۲۰}$



۲۰- تعداد دانش‌جویان یک کلاس ۴۱ نفر است که فقط ۵ نفر از آنها در تعطیلات به مسافرت نرفته‌اند و بقیه برای تعطیلات به مشهد یا تبریز مسافرت کرده‌اند. به این ترتیب که ۲۸ نفر از آنها به مشهد مسافرت کرده‌اند و ۸ نفر هم به مشهد و هم به تبریز مسافرت کرده‌اند. چند نفر فقط به تبریز سفر کرده‌اند؟

- ۱) ۱۶
- ۲) ۸
- ۳) ۱۵
- ۴) ۲۱

۲۱- فرض کنید  $B, C$  و  $A$  مجموعه‌های اعدادی هستند که  $\{A, B, C\} = \{W, Z, Q'\}$ . اگر  $A \cap B = \emptyset$  و  $C - A = \emptyset$  باشد، حاصل  $A - (B \cup C)$  کدام است؟

- ۱)  $\{\dots, -2, -1\}$
- ۲)  $\emptyset$
- ۳)  $Q'$
- ۴)  $\{\dots, -2, -1, 0\}$

۲۲- در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی سوم برابر ۲۰ می‌باشد. اگر جمله‌ی اول ۲ برابر قدرنسبت باشد، جمله‌ی پانزدهم این دنباله کدام است؟

- ۱) ۶۵
- ۲) ۷۰
- ۳) ۷۵
- ۴) ۸۰

۲۳- جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی  $a_n : 2, 7, 12, 17, 22, \dots$  کدام است؟

- ۱)  $a_n = 5n - 3$
- ۲)  $a_n = 5n + 2$
- ۳)  $a_n = 2n + 3$
- ۴)  $a_n = 4n - 1$



۲۴- اگر  $A = (-4, 2]$  و  $B = (-1, 3]$  باشند، حاصل عبارت  $[(A \cap B) \cup (B - A)]$  کدام است؟

- ①  $(-1, 3]$
- ②  $(-4, 2]$
- ③  $[-1, 3]$
- ④  $[-4, 2)$

۲۵- اگر  $A$  مجموعه‌ای نامتناهی و  $B$  مجموعه‌ای متناهی و زیرمجموعه‌ی  $A$  باشد، آن‌گاه کدام مجموعه حتماً متناهی است؟

- ①  $A \cup B$
- ②  $A - B$
- ③  $B \cup A'$
- ④  $A \cap B$

۲۶- از یک مدرسه‌ی ۱۲۰ نفری، ۴۸ نفر در دوره‌ی ورزشی فوتبال، ۳۶ نفر در دوره‌ی ورزشی والیبال و ۷۰ نفر حداقل در یکی از این دو دوره‌ی ورزشی ثبت‌نام کرده‌اند. تعداد افرادی که فقط در یک دوره‌ی ورزشی ثبت‌نام کرده‌اند، کدام است؟

- ① ۳۲
- ② ۴۶
- ③ ۵۰
- ④ ۵۶

۲۷- اگر  $n(U) = 40$  و  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی جدا از هم، در مجموعه‌ی مرجع  $U$  باشند و  $n[(A - B) \cup (B - A)] = 30$  باشد،  $n(A \cup B)$  کدام است؟

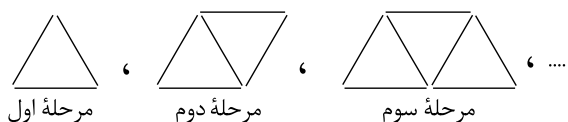
- ① ۱۰
- ② ۲۰
- ③ ۳۰
- ④ ۴۰



۲۸- جمله‌ی هفتم از دنباله‌ی اعداد  $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \dots$  کدام است؟

- ۱) ۱۲٫۰
- ۲) ۱۴٫۰
- ۳) ۱۵٫۰
- ۴) ۱۷٫۰

۲۹- اگر دنباله‌ای از چوب کبریت‌ها به شکل زیر داشته باشیم و آن را تا ۸ مرحله ادامه دهیم، تعداد چوب کبریت‌های استفاده شده در مرحله‌ی هشتم



کدام است؟

- ۱) ۱۹
- ۲) ۱۷
- ۳) ۱۸
- ۴) ۲۱

۳۰- بین دو عدد ۴ و ۳۲ سه واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم. مجموع این سه واسطه‌ی حسابی کدام است؟

- ۱) ۵۰
- ۲) ۵۲
- ۳) ۵۳
- ۴) ۵۴





## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ می‌دانیم:  $n(A) + n(A') = n(U)$   
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$

راه حل اول:

$$n(U) = n(A \cup B) + n((A \cup B)') = n(A \cup B) + n(A' \cap B') \quad (1)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad (2)$$

$$n(B) - n(A \cap B) = n(B) - n(C) \stackrel{C \subseteq B}{=} n(B - C) \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(2),(3)} n(A \cup B) = n(A) + n(B - C) = 15 + 10 = 25$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} n(U) = n(A' \cap B') + n(A \cup B) = 6 + 25 = 31$$

با توجه به این که  $C = A \cap B$  داریم:

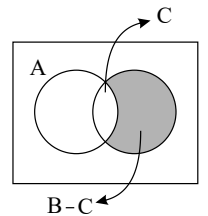
راه حل دوم:

با توجه به شکل داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B - C) \quad (1)$$

$$n(U) = n(A) + n(B - C) + n(A' \cap B')$$

$$\xrightarrow{(1)} n(U) = n(A) + n(B - C) + n(A' \cap B') = 15 + 10 + 6 = 31$$



۲ - گزینه ۳ می‌دانیم:  $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$

با توجه به نکته فوق، گزینه ۳ صحیح است.

۳ - گزینه ۲ جمله اول الگوی فوق ۳ است و در هر مرحله ۴ پاره خط به آن اضافه می‌شود.

پس یک الگوی خطی با جمله عمومی  $t_n = 4n - 1$  داریم:

$$t_n = 4n - 1 \Rightarrow 4n = 48 \Rightarrow n = 12$$

۴ - گزینه ۳

$$t_{n-1} = 4(n-1) - 1 = 4n - 5 \Rightarrow 4n - 5 = 17 \Rightarrow 4n = 22 \Rightarrow n = 5.5$$

به ازای این مقدار از  $n$ ، جمله  $t_{n-1}$  همان جمله  $t_{46}$  است؛ یعنی:  $t_{46}$

۵ - گزینه ۱ می‌دانیم: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند، داریم:  $A \cap B = \emptyset$ ،  $U' = \emptyset$ ،  $\emptyset' = U$   
 گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) (A \cap B)' = (\emptyset)' = U$$

۲)  $A \cup B$  با مجموعه مرجع برابر نیست؛ بلکه زیر مجموعه‌ای از آنست.

$$3) A - B = A \neq \emptyset$$

۴) چون  $A \cup B$  با مجموعه مرجع برابر نیست، متمم آن هم تهی نیست؛ پس:  $(A \cup B)' \neq \emptyset$

۶ - گزینه ۳ جملات الگوی درجه دوم  $1, 5, 10, 16, \dots$  همگی یک واحد بیشتر از یک عدد مربع کامل هستند؛ یعنی:  $t_n = n^2 + 1$  و داریم:

$$t_{11} = 11^2 + 1 = 121 + 1 = 122$$

۷ - گزینه ۴ می‌دانیم:  $\emptyset' = U$ ،  $U' = \emptyset$

مجموعه مرجع با مشخصات اشاره شده در سؤال به صورت زیر است:

$$U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$$

حال، گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$1) E \cup O = U \Rightarrow U' = \emptyset \Rightarrow n(\emptyset) = 0$$

$$2) E = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \Rightarrow E' = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \Rightarrow n(E') = 6$$

$$3) O = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \Rightarrow O' = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \Rightarrow n(O') = 6$$

$$4) E \cap O = \emptyset \Rightarrow (E \cap O)' = \emptyset' = U \Rightarrow n(U) = 12$$



۸ - گزینه ۱ می‌دانیم:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) + n(A \cap B) = n(B) + \underbrace{n(A) - n(A \cap B)}_{n(A-B)} \Rightarrow n(A \cup B) = n(B) + n(A - B)$$

$$\Rightarrow ۳۲ = n(B) + ۹ \Rightarrow n(B) = ۲۳$$

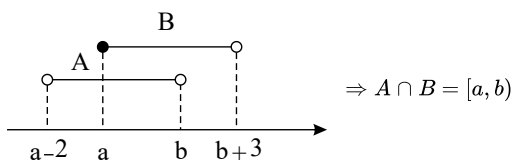
۹ - گزینه ۳ می‌دانیم: اگر  $A \cap B = \emptyset$  :  $A, B$  دو مجموعه جدا از هم باشند :  
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$۳n(A) = ۲n(B) \xrightarrow{\div ۲} n(B) = \frac{۳}{۲}n(A)$$

$$n(A \cup B) = n(A) + \frac{۳}{۲}n(A) - n(\underbrace{A \cap B}_{\emptyset}) = n(A) + \frac{۳}{۲}n(A) - ۰ = n(A)(1 + \frac{۳}{۲})$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = \frac{۵}{۲}n(A) \Rightarrow \frac{n(A \cup B)}{n(A)} = \frac{۵}{۲}$$

۱۰ - گزینه ۲ با توجه به  $a < b$ ، هر دو بازه را روی محور رسم می‌کنیم:



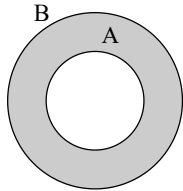
۱۱ - گزینه ۴ می‌دانیم: همه زیر مجموعه‌های یک مجموعه منتهای، منتهای هستند.

اگر مجموعه  $A$  زیر مجموعه  $B$  باشد، هر عضوی از مجموعه  $A$  عضو مجموعه  $B$  است. پس در صورت منتهای بودن مجموعه  $B$ ، مجموعه  $A$  هم منتهای است. داریم:

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A \rightarrow \text{منتهای است } A \cap B$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B \rightarrow \text{منتهای است } A \cup B$$

مطابق نمودار زیر،  $A - B$  منتهای است:



$$A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \phi \rightarrow \text{منتهای است } A - B$$

جمله عمومی یک دنباله حسابی که جمله اول آن  $a_1$  و قدرنسبت آن  $d$  باشد عبارتست از:  $t_n = t_1 + (n - 1) \times d$   
 اگر  $a, b, c$  جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، رابطه  $b = \frac{a+b}{2}$  بین آن‌ها برقرار است.

۱۲ - گزینه ۳ می‌دانیم:

$$\text{دنباله حسابی: } m + ۳, ۵m - ۳, ۲m + ۵, \dots \Rightarrow ۵m - ۳ = \frac{m + ۳ + ۲m + ۵}{۲}$$

$$\Rightarrow ۵m - ۳ = \frac{۳m + ۸}{۲} \Rightarrow ۱۰m - ۶ = ۳m + ۸ \Rightarrow ۷m = ۱۴ \Rightarrow m = ۲$$

پس دنباله حسابی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$۵, ۷, ۹, \dots \Rightarrow \begin{cases} t_1 = ۵ \\ d = ۷ - ۵ = ۲ \end{cases} \Rightarrow t_n = ۵ + (n - 1) \times ۲ = ۵ + ۲n - ۲ = ۲n + ۳$$

۱۳ - گزینه ۲ راه حل اول: تعداد دایره‌های شکل  $n$ ام از رابطه  $n^2$  به دست می‌آید و تعداد دایره‌های سیاه از رابطه  $\frac{n^2 + n}{۲}$  به دست می‌آید. پس در شکل یازدهم داریم:

$$\text{تعداد کل دایره‌ها} = ۱۱^2 = ۱۲۱$$

$$\text{تعداد دایره‌های سیاه} = \frac{۱۱^2 + ۱۱}{۲} = ۶۶$$

$$\text{تعداد دایره‌های سفید} = ۱۲۱ - ۶۶ = ۵۵$$

$$\text{اختلاف دایره‌های سیاه و سفید} = ۶۶ - ۵۵ = ۱۱$$

راه حل دوم:

اختلاف دایره‌های سیاه و سفید در هر مرحله برابر تعداد دایره‌های قطر اصلی است که در هر مرحله برابر با شماره مرحله است. پس این عدد در مرحله یازدهم برابر با ۱۱ است.



۱۴ - گزینه ۱ می‌دانیم: جمله عمومی هر الگوی خطی به صورت  $t_n = an + b$  است.

$$\begin{cases} t_5 = 23 \Rightarrow 5a + b = 23 \\ t_7 = 31 \Rightarrow 7a + b = 31 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5a - b = -23 \\ 7a + b = 31 \end{cases} \Rightarrow t_n = 4n + 3$$

$2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = 3$

۱۵ - گزینه ۳ می‌دانیم:  $n(A') = n(U) - n(A)$

$$\begin{aligned} n(A') = n(U) - n(A) &\Rightarrow 10 = n(U) - 6 \Rightarrow n(U) = 16 \\ n(B') = n(U) - n(B) &\xrightarrow{n(U)=16} 4 = 16 - n(B) \Rightarrow n(B) = 12 \end{aligned}$$

۱۶ - گزینه ۲ می‌دانیم: جمله عمومی هر دنباله حسابی که جمله اول آن  $a_1$  قدرنسبت آن  $d$  باشد به صورت  $t_n = a_1 + (n - 1) \times d$  است.

$$\begin{aligned} t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 &= \frac{1}{4}(t_6 + t_7 + t_8 + t_9 + t_{10}) \\ \Rightarrow t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) + (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) \\ &= \frac{1}{4}(t_1 + 5d) + (t_1 + 6d) + (t_1 + 7d) + (t_1 + 8d) + (t_1 + 9d) \\ \Rightarrow 5a_1 + 10d &= \frac{1}{4}(5a_1 + 35d) \xrightarrow{a_1=1} 5 + 10d = \frac{1}{4}(5 + 35d) \\ \Rightarrow 5 + 10d &= \frac{5}{4} + \frac{35}{4}d \Rightarrow \frac{15}{4} = -\frac{5}{4}d \Rightarrow d = -3 \end{aligned}$$

۱۷ - گزینه ۲ می‌دانیم:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
 $n(A) = n(U) - n(A')$

راه حل اول:

$$\begin{aligned} A = \text{درس ریاضی} &\Rightarrow n(A) = 18 \\ B = \text{درس فیزیک} &\Rightarrow n(B) = 15 \\ n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') &= 32 - 5 = 27 \end{aligned}$$

با استفاده از رابطه تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه، داریم:

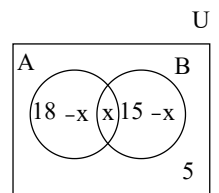
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 27 = 18 + 15 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 33 - 27 = 6$$

بنابراین تعداد دانش آموزانی که به هر دو درس ریاضی و فیزیک علاقه دارند، ۶ نفر است.

راه حل دوم:

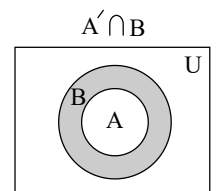
با توجه به نمودار ون زیر، اگر  $x$  تعداد دانش آموزانی باشد که هم به درس ریاضی و هم به درس فیزیک علاقه دارند، داریم:

$$\begin{aligned} (18 - x) + x + (15 - x) + 5 &= 32 \\ \Rightarrow 38 - x &= 32 \Rightarrow x = 6 \end{aligned}$$

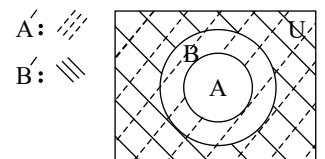


۱۸ - گزینه ۴ گزینه‌ی ۴، نادرست است، زیرا:

$$A \subseteq B \Rightarrow A' \cap B \neq \emptyset$$

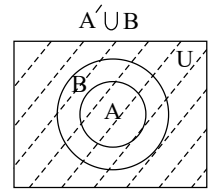


$$\text{گزینه‌ی د، } A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$$

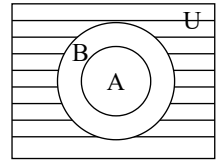




گزینه ۲:  $A \subseteq B \Rightarrow A' \cup B = U$



گزینه ۳:  $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B' = \emptyset$



۱۹ - گزینه ۳ دنباله حاصل را به صورت زیر در نظر می گیریم:

$$\begin{matrix} +d & +d & +d & +d \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ \frac{3}{5}, & x, & y, & z, & \frac{21}{2} \end{matrix}$$

$$\frac{3}{5} + 4d = \frac{21}{2} \Rightarrow 4d = \frac{21}{2} - \frac{3}{5} = \frac{105 - 6}{10} = \frac{99}{10} \Rightarrow d = \frac{99}{40}$$

پس:

و داریم:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{3}{5} + \frac{99}{40} = \frac{24+99}{40} = \frac{123}{40} \\ y &= x + \frac{99}{40} = \frac{123}{40} + \frac{99}{40} = \frac{222}{40} \\ z &= y + \frac{99}{40} = \frac{222}{40} + \frac{99}{40} = \frac{321}{40} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y + z = \frac{123 + 222 + 321}{40} = \frac{666}{40} = \frac{333}{20}$$

۲۰ - گزینه ۲ می دانیم:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

مجموعه مسافران مشهد و تبریز را به ترتیب  $M$  و  $T$  می نامیم و داریم:

$$n(M \cup T) = 41 - 5 = 36$$

$$n(M) = 28$$

$$n(M \cap T) = 8$$

$$n(M \cup T) = n(M) + n(T) - n(M \cap T) \Rightarrow 36 = 28 + n(T) - 8 \Rightarrow n(T) = 16$$

$$n(\text{فقط تبریز}) = n(T) - n(M \cap T) = 16 - 8 = 8$$

۲۱ - گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} C - A &= \emptyset \\ A \cap B &= \emptyset \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} C = \mathbb{W} \\ A = \mathbb{Z} \\ B = \mathbb{Q}' \end{cases}$$

پس:

$$A - (B \cup C) = \mathbb{Z} - (\mathbb{Q}' \cup \mathbb{W}) = \{\dots, -2, -1\}$$

۲۲ - گزینه ۴ در یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1$  و قدرنسبت  $d$  جمله  $m$  از رابطه  $a_n = a_1 + (n-1)d$  بدست می آید.

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow a_7 = a_1 + 6d = 20 \xrightarrow{a_1=2d} 2d + 6d = 20 \Rightarrow 4d = 20 \Rightarrow d = \frac{20}{4} = 5$$

$$a_1 + 2d = 20 \xrightarrow{d=5} a_1 + (2 \times 5) = 20 \Rightarrow a_1 = 20 - 10 = 10$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 10 + (14 \times 5) = 80$$

۲۳ - گزینه ۱ ابتدا جمله اول و اختلاف مشترک دنباله را به دست می آوریم:

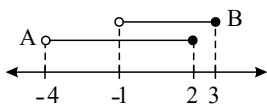
$$2, 7, 12, \dots \Rightarrow a_1 = 2, d = 7 - 2 = 5$$

پس از فرمول جمله عمومی دنباله حسابی استفاده می کنیم.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_n = 2 + (n-1)5 = 2 + 5n - 5 \rightarrow a_n = 5n - 3$$

۲۴ - گزینه ۱ - بازه های  $A$  و  $B$  را روی محور اعداد نمایش می دهیم:

پس داریم:





$$\left. \begin{aligned} B - A &= (2, 3) \\ A \cap B &= (-1, 2] \end{aligned} \right\} \cup \rightarrow (A \cap B) \cup (B - A) = (-1, 3]$$

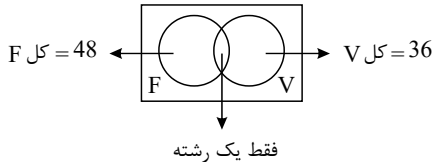
۲۵ - گزینه ۴ می‌دانیم اگر مجموعه  $X$  زیرمجموعه  $Y$  باشد، آنگاه اشتراک آن‌ها  $X$  خواهد بود.

فرض  $B \subseteq A \Rightarrow A \cap B = B$  طبق فرض

و از آنجا که  $B$  متناهی است،  $A \cap B$  متناهی خواهد بود.

۲۶ - گزینه ۴ می‌دانیم:  $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

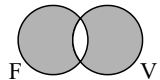
مجموعه‌ی فوتبال را با  $F$  و مجموعه‌ی والیبال را با  $V$  نشان می‌دهیم و اطلاعات مسئله را روی شکل زیر نشان می‌دهیم:



مجموعه‌ی افرادی که حداقل یکی از دو رشته ثبت‌نام کرده‌اند، برابر با  $F \cup V$  است که تعداد افراد این مجموعه بنا به فرض  $70$  نفر است. پس داریم:

$$\begin{aligned} n(F \cup V) &= n(F) + n(V) - n(F \cap V) \\ \Rightarrow 70 &= 48 + 36 - n(F \cap V) \Rightarrow n(F \cap V) = 14 \end{aligned}$$

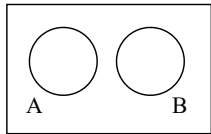
باتوجه به شکل بالا، تعداد افرادی که فقط در یک رشته ثبت‌نام کرده‌اند عبارت‌اند از تعداد افرادی که در قسمت‌های هاشورخورده قرار می‌گیرند: و این تعداد برابر است با:



$$n(F \cup V) - n(F \cap V) = 70 - 14 = 56$$

۲۷ - گزینه ۳ می‌دانیم: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه جدا از هم باشند، اشتراک آنها تهی خواهد بود.

دو مجموعه جدا از هم  $A$  و  $B$  را روی نمودار ون به صورت زیر نمایش می‌دهیم:



پس:

$$\left. \begin{aligned} A - B &= A \\ B - A &= B \end{aligned} \right\} \Rightarrow n \left( \underbrace{(A - B)}_A \cup \underbrace{(B - A)}_B \right) = n(A \cup B) \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} 30$$

۲۸ - گزینه ۲ جمله‌ی عمومی دنباله به صورت زیر بدست می‌آید:

$$a_n = \frac{\text{شماره‌ی جمله}}{(\text{شماره‌ی جمله})^2 + 1} \Rightarrow a_n = \frac{n}{n^2 + 1}$$

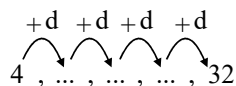
و جمله‌ی هفتم به ازای  $n = 7$  عبارتست از:

$$\xrightarrow{n=7} a_7 = \frac{7}{7^2 + 1} = \frac{7}{50} = \frac{14}{100} = 0,14$$

۲۹ - گزینه ۲ مرحله‌ی اول شامل ۳ چوب کبریت است و در مرحله‌های بعدی هر بار ۲ چوب کبریت به آن‌ها اضافه می‌شود. پس جمله‌ی عمومی بصورت  $a_n = 3 + (n - 1) \times 2$  خواهد بود: و به ازای  $n = 8$  داریم:

$$a_8 = 3 + (8 - 1) \times 2 = 3 + 14 = 17$$

۳۰ - گزینه ۴ دنباله‌ی حاصل را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:



پس داریم:

$$4 + 4d = 32 \Rightarrow 4d = 28 \Rightarrow d = 7$$

و دنباله بصورت زیر بدست می‌آید:

$$4, 11, 18, 25, 32 \Rightarrow \text{مجموع واسطه‌ها} = 11 + 18 + 25 = 54$$

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۶ - ۳	۱۱ - ۴	۱۶ - ۲	۲۱ - ۱	۲۶ - ۴
۲ - ۳	۷ - ۴	۱۲ - ۳	۱۷ - ۲	۲۲ - ۴	۲۷ - ۳
۳ - ۲	۸ - ۱	۱۳ - ۲	۱۸ - ۴	۲۳ - ۱	۲۸ - ۲
۴ - ۳	۹ - ۳	۱۴ - ۱	۱۹ - ۳	۲۴ - ۱	۲۹ - ۲
۵ - ۱	۱۰ - ۲	۱۵ - ۳	۲۰ - ۲	۲۵ - ۴	۳۰ - ۴