



علی هاشمی

نام آزمون: مجموعه الگو دنباله

سایت: ALIGEBRA.COM

علی هاشمی: ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱- اگر M مجموعه‌ی مرجع: $M = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 50\}$, $A = \{x | x \in M, x \leq 15\}$ و $B' = \{x | x \in M, \sqrt{x} < 5\}$ باشد،

$A' - B$ کدام است؟

① $\{x \in M | x^2 \geq 10\}$

② $\{x \in M | 2 < \sqrt{x} \leq 10\}$

③ $\{x \in M | 4 \leq \sqrt{x} < 5\}$

④ $\{x \in M | 4 \leq x\}$

۲- اگر دنباله با جمله‌ی عمومی $a_n = an(2 - n) + 4n^2 - a$ ، یک دنباله‌ی خطی و جمله‌ی دوم دنباله $t_n = \left(\frac{b}{2}\right)n + a^2$ برابر a_3 باشد، b کدام

است؟

① -۶

② ۴

③ ۶

④ ۳۶

۳- مجموعه A دارای ۳۶ عضو و مجموعه B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه A حذف شود، از اشتراک آنها ۹ عضو حذف می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه جدید با مجموعه B ، کدام است؟

① ۴۰

② ۴۱

③ ۴۲

④ ۴۵

۴- در یک دنباله‌ی حسابی، اگر $a_{13} = 30$ و $a_{15}^2 - a_{11}^2 = 120$ باشد، جمله‌ی بیستم کدام است؟

① $33\frac{5}{8}$

② ۳۶

③ ۳۵

④ ۳۷



۵- در یک دنباله‌ی حسابی $a_m = n$ و $a_n = m$ می‌باشد. حاصل $a_{m+1} + a_{n+1}$ کدام است؟ ($m \neq n$)

- ① $m + n$
- ② $m + n + 2$
- ③ $m + n - 2$
- ④ $m + n - 1$

۶- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

(الف) اجتماع دو مجموعه متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.

(ب) اشتراک یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.

(پ) اشتراک مجموعه مضارب عدد ۵ با مجموعه مضارب عدد ۷، مجموعه‌ای متناهی است.

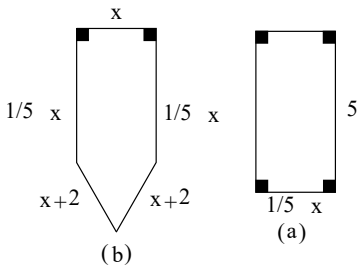
(ت) اگر A مجموعه‌ای متناهی و B مجموعه‌ای نامتناهی باشد، مجموعه $A - B$ مجموعه‌ای نامتناهی است.

- ① ۱
- ② ۲
- ③ ۳
- ④ ۴

۷- اشتراک بازه‌های $[a, -2]$ و $(b, 4]$ برابر $(-\frac{2}{3}, 1)$ است. اجتماع بازه‌های (b, a) و $(-2a - 1, b)$ کدام است؟

- ① $(-3, 1)$
- ② $(-1, \frac{2}{3})$
- ③ $(1, 4)$
- ④ $(-3, 1) - \{-\frac{2}{3}\}$

۸- مجموعه مقادیر x ، کدام بازه زیر باشد تا محیط شکل (a) از محیط شکل (b) بیشتر باشد؟ (کامل‌ترین گزینه را انتخاب کنید)



- ① $(-\infty, 2)$
- ② $(2, 4)$
- ③ $(0, 2)$
- ④ $(0, 1)$



۹- اگر $A = [-1, 2]$ و $B = (0, 3]$ ، آنگاه کدام مجموعه زیر، بازه $(2, 3]$ است؟

- ① $A \cup B$
- ② $B - A$
- ③ $B \cap A$
- ④ $A - B$

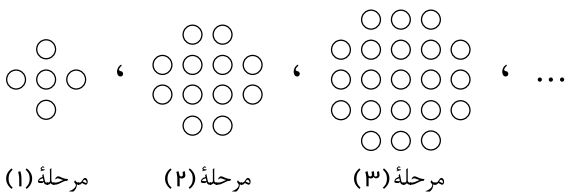
۱۰- اجتماع مجموعه‌ی $S = (1, 7) - [4, 6]$ با کدام گزینه شامل تعداد بیش‌تری از اعداد صحیح است؟

- ① $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 + 4}{x^2} \in \mathbb{N}\}$
- ② $B = \{x \in \mathbb{N} \mid -4 < x \leq 4\}$
- ③ $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \in (0, 3) \cup (5, 7)\}$
- ④ مجموعه اعداد اول یک رقمی $D =$

۱۱- اگر A مجموعه‌ای دلخواه و $Z - A$ متناهی و ناتهی باشد، کدام مجموعه زیر حتماً متناهی است؟

- ① $A - N$
- ② $Q - (Z - A)$
- ③ $Z - (A - N)$
- ④ $(N - A) \cup (Z - A)$

۱۲- در الگوی زیر، جمله‌ی عمومی دنباله به ازای $n = k + 1$ کدام است؟



- ① $t_{k+1} = k^2 + 6k + 5$
- ② $t_{k+1} = k^2 + 4k$
- ③ $t_{k+1} = k^2 + 6k + 1$
- ④ $t_{k+1} = k^2 + 4k + 4$

۱۳- در یک الگوی خطی جمله‌ی سوم برابر با ۷ و جمله‌ی هفتم برابر با ۱۵ است. جمله‌ی عمومی این الگو کدام است؟

- ① $t_n = n + 8$
- ② $t_n = 3n - 2$
- ③ $t_n = n + 4$
- ④ $t_n = 2n + 1$



۱۴- در یک دنباله‌ی هندسی جمله‌ی هفتم ۲۷ برابر جمله‌ی چهارم است. اگر جمله‌ی دوم ۶ باشد، اختلاف جمله‌ی پنجم از جمله‌ی ششم کدام است؟

- ① ۳۲۴
- ② ۱۶۲
- ③ ۲۷
- ④ ۱۲۶

۱۵- اگر جملات اول، دوم و ششم از یک دنباله‌ی حسابی با جملات متمایز، به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- ① ۲
- ② ۴
- ③ ۸
- ④ $\sqrt{2}$

۱۶- بین دو عدد ۱۸ و ۶۲، ده واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم تا یک دنباله‌ی حسابی با ۱۲ جمله حاصل شود. مجموع سه جمله‌ی سوم این دنباله چند برابر مجموع سه جمله‌ی دوم آن است؟

- ① $\frac{۶۹}{۲۰}$
- ② $\frac{۲۳}{۱۷}$
- ③ $\frac{۲۹}{۲۳}$
- ④ $\frac{۲۹}{۱۷}$

۱۷- بین دو عدد ۴ و ۳۲۴، سه واسطه‌ی هندسی درج کرده‌ایم. جمله‌ی سوم این دنباله کدام است؟

- ① ۳۶
- ② ۴۵
- ③ ۵۴
- ④ ۶۳



۱۸- اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه مرجع، $A = \{1, 2, 4\}$ ، $B = \{1, 3\}$ و $C = \{1\}$ باشند، $A' \cup B'$ کدام است؟

- ① C'
- ② $A' \cap C$
- ③ $(B - C)'$
- ④ $(A - C)'$

۱۹- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۴ نفر در آزمون درس فیزیک و ۹ نفر در آزمون درس ریاضی شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هر دو آزمون شرکت کرده باشند، چند نفر حداکثر در یکی از این دو آزمون شرکت کرده‌اند؟

- ① ۱۲
- ② ۱۸
- ③ ۲۳
- ④ ۲۵

۲۰- اگر مجموعه‌ی A ، $2m$ عضو و مجموعه‌ی B ، n عضو و $A \cap B$ ، $\frac{m+n}{2}$ عضو داشته باشد، مجموعه‌ی $[(A - B) \cup (B - A)]$ چند عضو خواهد داشت؟

- ① m
- ② n
- ③ $m + n$
- ④ $m + 2n$

۲۱- در دنباله‌ی هندسی $\dots, 32, 64$ کدام جمله برابر 16^{-1} است؟

- ① نهم
- ② دهم
- ③ یازدهم
- ④ دوازدهم



۲۲- در یک دنباله‌ی حسابی یا جمله‌ی عمومی t_n ، مجموع سه جمله‌ی اول ۱۲ و مجموع سه جمله‌ی بعدی ۳۰ است. t_7 کدام است؟

- ① ۱۷
- ② ۱۶
- ③ ۱۸
- ④ ۱۴

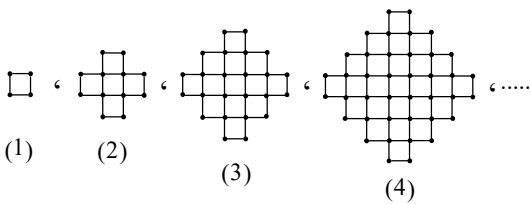
۲۳- اگر اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، وتر مثلث چند برابر کوچک‌ترین ضلع مثلث است؟

- ① $\frac{5}{4}$
- ② $\frac{7}{5}$
- ③ $\frac{4}{3}$
- ④ $\frac{5}{3}$

۲۴- اگر A مجموعه‌ای متناهی و C و B مجموعه‌هایی نامتناهی باشند، در مورد هر یک از مجموعه‌های $(C \cap A) \cup B$ و $(B \cup A) - C$ به ترتیب از راست به چپ چه می‌توان گفت؟

- ① قطعاً نامتناهی - متناهی یا نامتناهی
- ② قطعاً متناهی - قطعاً متناهی
- ③ قطعاً نامتناهی - قطعاً نامتناهی
- ④ متناهی یا نامتناهی - متناهی یا نامتناهی

۲۵- باتوجه به شکل زیر، در کدام مرحله تعداد چوب کبریت‌ها برابر ۱۹۶ می‌شود؟



- ① ۶
- ② ۷
- ③ ۱۴
- ④ ۱۶



۲۶- حاصل ضرب پنج جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی برابر ۳۲- است. اگر مجموع جملات دوم و چهارم دنباله برابر ۵- باشد، جمله‌ی اول آن کدام می‌تواند باشد؟

- ① ۲-
- ② ۴-
- ③ ۸-
- ④ ۱۶-

۲۷- اگر به قدرنسبت یک دنباله‌ی حسابی ۲ واحد اضافه کنیم، به جمله‌ی پنجم دنباله‌ی حاصل چند واحد اضافه می‌شود؟

- ① صفر
- ② ۲
- ③ ۸
- ④ ۱۰

۲۸- بین دو عدد ۵ و $\frac{25}{2}$ چهار واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم، مجموع این چهار واسطه کدام است؟ ($d > 0$ قدرنسبت))

- ① ۲۹
- ② $32,5$
- ③ ۳۵
- ④ $47,5$

۲۹- اگر $\frac{1}{3}$ ، $\frac{\sqrt{x+2}}{3}$ و ۲ سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند، مقدار x کدام است؟

- ① ۳
- ② ۴
- ③ ۶
- ④ ۹



۳۰- در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و سوم برابر با ۸ و مجموع جملات چهارم و ششم برابر با ۶۴ است. جمله اول این دنباله کدام است؟

① $\frac{6}{5}$

② $\frac{8}{5}$

③ $\frac{9}{5}$

④ $\frac{12}{5}$



پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ مجموعه‌های M ، A و B' را با اعضایشان می‌نویسیم:

$$M = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$$

$$A = \{1, 2, 3, \dots, 15\} \Rightarrow A' = \{16, 17, 18, \dots, 50\}$$

$$B' = \{1, 2, 3, \dots, 24\} \Rightarrow B = \{25, 26, \dots, 50\}$$

$$\Rightarrow A' - B = \{16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24\}$$

و اینها اعدادی هستند که جذر آنها از ۴ بیشتر یا مساوی و از ۵ کمتر است. یعنی: $4 \leq \sqrt{x} < 5$

$$\Rightarrow A' - B = \{x \mid x \in M, 4 \leq \sqrt{x} < 5\}$$

۲ - گزینه ۲ جمله‌ی عمومی در هر الگوی خطی به فرم $a_n = an + b$ (درجه ۱ بر حسب n) است.

$$a_n = 2an - an^2 + 4n^2 - a = (4 - a)n^2 + 2an - a$$

برای آنکه این الگو خطی باشد، باید ضریب جمله‌ی n^2 صفر باشد (تا عبارت بر حسب n از درجه‌ی ۱ باشد)

$$\Rightarrow 4 - a = 0 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a_n = 8n - 4 \Rightarrow a_7 = 24 - 4 = 20$$

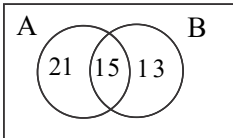
از طرفی:

$$t_n = \left(\frac{b}{2}\right)n + a^r \stackrel{a=4}{=} \left(\frac{b}{2}\right)n + 16$$

در این دنباله، جمله‌ی دوم باید برابر با a_3 از دنباله‌ی قبل باشد:

$$t_2 = 20 \Rightarrow \frac{b}{2} \times 2 + 16 = 20 \Rightarrow b + 16 = 20 \Rightarrow b = 4$$

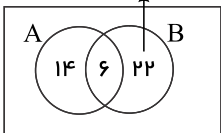
۳ - گزینه ۳ طبق فرض، پیش از تغییر، اعضا به صورت زیر توزیع شده بودند:



۱۶ عضو از A برداشته‌ایم که ۹ عضو آن در اشتراک دو مجموعه حضور داشته‌اند، پس ۹ عضو از اشتراک کم می‌شود و ۷ عضو هم از باقی‌مانده A :

$$13 + 9 = 22$$

از مجموعه B عضوی کم نشده است
یعنی همان ۲۲ عضو را دارد



دقت: از B چیزی حذف نشده. بنابراین تعداد آن نباید تغییر کند.

حال تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه را در وضعیت جدید محاسبه می‌کنیم:

$$n(A \cup B) = 14 + 6 + 22 = 42$$

۴ - گزینه ۱

$$m + n = p + q \Rightarrow a_m + a_n = a_p + a_q \quad (\text{قانون اندیس‌ها})$$

نکته: در هر دنباله‌ی حسابی داریم:

$$a_{15} + a_{11} = a_{13} + a_{13} = 2a_{13} \Rightarrow a_{15} + a_{11} = 2 \times 30 = 60$$

پس:

از طرفی طبق فرض:

$$a_{15}^2 - a_{11}^2 = 120 \Rightarrow (a_{15} - a_{11}) \underbrace{(a_{15} + a_{11})}_{60} = 120 \Rightarrow a_{15} - a_{11} = 2$$



$$\Rightarrow (a_1 + 14d) - (a_1 + 10d) = 2 \Rightarrow 4d = 2 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

جمله‌ی بیستم از اضافه شدن 7 تا d به جمله‌ی سیزدهم بدست می‌آید:

$$a_{20} = a_{13} + 7d = 30 + 7 \times \frac{1}{2} = 30 + 3,5 = 33,5$$

۵ - گزینه ۳ نکته: قدر نسبت یک دنباله که جملات a_n, a_m از آن معلوم باشند عبارتست از:

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n}$$

پس داریم:

$$d = \frac{n - m}{m - n} = -1$$

حال خواسته‌ی مسئله را بدست می‌آوریم:

$$a_{m+1} + a_{n+1} = (a_m + d) + (a_n + d) = m - 1 + n - 1 = m + n - 2$$

۶ - گزینه ۱ گزینه‌ها را ببینید: الف) دو مجموعه متناهی، تعداد اعضای قابل شمارش دارند. پس تعداد اعضای اجتماع آنها نیز قابل شمارش است و متناهی است.

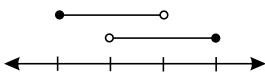
ب) اشتراک یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی، حداکثر می‌تواند به اندازه تمام مجموعه متناهی باشد. پس متناهی است و این گزینه نادرست است.

پ) این جمله به مضارب مشترک 5 و 7 اشاره دارد؛ یعنی مضارب 35 و مجموعه مضارب 35 نامتناهی است. پس این گزینه نیز نادرست است.

ت) اگر از مجموعه‌ای متناهی مثل A، مجموعه‌ای نامتناهی مثل B را کم کنیم، حاصل این کار مجموعه‌ای است که زیرمجموعه A است و نمی‌تواند نامتناهی باشد. پس این گزینه نیز نادرست است.

۷ - گزینه ۴ برای آنکه اشتراک بازه‌های $[-2, a]$ و $(b, 4]$ برابر با $(-\frac{2}{3}, 1)$ باشد، باید روی محور چنین وضعیتی داشته باشند:

بنابراین اشتراک آنها (b, a) است:



$$(b, a) = \left(-\frac{2}{3}, 1\right) \Rightarrow \begin{cases} b = -\frac{2}{3} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$(-2a - 1, b) = (-2 \times 1 - 1, -\frac{2}{3}) = (-3, -\frac{2}{3})$$

$$(b, a) = \left(-\frac{2}{3}, 1\right)$$

پس:

$$(-2a - 1, b) \cup (b, a) = \left(-3, -\frac{2}{3}\right) \cup \left(-\frac{2}{3}, 1\right)$$

$$= (-3, 1) - \left\{-\frac{2}{3}\right\}$$

۸ - گزینه ۳

(a) دقت کنید که شکل مستطیل است $10 + 3x = 2 \times 5 + 2 \times 1,5x = 10 + 3x$ محیط شکل (a)

(b) محیط شکل (b) $1,5x + (x + 2) + (x + 2) + 1,5x + x = 6x + 4$

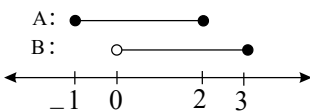
$10 + 3x > 6x + 4 \Rightarrow 10 - 4 > 6x - 3x$

$$\Rightarrow 3x < 6 \rightarrow x < 2$$

اما: x ها باید مثبت باشند که طول ضلع منفی تولید نکنند. پس: $0 < x < 2$

۹ - گزینه ۲

بازه‌ها را روی محور نمایش می‌دهیم و گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

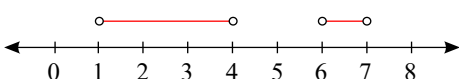


۱) $A \cup B = [-1, 3]$

۲) $B - A = (2, 3]$

۳) $B \cap A = (0, 2]$

۴) $A - B = [-1, 0)$



۱۰ - گزینه ۱

مجموعه‌ی S عبارتست از:

این مجموعه فقط شامل اعداد صحیح $\{2, 3\}$ است. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

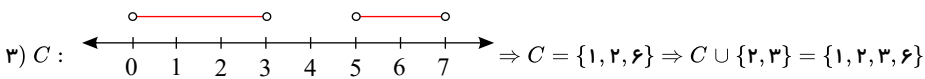


$$1) A = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 + 4}{x^2} \in \mathbb{N}\}$$

$$\frac{x^2 + 4}{x^2} = 1 + \frac{4}{x^2}$$

توجه کنید اگر $x = 1, -1, 2, -2$ اختیار شود آن گاه $1 + \frac{4}{x^2}$ یک عدد طبیعی است.

$$2) B = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow B \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3, 4\}$$



$$4) D = \{2, 3, 5, 7\} \Rightarrow D \cup \{2, 3\} = \{2, 3, 5, 7\}$$

تعداد اعضاء در گزینه ۱ از همه بیشتر است.

۱۱ - گزینه ۴ مجموعه $Z - A$ منتهای است، پس A نامتناهی است و ممکن است زیرمجموعه Z باشد یا نباشد. گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:
 $A - N$ نامتناهی است.

(۲) $Q - (Z - A)$ نامتناهی است؛ چون اعضای محدود $Z - A$ از Q حذف شده‌اند.

(۳) $A - N$ مجموعه‌ای است شامل اعضای A که در N نیستند؛ پس $Z - (A - N)$ شامل تمام اعضای N است؛ پس نامتناهی است.

(۴) $N - A$ منتهای و $Z - A$ نیز منتهای است. پس اجتماع آن دو نیز منتهای است.

۱۲ - گزینه ۱ تعداد دایره‌های مرحله سوم را ببینید:

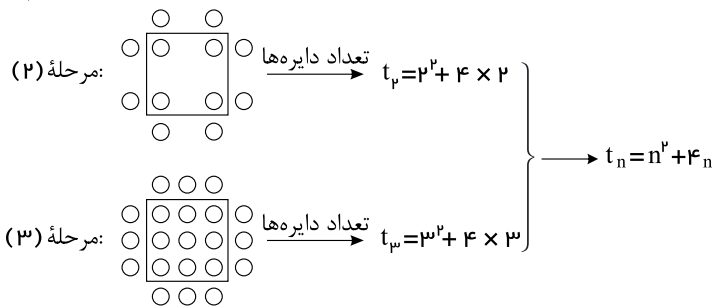
$$t_3 = 3^2 + 4 \times 3$$

$$t_n = n^2 + 4 \times n$$

پس جمله عمومی عبارتست از:

و t_{k+1} برابر است با:

$$t_{k+1} = (k+1)^2 + 4(k+1) = k^2 + 2k + 1 + 4k + 4 = k^2 + 6k + 5$$



۱۳ - گزینه ۴

در یک الگوی خطی، جمله عمومی از رابطه $t_n = an + b$ بدست می‌آید.

$$t_2 = 7 \Rightarrow 3a + b = 7$$

$$t_3 = 15 \Rightarrow 7a + b = 15$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3a - b = -7 \\ 7a + b = 15 \end{cases}$$

$$4a = 8 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow t_n = 2n + 1$$

۱۴ - گزینه ۱

جمله عمومی دنباله هندسی از رابطه $t_n = t_1 q^{n-1}$ بدست می‌آید.

$$\frac{t_5}{t_4} = 27 \Rightarrow \frac{t_1 q^5}{t_1 q^4} = 27 \Rightarrow q^1 = 27 \Rightarrow q = 3$$

$$t_2 = 6 \Rightarrow t_1 q = 6 \xrightarrow{q=3} t_1 \times 3 = 6 \Rightarrow t_1 = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_6 = t_1 q^5 = 2 \times 3^5 = 486 \\ t_5 = t_1 q^4 = 2 \times 3^4 = 162 \end{cases} \Rightarrow t_6 - t_5 = 486 - 162 = 324$$

۱۵ - گزینه ۲

جمله عمومی دنباله حسابی عبارتست از: $a_n = a_1 + (n-1)d$

جملات اول و دوم و ششم دنباله حسابی به ترتیب $a_1 + d$ و $a_1 + 5d$ و $a_1 + 5d$ هستند. اگر این جملات بخواهند دنباله هندسی تشکیل دهند، باید مربع جمله وسط با حاصل ضرب جملات طرفین برابر باشد:

$$(a_1 + d)^2 = a_1(a_1 + 5d) \Rightarrow a_1^2 + 2a_1d + d^2 = a_1^2 + 5a_1d$$



$$\Rightarrow d^r = 3a_1 d \xrightarrow{\div d} d = 3a_1$$

$$q = \frac{a_r}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + 3a_1}{a_1} = \frac{4a_1}{a_1} = 4$$

۱۶ - گزینه ۲

اگر بین دو عدد a, b تعداد m عدد به گونه‌ای قرار دهیم که یک دنباله‌ی حسابی تشکیل شود، قدر نسبت عبارتست از: $d = \frac{b-a}{m+1}$

$$d = \frac{62 - 18}{10 + 1} = \frac{44}{11} = 4$$

پس دنباله‌ی حاصل عبارتست از:

$$18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58, 62$$

$$\frac{\text{مجموع سه جمله سوم}}{\text{مجموع سه جمله دوم}} = \frac{42 + 46 + 50}{30 + 34 + 38} = \frac{138}{102} = \frac{23}{17}$$

۱۷ - گزینه ۱ در هر دنباله هندسی: $t_n = t_1 q^{n-1}$

دنباله‌ی هندسی حاصل عبارتست از:

$$\begin{matrix} \times q & \times q & \times q & \times q \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright \\ 3, \dots, \dots, \dots, 324 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow 324 = 3 \times q^r \Rightarrow q^r = \frac{324}{3} = 108 \rightarrow q = \pm \sqrt[r]{108} = \pm 3$$

$$t_r = t_1 q^r = 3 \times (\pm 3)^r = 3^r$$

۱۸ - گزینه ۱

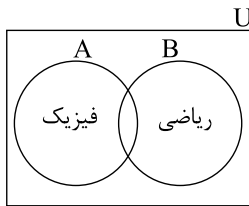
$$\left. \begin{matrix} A' = \{3, 5\} \\ B' = \{2, 4, 5\} \end{matrix} \right\} \Rightarrow A' \cup B' = \{2, 3, 4, 5\} = C'$$

۱۹ - گزینه ۴

مجموعه‌های A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

شرکت کنندگان در آزمون فیزیک: A شرکت کنندگان در آزمون ریاضی: B

و شکل زیر را رسم می‌کنیم:



حداکثر در یکی از دو آزمون شرکت کنند، یعنی یا در یکی از دو آزمون شرکت کنند و یا در هیچ یک از آزمون‌ها شرکت نکنند، یعنی:

$$n(A - B) + n(B - A) + (n(u) - n(A \cup B))$$

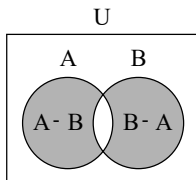
$$= \underbrace{n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)}_{n(A \cup B)} + n(u) - n(A \cup B)$$

$$= n(u) - n(A \cap B) = 30 - 5 = 25$$

۲۰ - گزینه ۱

$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A - B) + n(B - A) - n((A - B) \cap (B - A))$$

باتوجه به شکل زیر، $(A - B)$ و $(B - A)$ جدا از هم هستند، پس اشتراک آن‌ها عضوی ندارد.



پس:

$$n((A - B) \cup (B - A)) = n(A - B) + n(B - A) = n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) = 2m + n - 2 \times \frac{m+n}{2} = 2m + n - m - n = m$$

۲۱ - گزینه ۳

$$a_1 = 64$$

$$q = \frac{a_r}{a_1} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow 16^{-1} = 64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Rightarrow (2^4)^{-1} = 2^6 \times 2^{-(n-1)}$$



$$\Rightarrow 2^{-f} = 2^f \times 2^{-n+1} \Rightarrow 2^{-f} = 2^{f-n+1} \Rightarrow 2^{-f} = 2^{f-n}$$

$$\Rightarrow -f = f - n \Rightarrow n = f + f = 11$$

۲۲ - گزینه ۴

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = 12 \\ t_4 + t_5 + t_6 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + (t_1 + d) + (t_1 + 2d) = 12 \\ (t_1 + 3d) + (t_1 + 4d) + (t_1 + 5d) = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3t_1 + 3d = 12 \\ 3t_1 + 12d = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3t_1 - 3d = -12 \\ 3t_1 + 12d = 30 \end{cases}$$

$$\underline{9d = 18 \Rightarrow d = 2}$$

$$3t_1 + 3d = 12 \xrightarrow{d=2} 3t_1 + 6 = 12 \Rightarrow 3t_1 = 6 \Rightarrow t_1 = 2$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_7 = t_1 + 6d = 2 + 6 \times 2 = 14$$

$$\begin{cases} a = b - d \\ c = b + d \end{cases}$$

فیثاغورث: $c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (b+d)^2 = (b-d)^2 + b^2$

$$\Rightarrow b^2 + 2bd + d^2 = b^2 - 2bd + d^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 4bd \xrightarrow{\div b} b = 4d \Rightarrow \begin{cases} a = 3d \\ c = 5d \end{cases}$$

$$\frac{\text{وتر}}{\text{کوچکترین ضلع}} = \frac{c}{a} = \frac{5d}{3d} = \frac{5}{3}$$

۲۳ - گزینه ۴ اضلاع مثلث قائم الزاویه را a و b و c می نامیم؛ که: $\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}$ وتر ضلع کوچک چون این اضلاع دنباله حسابی می سازند. داریم:

از طرفی:

اشتراک یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی، مجموعه ای متناهی است.
اجتماع یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی، مجموعه ای نامتناهی است.
تفاضل دو مجموعه نامتناهی، می تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

۲۴ - گزینه ۱

باتوجه به نکات فوق: $A \cap C$ متناهی است و اجتماع آن با B نامتناهی خواهد بود.

$B \cup A$ نامتناهی است و تفاضل آن با C می تواند متناهی یا نامتناهی باشد.

۲۵ - گزینه ۲ دنباله تعداد چوب کبریتها عبارتست از: $2^2, 4^2, 6^2, \dots \Rightarrow 4, 16, 36, \dots$

و این یعنی هر جمله، مربع یک عدد زوج است. پس: $a_n = (2n)^2$

پس:

$$(2n)^2 = 196 \rightarrow 2n = 14 \Rightarrow n = 7$$

۲۶ - گزینه ۳ جملات دنباله را بصورت زیر در نظر می گیریم:

$$\frac{a}{q^r}, \frac{a}{q}, a, aq, aq^2$$

$$\frac{a}{q^r} \times \frac{a}{q} \times a \times aq \times aq^2 = -32 \Rightarrow a^5 = -32 \xrightarrow{\sqrt[5]{\quad}} a = -2$$

از طرفی:

$$a_7 + a_8 = \frac{a}{q} + aq = -5 \xrightarrow{a=-2} \frac{-2}{q} - 2q = -5$$

$$\xrightarrow{\times q} -2 - 2q^2 = -5q \Rightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Rightarrow q = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = \frac{5+3}{4} = 2 \Rightarrow a_1 = \frac{a}{q^r} = \frac{-2}{2^r} = -\frac{1}{2} \\ q = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow a_1 = \frac{a}{q^r} = \frac{-2}{(\frac{1}{2})^r} = -8 \end{cases}$$

۲۷ - گزینه ۳

در هر دنباله حسابی با جمله اول a_1 و اختلاف مشترک d ، جمله n ام از رابطه $a_n = a_1 + (n-1)d$ به دست می آید.

$$a_5 = a_1 + 4d$$

$$a'_5 = a_1 + 4(d+2) = a_1 + 4d + 8 = a_5 + 8$$



$$5, \dots, \dots, \dots, \dots, \frac{25}{2}, \quad d = \frac{b-a}{m+1}$$

$$d = \frac{\frac{25}{2} - 5}{4+1} = \frac{\frac{25-10}{2}}{5} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} = 1,5 \quad (m = \text{تعداد واسطه‌ها})$$

$$\xrightarrow{d=1,5} 5, 6,5, 8, 9,5, 11, 12,5$$

$$\text{مجموع واسطه‌های حسابی درج شده} = 6,5 + 8 + 9,5 + 11 = 35$$

۲۹ - گزینه ۲ اگر a و b و c سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آن‌گاه $b^2 = n \times c$ و b را واسطه هندسی بین a و c می‌نامیم.

$$\frac{x+2}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x+6=18 \Rightarrow x=4$$

$$\begin{cases} a_1 + a_1 r^2 = 8 \\ a_1 r^3 + a_1 r^5 = 64 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1(1+r^2) = 8 \\ a_1 r^3(1+r^2) = 64 \end{cases} \Rightarrow \frac{a_1 r^3(1+r^2)}{a_1(1+r^2)} = \frac{64}{8}$$

$$r^3 = 8 \Rightarrow r^3 = 2^3 \Rightarrow r = 2$$

$$a_1 + a_1 r^2 = 8 \xrightarrow{r=2} a_1 + a_1 \times 2^2 = 8 \Rightarrow a_1 + 4a_1 = 8 \Rightarrow 5a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = \frac{8}{5}$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳

۲ - ۲

۳ - ۳

۴ - ۱

۵ - ۳

۶ - ۱

۷ - ۴

۸ - ۳

۹ - ۲

۱۰ - ۱

۱۱ - ۴

۱۲ - ۱

۱۳ - ۴

۱۴ - ۱

۱۵ - ۲

۱۶ - ۲

۱۷ - ۱

۱۸ - ۱

۱۹ - ۴

۲۰ - ۱

۲۱ - ۳

۲۲ - ۴

۲۳ - ۴

۲۴ - ۱

۲۵ - ۲

۲۶ - ۳

۲۷ - ۳

۲۸ - ۳

۲۹ - ۲

۳۰ - ۲