

# امتحان نهایی حسابان ۲

خرداد ۱۴۰۱

علی هاشمی

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر تابع <math>f</math> در <math>x = a</math> پیوسته باشد و در این نقطه ، مشتق چپ و راست نامتناهی باشد آنگاه <math>f'(a)</math> وجود ندارد.</p> <p>ب) هر نقطه بحرانی تابع <math>f(x)</math> ، یک نقطه اکسترمم نسبی تابع <math>f(x)</math> است.</p>	۱
---	--	---

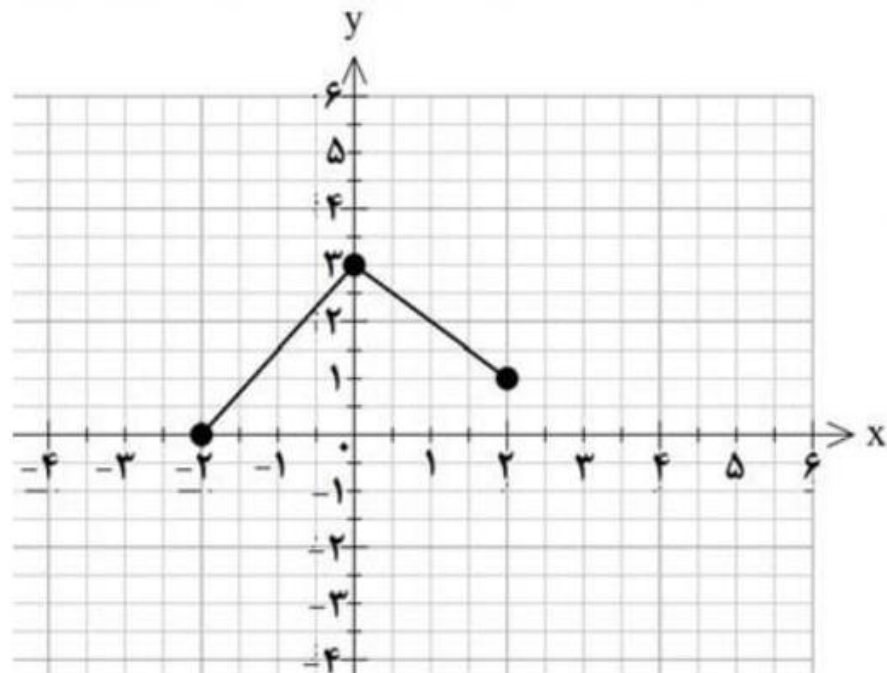
الف) درست  
ب) غلط

۱	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) دوره تناوب تابع <math>y = 7 \sin\left(\frac{-\pi}{2}x\right) + 2</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) اگر برای هر <math>x</math> در بازه <math>I</math>؛ <math>f''(x) &gt; 0</math>، آنگاه نمودار <math>f(x)</math> در این بازه تقعر رو به ..... دارد.</p>	۲
---	--	---

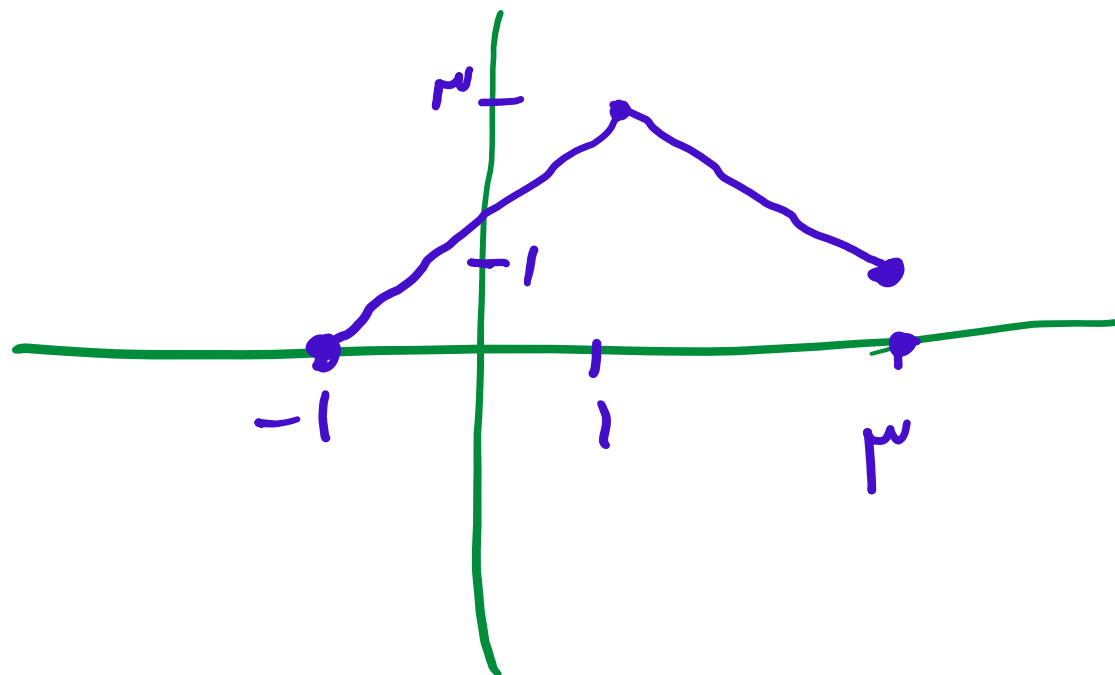
الف)  $T = \frac{2\pi}{\left| \frac{-\pi}{2} \right|} = 4$

ب) بالا

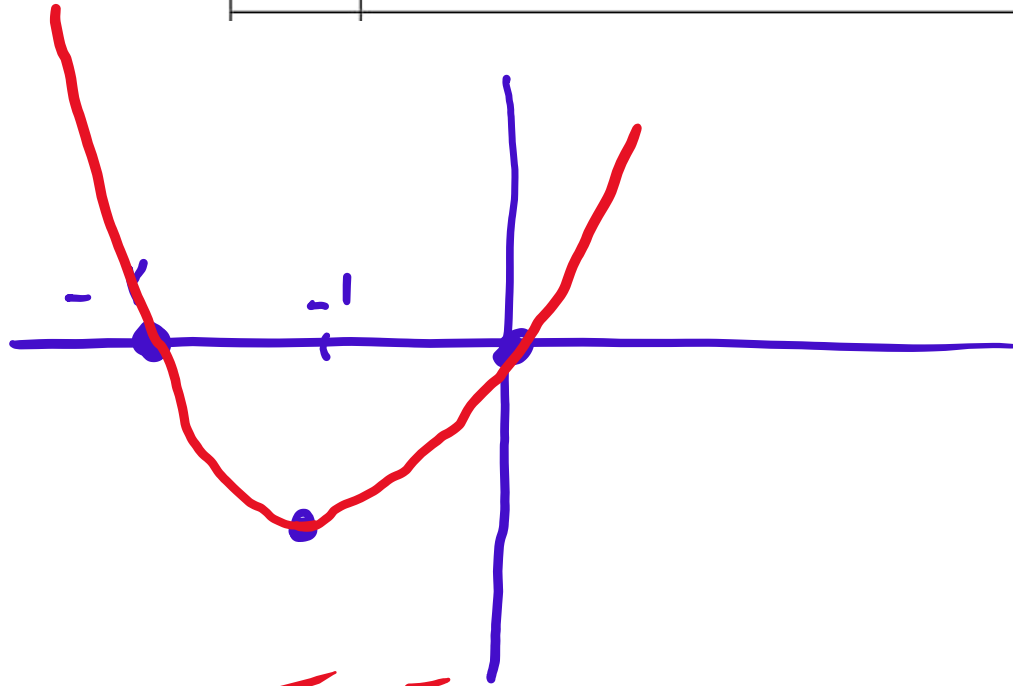
نمودار تابع  $f$  در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع  $g(x) = f(x-1)$  را رسم کرده و دامنه تابع  $g$  را تعیین کنید.



$$D_g = [-1, 3]$$



ابتدا نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 2x$  را رسم نمایید، سپس تعیین کنید که این تابع در چه بازه ای اکیداً صعودی و در چه بازه ای اکیداً نزولی است.



اکیداً صعودی  $[-1, +\infty)$   
 اکیداً نزولی  $(-\infty, -1]$

سایت علی جبرا  
 Algebra.com

$$x^2 + 2x = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$$

مشاوره پکیج ۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹  
 کلاس خصوصی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

باقیمانده تقسیم چندجمله ای  $p(x) = 8x^3 - 4x^2 + 2$  را بر  $2x + 1$  به دست آورید.

$$2x + 1 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$P\left(-\frac{1}{2}\right) = -1 - 1 + 2 = 0$$

$$2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{(x-2)^2} = \frac{0}{0}$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - x^3}{2x - 1}$

الف)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+2}{x-2} = \frac{+4}{0^+} = +\infty$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3}{2x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$



مجانِب های قائم و افقی منحنی تابع  $f(x) = \frac{1-x^2}{x^2+x}$  را در صورت وجود بیابید.

$$\text{افقی: } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^2}{x^2+x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1 \rightarrow y = -1$$

$$\text{قائم: } x^2+x=0 \rightarrow x(x+1)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 & \checkmark \\ x=-1 & \times \end{cases}$$

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|2x - 4|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x - 2)}{x - 2} = 2$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|2x - 4|}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2(x - 2)}{x - 2} = -2$$

$$f'_+(2) \neq f'_-(2)$$

$$\frac{6x-6}{y=0} \rightarrow x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow x=2$$

$$x_0=2 / y_0=0 / m=12$$

$$y=12x^2 \rightarrow x=2 \rightarrow m=12$$

$$y-y_0=m(x-x_0) \rightarrow y-0=12(x-2) \rightarrow y=12x-24$$

اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت  $f(t) = t^3 - t$  بر حسب متر باشد. در کدام لحظه، سرعت لحظه ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است.

$$f'(t) = 3t^2 \rightarrow 3t^2 = 2 \rightarrow 3t^2 = 2$$

$$\rightarrow t^2 = \frac{2}{3} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

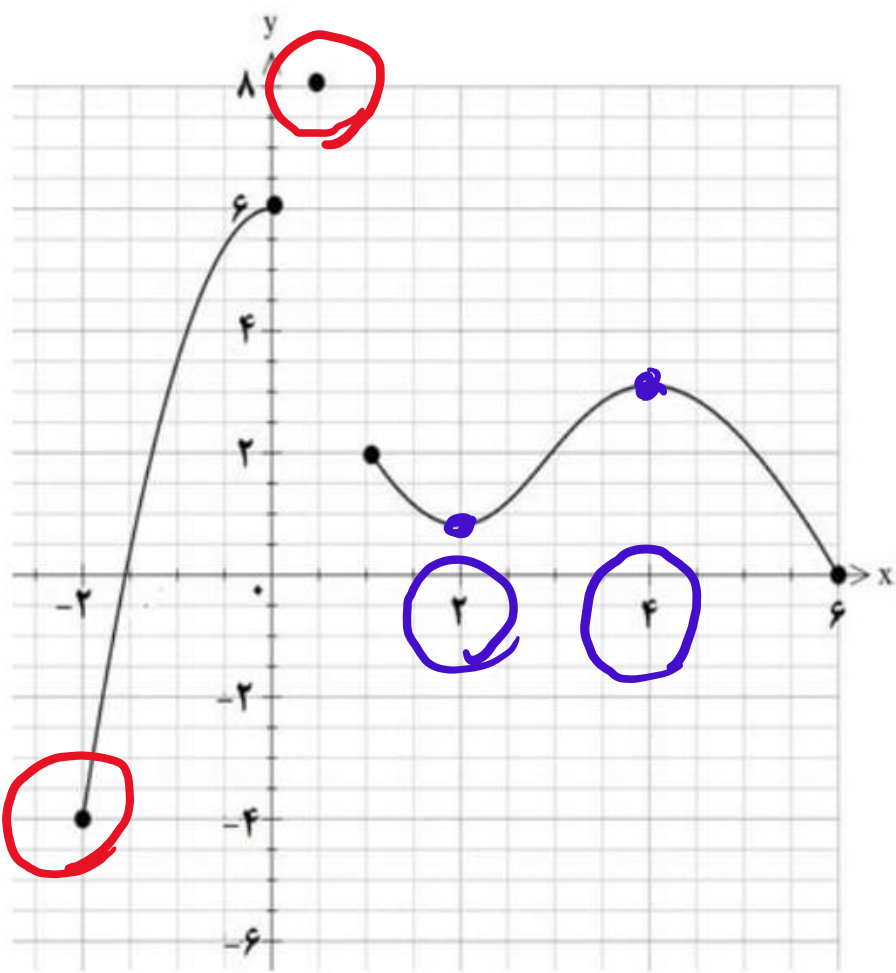
$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} -1 \\ 1 \end{array} \right\} \rightarrow -a + b + 2 = 1 \rightarrow -a + \underline{b} = -1 \end{array}$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx \rightarrow y'' = 6ax + 2b$$

$$\begin{array}{l} \frac{x = -1}{y'' = 0} \rightarrow -6a + 2b = 0 \rightarrow b = 3a \end{array}$$

$$3a = -1 \rightarrow a = -\frac{1}{3} \rightarrow b = -1$$

با توجه به نمودار داده شده، به سوالات زیر پاسخ دهید.



الف) مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید.

ب) مقدار مینیمم مطلق را بنویسید.

پ) طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید.

ت) طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید.

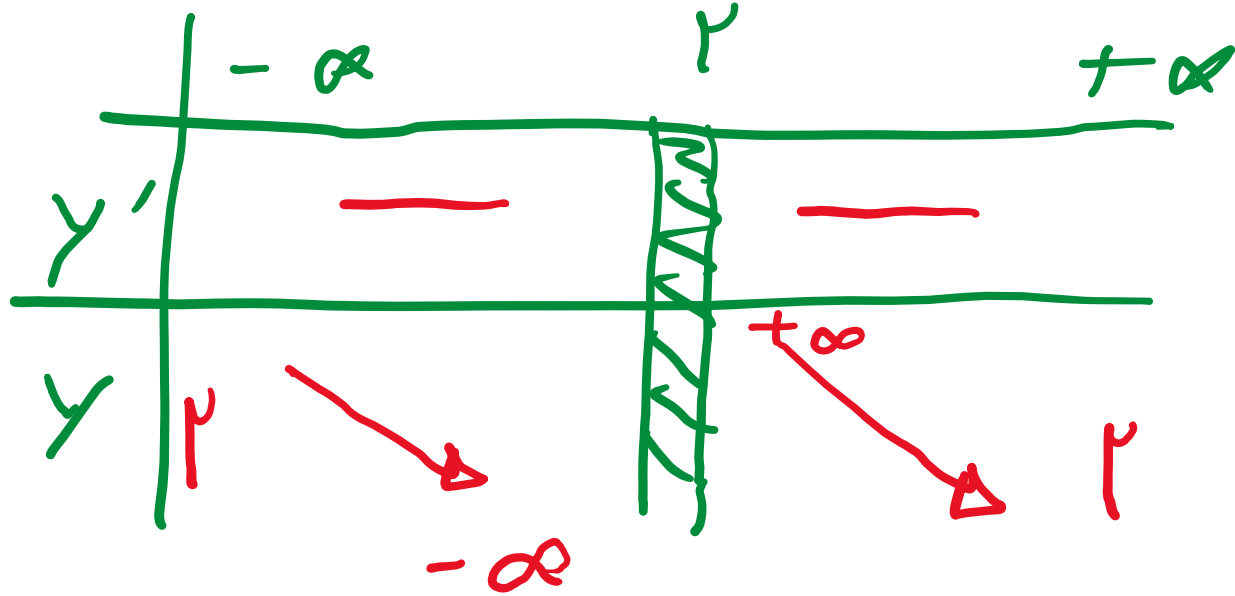
۱  
۶  
۴  
۲  
۰  
-۲  
-۴  
-۶

۴  
۶  
۲  
۲  
۲

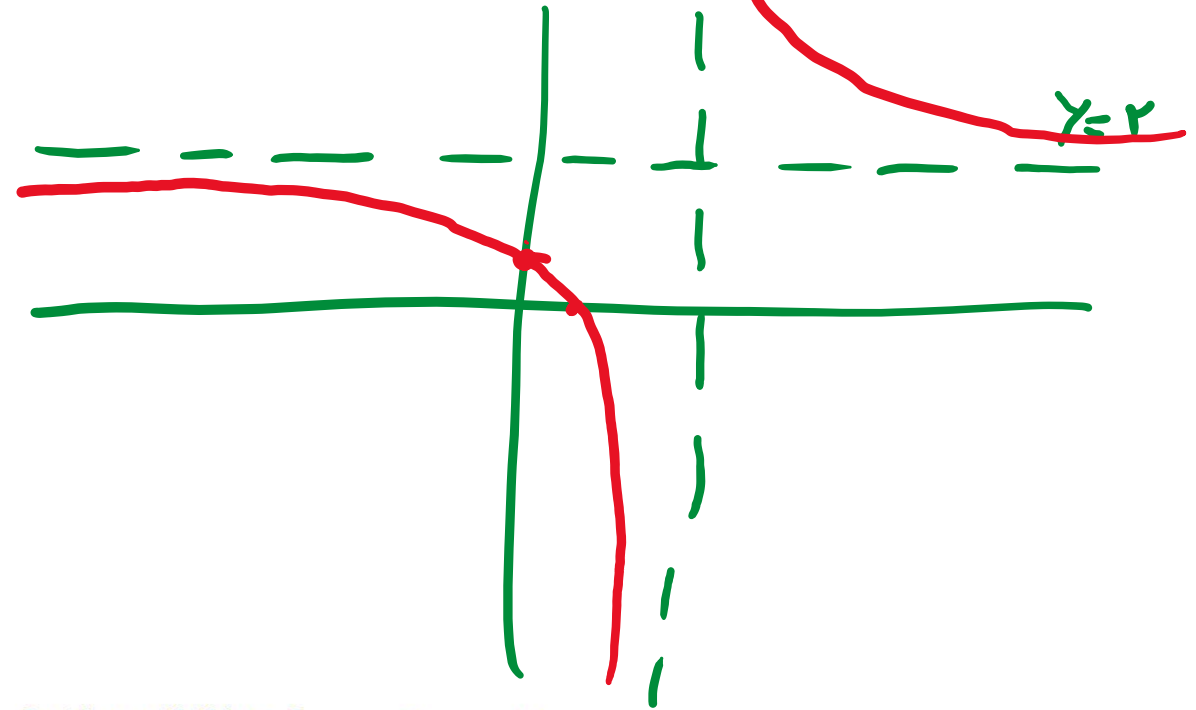
۱۰  
۱/۲  
۱۰  
۱/۲

$x=2$   $\frac{1}{2}$

عینکافعی  $x=2$



$$y' = \frac{-2x+1}{(x-2)^2} = \frac{-2}{(x-2)^2}$$



مجموعه کامل ویدیوهای آموزشی در

سایت علی جبرا

ALIGEBRA.COM



Freemath



Alihashemi\_math