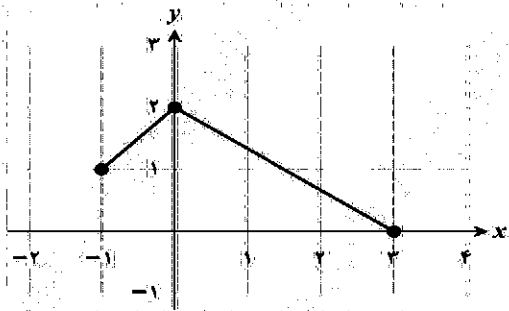
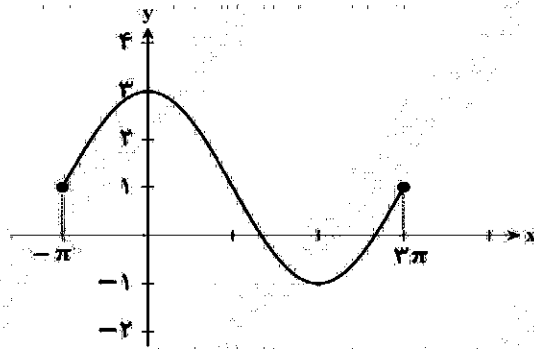


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر n عدد طبیعی زوج و a عدد حقیقی باشد، آنگاه چندجمله‌ای $x^n + a^n$ بر $x + a$ بخش پذیر است. ب) تابع $y = \tan x$ در مجموعه $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] - \{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\}$ اکیداً صعودی است. پ) خط $x = 2$ مماس قائم بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ در نقطه $(2, 0)$ است.			
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) اگر نمودار تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ را در راستای محور x ها، دو واحد به سمت چپ انتقال دهیم و آن را $g(x)$ بنامیم. آنگاه نمودار تابع $g^{-1}(x)$ از ناحیه محورهای مختصات نمی گذرد. ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{x+1}{\tan x}$ برابر است. پ) اگر $f(x) = x^3 + 4x^2 - 1$ باشد، حاصل $f'''(-1)$ برابر است.			
۳	الف) اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، نمودار تابع $y = f(2x+1)$ را به کمک آن رسم کنید.  ب) اگر دامنه تابع g بازه $[-2, 4]$ باشد، آنگاه دامنه تابع $k(x) = 2g(-2x)$ را به دست آورید.			
۴	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & x < 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$ را رسم کنید. بزرگترین بازه‌ای که این تابع در آن اکیداً صعودی است را بنویسید.			
۵	اگر چندجمله‌ای $p(x) = x^3 + kx^2 + 2$ بر $x - k$ بخش پذیر باشد، مقدار k را بیابید.			
۶	نمودار داده شده در شکل مقابل مربوط به تابع با ضابطه $y = a \cos(bx) + c$ است. اگر $b < 0$ باشد، مقادیر a، b و c را به دست آورید. (راه حل نوشته شود). 			

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳				
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۷	معادله مثلثاتی $\tan 5x = \tan x$ را حل کنید. سپس جواب‌هایی از آن را که در بازه $[0, \frac{\pi}{4}]$ قرار دارند، مشخص کنید.			
۸	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{(x-3)^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x^2}{-x^3 x - 2}$			
۹	مجانِب‌های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{x-3}{x^2-9}$ را در صورت وجود به‌دست آورید. سپس وضعیت نمودار تابع f را در همسایگی مجانب قائم آن نمایش دهید.			
۱۰	اگر $f(2) = 7$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{2x - 4} = 5$ باشد، مشتق تابع $g(x) = x f(x)$ را در $x = 2$ به‌دست آورید.			
۱۱	اگر $f(x) = x (x-2)$ باشد. به کمک تعریف مشتق، مشتق‌پذیری تابع f را در نقطه $x = 0$ بررسی کنید.			
۱۲	مشتق توابع زیر را به‌دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - 6x + 1}$ ب) $g(x) = 2 \tan x + \cos^5(2x^3)$			
۱۳	تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی‌متر تا حدود ۶۰ ماهگی نشان می‌دهد که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. الف) آهنگ متوسط رشد در بازه $[0, 25]$ را به‌دست آورید. ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر قد کودک در ۴۹ ماهگی را به‌دست آورید.			
۱۴	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = x^3 - 6x^2$ را در بازه $[-1, 3]$ در صورت وجود بیابید.			
۱۵	اگر $f(x) = ax^3 + 3x^2 + 1$ باشد، مقدار a را طوری بیابید که $x = \frac{1}{3}$ طول نقطه عطف نمودار تابع باشد.			
۱۶	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید.			
۲	موفق باشید.			

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	روش اول: $\begin{cases} a + c = 3 \quad (0/25) \\ - a + c = -1 \quad (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \quad (0/25) \\ a = 2 \Rightarrow a = 2 \quad (0/25) \end{cases}$ $T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow b = \frac{1}{4} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{4} \quad (0/25)$ روش دوم: $\begin{cases} c = \frac{\max + \min}{2} \quad (0/25) \rightarrow c = 1 \quad (0/25) \\ a = \frac{\max - \min}{2} \quad (0/25) \rightarrow a = 2 \rightarrow a = 2 \quad (0/25) \end{cases}$ $T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4\pi \rightarrow b = \frac{1}{4} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{4} \quad (0/25)$ (صفحه ۲۸)	۱.۵
۷	$\Delta x = k\pi + x \quad (0/25) \rightarrow x = \frac{k\pi}{4} \quad (0/25)$ (جواب‌هایی قابل قبول هستند که باقی‌مانده عدد صحیح k بر ۴ برابر ۲ نباشد.) $(0/25)$ $k = 0 \rightarrow x = 0 \quad (0/25), \quad k = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{4} \quad (0/25)$ (صفحه ۴۲)	۱.۲۵
۸	الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{(x-3)^2} = \frac{4}{0^+} = +\infty \quad (0/25) \quad (53 \text{ صفحه})$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{-x^3(-x)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^4} = 0 \quad (0/25) \quad (69 \text{ صفحه})$	۱
۹	در تابع $f(x) = \frac{(x-3)}{(x-3)(x+3)}$، خط $x = 3$ شرایط مجانب قائم را ندارد. $(\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{1}{6})$ $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (0/25)$ $x = -3$ مجانب قائم منحنی تابع f است. $(0/25)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = 0 \Rightarrow y = 0 \quad \text{مجانب افقی} \quad (0/25)$ رسم نمودار $(0/5)$ (صفحه ۵۸ و ۶۸) 	۱.۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک												
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح												
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir												
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳														
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره												
۱۰	$\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \frac{1}{2} f'(2) = 5 \quad (0/25) \Rightarrow f'(2) = 10 \quad (0/25)$ (صفحه ۷۹ و ۹۴) $g'(x) = 1 \times f(x) + x \times f'(x) \Rightarrow g'(2) = 1 \times 7 + 2 \times 10 = 27$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱												
۱۱	$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{ x (x-2) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \begin{cases} f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x(x-2) - \cdot}{x} = +2 \quad (0/25) \\ f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x(x-2) - \cdot}{x} = -2 \quad (0/25) \end{cases}$ چون $f'_-(\cdot) \neq f'_+(\cdot)$، لذا تابع f در $x = 0$ مشتق پذیر نیست. (صفحه ۸۶)	۱												
۱۲	$f'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x+1}}(x^3 - 6x + 1) - \frac{1}{(x^3 - 6x + 1)^2}}{(x^3 - 6x + 1)^2}$ الف) $g'(x) = \frac{2(1 + \tan^2 x) + (5)(6x^2)(-\sin(2x^2))\cos^5(2x^2)}{(0/25)(0/25)(0/25)(0/25)(0/25)}$ ب) (صفحه ۱۰۱)	۲.۲۵												
۱۳	$\frac{f(25) - f(0)}{25 - 0} = \frac{85 - 50}{25} = \frac{35}{25} = \frac{7}{5} \quad (0/25)$ الف) $f'(x) = 7 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} \xrightarrow{x=49} f'(49) = \frac{1}{2}$ ب) (صفحه ۱۰۵)	۱.۲۵												
۱۴	$f'(x) = 3x^2 - 12x \xrightarrow{f'=0} 3x(x-4) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \notin [-1, 3] \end{cases} \quad (0/25)$ رسم جدول (۰/۲۵) <table><tr><td>x</td><td>-1</td><td>0</td><td>3</td></tr><tr><td>f'</td><td>+</td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>f</td><td>-7</td><td>0</td><td>-27</td></tr></table> (۰/۲۵) (۰,۰) نقطهٔ ماکزیمم نسبی (۰/۲۵)، (۰,۰) نقطهٔ ماکزیمم مطلق (۰/۲۵) و (۳, -۲۷) نقطهٔ مینیمم مطلق (۰/۲۵) این تابع در بازه $[-1, 3]$ است. (صفحه ۱۲۵)	x	-1	0	3	f'	+	-		f	-7	0	-27	۱.۵
x	-1	0	3											
f'	+	-												
f	-7	0	-27											

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲		رشته: ریاضی و فیزیک
دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۵/۱۵	ساعت شروع: ۸:۰۰ صبح
مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		

دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور تابستان ۱۴۰۳		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.ir
--	--	--

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																
۱۵	$f'(x) = 2ax^2 + 6x(0/25) \rightarrow f''(x) = 6ax + 6(0/25)$ $\frac{x=1}{2} \rightarrow 2a + 6 = 0(0/25) \rightarrow a = -2(0/25)$ (صفحه ۱۳۶)	۱																
۱۶	$f(x) = \frac{2x-1}{x+1}, \quad D_f = \mathbb{R} - \{-1\} \quad f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}, \quad x \neq -1$ (۰/۲۵) $f''(x) = \frac{-6}{(x+1)^3}, \quad x \neq -1$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$ (۰/۲۵) مجانب افقی $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) مجانب قائم $x = -1$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x-1}{x+1} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$ <table style="margin-top: 10px; width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">x</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-1</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$f''(x)$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;"></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$f(x)$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">2</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">$-\infty$</td> </tr> </table> (۰/۵) (۰/۵) (صفحه ۱۴۱)	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	$f'(x)$	+		+	$f''(x)$	+		-	$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$	۲
x	$-\infty$	-1	$+\infty$															
$f'(x)$	+		+															
$f''(x)$	+		-															
$f(x)$	2	$+\infty$	$-\infty$															