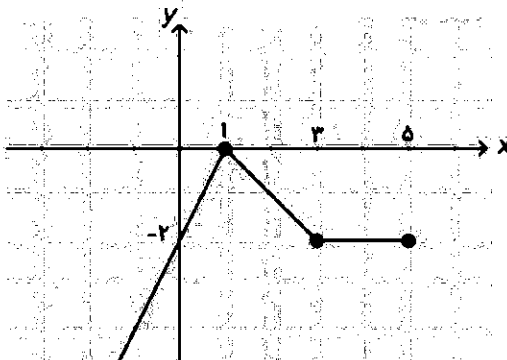
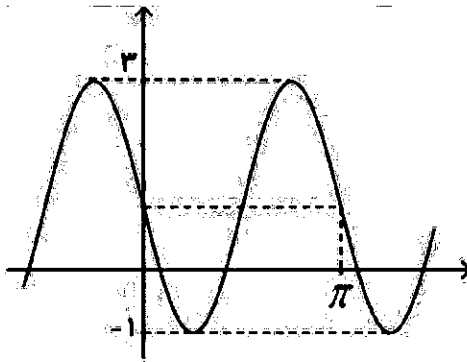
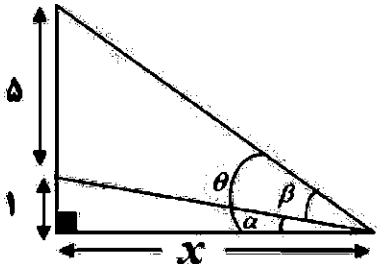


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲	رشته:	ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳					
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.				
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را تعیین کنید. الف) اگر توابع f و g در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع $f + g$ نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است. ب) اگر $x = c$ طول یک نقطه اکسترمم نسبی تابع f باشد، آن گاه $f'(c) = 0$.				
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را در نظر بگیرید. نمودار f^{-1} از ناحیه محورهای مختصات عبور نمی کند. ب) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan x$ برابر است. پ) اگر $f'(4) = 2$ و $f(4) = -1$ ، خط مماس بر نمودار f در $x = 4$ ، محور y ها را در نقطه ای به عرض قطع می کند.				
۳	نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است، نمودار تابع $y = -f(2x-1)$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید. 				
۴	الف) اگر چندجمله ای $p(x) = x^3 + mx + 2$ بر $x-2$ بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x+1$ را به دست آورید. ب) چندجمله ای $x^5 - 1$ را طوری تجزیه کنید که $x-1$ یک عامل آن باشد.				
۵	نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه $y = a \sin bx + c$ است. با فرض $a > 0$ ، مقادیر a ، b و c را به دست آورید. 				

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.			
۶	معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.			
۷	نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه β و x به صورت زیر است.  $\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$			
۸	حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [] علامت جزء صحیح است). الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)$			
۹	مجانب های قائم و افقی منحنی تابع $f(x) = \frac{2x-1}{x^3+2x}$ را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.			
۱۰	مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} x & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را در نقطه $x=0$ به کمک تعریف مشتق بررسی کنید.			
۱۱	اگر $f'(1)=3$، $g'(1)=5$ و $f(1)=1$، مقدار مشتق $(f+g) \text{ of } f$ در $x=1$ را به دست آورید.			
۱۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $f(x) = (x^3 + 1)^2 (\sqrt{3x+2})$ ب) $g(x) = \sin^2 3x + \tan(x^2)$			
۱۳	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می آید. (t برحسب ثانیه) الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $[3, 4]$ را به دست آورید. ب) لحظه ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر 20 m/s است.			
۱۴	مقدار ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 12x$ در بازه $[-1, 3]$ را به دست آورید.			
۱۵	مقادیر a، b و c را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ طوری به دست آورید که در نقطه $(3, -1)$ اکسترمم نسبی داشته باشد و $x=1$ طول نقطه عطف آن باشد.			
۱۶	جدول رفتار و نمودار تابع $y = (x+2)(x-4)^2$ را رسم کنید.			

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
		دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (صفحه ۲۲) (۰/۲۵) ب) نادرست (صفحه ۱۱۶) (۰/۲۵)	۰/۵
۲	الف) چهارم (صفحه ۲۱) (۰/۲۵) ب) $-\infty$ (صفحه ۵۰) (۰/۲۵) پ) ۹- (صفحه ۸۳) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۳	دامنه: $(-\infty, 3]$ (۰/۲۵) برد: $[0, +\infty)$ (۰/۲۵) رسم نمودار: (۰/۷۵) (صفحه ۱۲) توضیحات جهت تصحیح: در رسم نمودار، هر قسمت که درست رسم شده است، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. در صورتیکه دانش آموزی نمودار را اشتباه رسم کرده، اما مطابق آن نمودار اشتباه، دامنه یا برد را درست نوشته است، نمره دامنه یا برد منظور شود.	۱/۲۵
۴	الف) $p(2)=0 \Rightarrow 8+2m+2=0 \Rightarrow m=-5$ (۰/۲۵) $p(-1)=6$ (۰/۲۵) ب) $x^5-1=(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$ (۰/۵) (صفحه ۲۰ و ۲۲) توضیحات جهت تصحیح: اگر دانش آموزی از روش تقسیم معمولی مسئله را حل کند، نمره کامل تعلق گیرد. اگر دانش آموزی مقدار m را اشتباه به دست آورد و قسمت دوم (الف) را بر اساس آن مقدار، درست حل کند، به قسمت دوم نمره تعلق گیرد. در قسمت (ب)، اگر علامت قسمت دوم تجزیه، یکی در میان مثبت و منفی گذاشته شده باشد، ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد.	۱/۲۵
۵	$\begin{cases} c=1 & (0/25) \\ a =2 \xrightarrow{a>0} a=2 & (0/25) \end{cases} \quad T=\pi=\frac{2\pi}{ b } \Rightarrow b =2 \xrightarrow{b<0} \underline{b=-2} \quad (28 \text{ صفحه})$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۶	روش اول: $\begin{cases} 2x=2k\pi+x & (0/25) \\ 2x=2k\pi+\pi-x & (0/25) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2k\pi & (0/25) \\ x=\frac{2k\pi}{3}+\frac{\pi}{3} & (0/25) \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ روش دوم: $\begin{cases} \sin x=0 \Rightarrow x=k\pi & (0/25) \\ \cos x=\frac{1}{2} \Rightarrow x=2k\pi \pm \frac{\pi}{3} & (0/5) \end{cases} \quad (39 \text{ صفحه})$ در روش دوم، اگر دانش آموز جواب $\sin x=0$ را به صورت $2k\pi$ ، $x=2k\pi$ نوشته باشد، نمره تعلق گیرد.	۱
ادامه پاسخها در صفحه دوم		

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	$\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x} \cdot \frac{1}{x}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6} \quad (\text{صفحه } ۴۳)$ (اگر دانش آموز از مفهوم شیب و رابطه $\tan \beta = \left \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right$ در حل مسئله استفاده کند، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد.) $\tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{\frac{1}{x} + \tan \beta}{1 - \frac{1}{x} \tan \beta} \Rightarrow$ $\frac{6}{x} - \frac{6}{x^2} \tan \beta = \frac{1}{x} + \tan \beta \Rightarrow \tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6} \quad (\text{صفحه } ۴۳)$	۱
۸	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (\text{صفحه } ۵۳)$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2 \quad (\text{صفحه } ۶۶)$ پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty \quad (\text{صفحه } ۶۵)$	۱/۵
۹	$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= -\infty \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= +\infty \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم} \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 1}{x^3 + 2x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی} \quad (۰/۲۵)$ توضیحات: اگر دانش آموزی محاسبات حد را برای مجانب قائم ننوشته است اما مجانب قائم و افقی را تعیین کرده و شکل را درست رسم کرده باشد، فقط (۰/۲۵) از نمره کل کسر شود. 	۱/۲۵

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

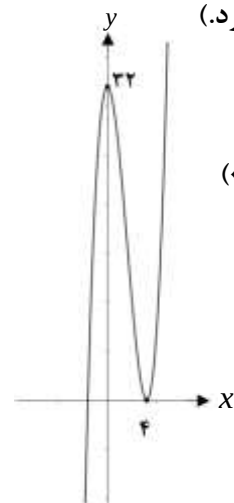
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	روش اول: $\left. \begin{aligned} f'_-(\cdot) &= \lim_{x \rightarrow \cdot-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot-} \frac{ x - \cdot}{x} = -1 \quad (۰/۵) \\ f'_+(\cdot) &= \lim_{x \rightarrow \cdot+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot+} \frac{x^2 - \cdot}{x} = \cdot \quad (۰/۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(\cdot) \neq f'_+(\cdot) \text{ مشتق ناپذیر } (۰/۵)$ روش دوم: $\left. \begin{aligned} f'_-(\cdot) &= \lim_{h \rightarrow \cdot-} \frac{f(\cdot+h) - f(\cdot)}{h} = \lim_{h \rightarrow \cdot-} \frac{ h - \cdot}{h} = -1 \quad (۰/۵) \\ f'_+(\cdot) &= \lim_{h \rightarrow \cdot+} \frac{f(\cdot+h) - f(\cdot)}{h} = \lim_{h \rightarrow \cdot+} \frac{h^2 - \cdot}{h} = \cdot \quad (۰/۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_-(\cdot) \neq f'_+(\cdot) \text{ مشتق ناپذیر } (۰/۵)$ (صفحه ۱۰۱)	۱/۵
۱۱	روش اول: $((f+g) \circ f)'(1) = \underbrace{f'(1) \times (f+g)'(f(1))}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{f'(1) \times (f'(1) + g'(1))}_{(۰/۵)} = 3 \times (3 + 5) = 24$ روش دوم: $((f+g) \circ f)'(1) = \underbrace{(f \circ f)'(1)}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{(g \circ f)'(1)}_{(۰/۲۵)} = f'(1) \times f'(f(1)) + f'(1) \times g'(f(1)) = 3 \times 3 + 3 \times 5 = 24 \quad (۰/۲۵)$ (صفحه ۹۵ و ۹۶)	۰/۷۵
۱۲	الف) $f'(x) = \underbrace{2 \times 3x^2(x^3+1)}_{(۰/۲۵)} \underbrace{(\sqrt{3x+2})}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{\frac{3}{2\sqrt{3x+2}}}_{(۰/۲۵)} \underbrace{(x^3+1)^2}_{(۰/۲۵)}$ ب) $g'(x) = \underbrace{2 \times 3 \times \cos 3x \sin 3x}_{(۰/۵)} + \underbrace{2x(1 + \tan^2(x^2))}_{(۰/۵)}$ (صفحه ۱۰۱) اگر دانش آموزی به صورت $3 \sin 6x$ بنویسد، (۰/۵) نمره باریم این قسمت تعلق گیرد.)	۲

ادامه پاسخ ها در صفحه چهارم

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۳	۱/۵ $\frac{h(4)-h(3)}{4-3}=\frac{80-75}{1}=\underset{(\cdot/25)}{5}$$\text{سرعت متوسط: } h'(3/5)=\underset{(\cdot/25)}{-10(3/5)+40}=\underset{(\cdot/25)}{5}$$\text{ب) } \underbrace{h'(t)=-10t+40}_{(\cdot/5)}\Rightarrow -10t+40=20\Rightarrow t=2 \quad (\cdot/25)$ (صفحه ۱۰۷)																																				
۱۴	۱/۵ $\underbrace{f'(x)=3x^2-12}_{(\cdot/25)}=0\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases} \times \quad (\cdot/25)$ $\left. \begin{array}{l} f(-1)=11 \quad (\cdot/25) \\ f(2)=-16 \quad (\cdot/25) \\ f(3)=-9 \quad (\cdot/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \max \text{ مطلق}=11 \quad (\cdot/25)$ (صفحه ۱۲۵)																																				
۱۵	۱/۵ $\left. \begin{array}{l} f(3)=-1\Rightarrow 27+9a+3b+c=-1 \quad (\cdot/25) \\ f'(x)=3x^2+2ax+b \Rightarrow f'(3)=0\Rightarrow 27+6a+b=0 \quad (\cdot/25) \\ f''(x)=6x+2a \Rightarrow f''(1)=0\Rightarrow 6+2a=0 \quad (\cdot/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \underbrace{a=-3}_{(\cdot/25)}, \underbrace{b=-9}_{(\cdot/25)}, \underbrace{c=26}_{(\cdot/25)}$ (صفحه ۱۲۶ و ۱۳۶)																																				
۱۶	۱/۷۵ $\underbrace{y'=3x^2-12x}_{(\cdot/25)}=0\Rightarrow \underbrace{x=0,4}_{(\cdot/25)}$ ↙ اگر دانش آموزی مشتق را به صورت $(x-4)^2+2(x+2)(x-4)=(x-4)(3x)$ بنویسد، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد. $\underbrace{y''=6x-12}_{(\cdot/25)}=0\Rightarrow x=2$ <table><tr><td>x</td><td>-∞</td><td>۰</td><td>۲</td><td>۴</td><td>+∞</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>۰</td><td>-</td><td>۰</td><td>+</td></tr><tr><td>y''</td><td>-</td><td>-</td><td>۰</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>-∞</td><td>↗</td><td>↘</td><td>↗</td><td>↗</td></tr><tr><td></td><td></td><td>۳۲</td><td>۱۶</td><td>۰</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>ماکزیمم</td><td>عطف</td><td>مینیمم</td><td></td></tr></table> (۰/۵)  رسم شکل (۰/۵) (صفحه ۱۳۹)	x	-∞	۰	۲	۴	+∞	y'	+	۰	-	۰	+	y''	-	-	۰	+	+	y	-∞	↗	↘	↗	↗			۳۲	۱۶	۰				ماکزیمم	عطف	مینیمم	
x	-∞	۰	۲	۴	+∞																																
y'	+	۰	-	۰	+																																
y''	-	-	۰	+	+																																
y	-∞	↗	↘	↗	↗																																
		۳۲	۱۶	۰																																	
		ماکزیمم	عطف	مینیمم																																	
۲۰	جمع بارم																																				