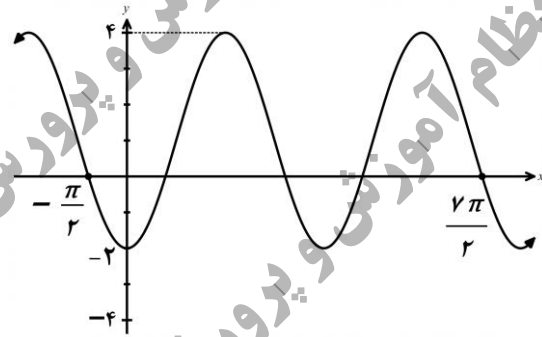
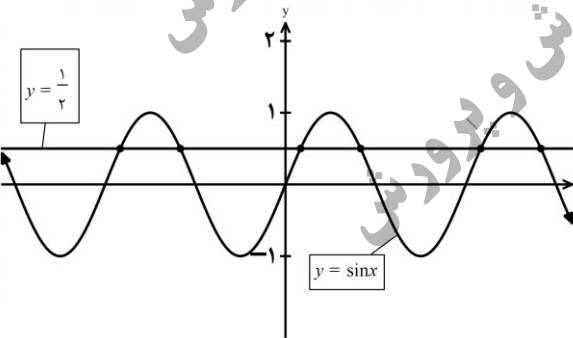


|   |                   |  |                       |
|---|-------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳  | تعداد صفحه: ۳     | رشته: علوم تجربی   | نام و نام خانوادگی:   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  | ساعت شروع: ۱۰ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳   | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ |                   | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                       |

|      |                         |   |      |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

|      |  |   |
|------|--|---|
| ۱    | <p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع <math>y = 2x(1 - 3x^2) + 1</math> یک تابع چند جمله ای از درجه سوم است.</p> <p>ب) نمودار تابع <math>y = x^2</math> در بازه <math>(0, 1)</math> پایین تر از، نمودار تابع <math>y = x^3</math> است.</p> <p>پ) هر تابع یکنوا، یک به یک است.</p> <p>ت) مقدار عددی عبارت <math>\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ</math> برابر <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math> است.</p> | ۱ |
| ۰/۵  | <p>در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>الف) اگر <math>f(x) = 2x^3 - 1</math> باشد، حاصل <math>f^{-1}(15)</math> برابر ..... است.</p> <p>ب) حاصل حد تابع <math>f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}</math> وقتی <math>x \rightarrow +\infty</math> میل می کند برابر ..... است.</p>  | ۲ |
| ۱/۲۵ | <p>اگر <math>f(x) = 7 - 4x^2</math> و <math>g(x) = \sqrt{x+3}</math> باشد:</p> <p>الف) دامنه تابع <math>f \circ g</math> را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p> <p>ب) مقدار <math>(g \circ f)(1)</math> را محاسبه کنید.</p>  | ۳ |
| ۰/۷۵ | <p>اگر دامنه تابع <math>y = f(x)</math> برابر <math>[-1, 3]</math> و برد آن <math>(0, 2]</math> باشد. دامنه و برد تابع <math>y = f(\frac{x}{2})</math> را بیابید.</p>  | ۴ |
| ۱/۷۵ | <p>نمودار تابع با ضابطه <math>y = a \cos bx + c</math> به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورید.</p>   | ۵ |
| ۱    | <p>نمودار تابع با ضابطه <math>y = \sin x</math> و خط به معادله <math>y = \frac{1}{2}</math> در دستگاه مختصات زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.</p>    | ۶ |

«ادامه سوالات در صفحه دوم»

|   |                   |  |                       |
|---|-------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳  | تعداد صفحه: ۳     | رشته: علوم تجربی   | نام و نام خانوادگی:   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  | ساعت شروع: ۱۰ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳   | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ |                   | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                       |

|      |                         |   |      |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

|    |  |      |
|----|--|------|
| ۷  | <p>نمودار تابع <math>f</math> به شکل مقابل است حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)</math></p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)</math></p>   | ۰/۷۵ |
| ۸  | <p>حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}</math></p>   | ۱    |
| ۹  | <p>نمودار تابع <math>f</math> به صورت زیر رسم شده است. اگر خط <math>d</math> در نقطه <math>A</math> بر نمودار تابع <math>f</math> مماس باشد:</p> <p>الف) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}</math> را بیابید.</p> <p>ب) شیب خط های مماس در نقاط <math>A</math> و <math>B</math> را مقایسه کنید.</p>   | ۰/۷۵ |
| ۱۰ | <p>نمودار تابع <math>f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 &amp; x \geq 2 \\ (x-1)^2 &amp; x &lt; 2 \end{cases}</math> به صورت مقابل است:</p> <p>الف) آیا تابع <math>f</math> در نقطه <math>x = 2</math> مشتق پذیر است؟</p> <p>ب) آیا تابع در بازه <math>(-\infty, 2)</math> مشتق پذیر است؟ چرا؟</p> <p>پ) مشتق راست تابع <math>f</math> در نقطه <math>x = 2</math> را به دست آورید.</p> | ۱/۵  |
| ۱۱ | <p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) <math>f(x) = x(x-1)(x+1)</math>      ب) <math>g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3</math></p>  | ۱/۵  |
| ۱۲ | <p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می گیریم.</p> <p>فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله <math>h(t) = -4t^2 + 40t</math> به دست می آید.</p> <p>الف) سرعت متوسط در بازه <math>[2, 4]</math> را بیابید.</p> <p>ب) در چه زمانی سرعت لحظه ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟</p>                                     | ۱/۲۵ |

«ادامه سوالات در صفحه سوم»

|   |                   |  |                       |
|---|-------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳  | تعداد صفحه: ۳     | رشته: علوم تجربی   | نام و نام خانوادگی:   |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  | ساعت شروع: ۱۰ صبح | تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳   | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ |                   | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                       |

|      |                         |   |      |
|------|-------------------------|---|------|
| ردیف | سؤالات (پاسخ نامه دارد) | [استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد] | نمره |
|------|-------------------------|---|------|

|    |  |              |     |
|----|--|--------------|-----|
| ۱۳ | نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر $b$ و $d$ را بیابید.  |              | ۱/۵ |
| ۱۴ | دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.  |              | ۱/۵ |
| ۱۵ | اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $F'(4,0)$ و مختصات رأس $B(0,3)$ باشد:<br>الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید.<br>ب) محیط مثلث $(MFF')$ را بیابید.  |              | ۱/۵ |
| ۱۶ | معادله گسترده یک دایره به شکل $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید.  |              | ۱   |
| ۱۷ | دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟ |              | ۱/۵ |
| ۲۰ | جمع نمره   | "موفق باشید" |     |

|  |                   |   |   |
|--|-------------------|---|---|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه  | ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: علوم تجربی  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳   |                   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                   | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ |   |

| نمره                            | راهنمای تصحیح   | ردیف |
|---------------------------------|---|------|
| ۱                               | ت درست (۰/۲۵)      پ نادرست (۰/۲۵)      ب نادرست (۰/۲۵)      الف درست (۰/۲۵)  | ۱    |
| ۰/۵                             |   | ۲    |
| ۰/۷۵                            | $D_{fog} = \underbrace{\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\{x \in [-۳, +\infty) \mid \sqrt{x+۳} \in R\}}_{۰/۲۵} = [-۳, +\infty) \quad (۰/۲۵) \quad \text{الف}$   | ۳    |
| ۰/۵                             |   | ب    |
|                                 | $(g \circ f)(1) = \underbrace{g(۳)}_{(۰/۲۵)} = \sqrt{۶} \quad (۰/۲۵)$   |      |
| ۰/۷۵                            | $D_{f(\frac{x}{۲})} \Rightarrow \underbrace{۱ < \frac{x}{۲} \leq ۳}_{(۰/۲۵)} \rightarrow D_{f(\frac{x}{۲})} = (-۲, ۶] \quad (۰/۲۵)$   | ۴    |
|                                 | برد تغییر نمی کند (۰/۲۵)  |      |
| ۱/۷۵                            | $۲T = \frac{۷\pi}{۲} - (-\frac{\pi}{۲}) = ۴\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow T = ۲\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{۲\pi}{ b } = ۲\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow b = \pm ۱ \quad (۰/۲۵)$ $c = \frac{۴ + (-۲)}{۲} = ۱ \quad (۰/۲۵)$ $ a  = \frac{۴ - (-۲)}{۲} = ۳ \rightarrow a = -۳ \quad (۰/۲۵)$ | ۵    |
| ۱                               | $\sin x = \frac{1}{۲} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \end{cases} \quad (k \in Z)$  | ۶    |
| ۰/۷۵                            | الف) $-\infty$ (۰/۲۵)<br>ب) $+\infty$ (۰/۲۵)<br>پ) $-۲$ (۰/۲۵)  | ۷    |
| ادامه راهنمای تصحیح در صفحه بعد |   |      |

|  |                   |   |   |
|--|-------------------|---|---|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه  | ساعت شروع: ۱۰ صبح | رشته: علوم تجربی  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳   |                   | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  |   |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br>http://aee.medu.gov.ir |                   | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ |   |

| نمره  | راهنمای تصحیح  | ردیف   |
|---|--|--|
| ۱   | $\lim_{x \rightarrow 1} \underbrace{\frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}}_{(۰/۲۵)} = \lim_{x \rightarrow 1} \underbrace{\frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x}+1}}_{(۰/۵)} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$ | ۸  |
| ۰/۵   | $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = f'(2) = 2 \quad (۰/۵)$   | ۹<br>(الف)   |
| ۰/۲۵  | $m_A > m_B \quad (۰/۲۵)$   | (ب)  |
| ۰/۲۵  |  | ۱۰<br>(الف) خیر (۰/۲۵)   |
| ۰/۵   |  | (ب) بله، در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است. (۰/۵) |
| ۰/۷۵  | $x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$   | (پ)  |
| ۰/۵   | $f(x) = x^2 - x \rightarrow f'(x) = 2x - 1$  | ۱۱<br>(الف)  |
| ۱   | $g'(x) = 2 \left( \frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left( \frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} \right)$  | (ب)  |
| در قسمت الف به سایر روشهای صحیح نمره تعلق گیرد. |  |  |
| ۰/۷۵  | $\text{سرعت متوسط (الف)} = \frac{h(4) - h(2)}{4 - 2} = \frac{96 - 64}{2} = 16 \quad (۰/۵)$   | ۱۲   |
| ۰/۵   | $h'(t) = -8t + 40 = 16 \rightarrow t = 3 \quad (۰/۲۵)$   | (ب)  |
| ۱/۵   | $f'(2) = 0 \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \quad b = -3$ $f(2) = 1 \rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \quad d = 5$   | ۱۳   |

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه بعد

| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه   |  | ساعت شروع: ۱۰ صبح |  | رشته: علوم تجربی  |  | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ |         |
|---|--|-------------------|--|---|--|---|---------|
| تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳  |  |                   |  | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه  |  |   |         |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش<br><a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a> |  |                   |  | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱ |  |   |         |
| نمره  | راهنمای تصحیح  |                   |  |   |  |   | ردیف    |
| ۱/۵   | $x - y = 10 \quad (0/25)$<br>$p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x \quad (0/25)$<br>$p'(x) = 2x - 10 = 0 \quad (0/5) \rightarrow x = 5 \quad (0/25), \quad y = -5 \quad (0/25)$                                  |                   |  |   |  |   | ۱۴      |
| ۱   | $\begin{cases} b = 3 \quad (0/25) \\ c = 4 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \quad (0/25) \rightarrow 2a = 10 \quad (0/25)$   |                   |  |   |  |   | الف) ۱۵ |
| ۰/۵   | $\text{محیط} = \underbrace{2a + 2c}_{(0/25)} = 18 \quad (0/25)$  |                   |  |   |  |   | ب) ۱۵   |
| ۱   | $O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (-1, -1) \quad (0/5), \quad r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{10} \quad (0/5)$  |                   |  |   |  |   | ۱۶      |
| ۱/۵   | $P(A) = P(B_1)P(B_1 A) + P(B_2)P(B_2 A) \quad (0/25)$<br>$P(A) = \underbrace{\frac{5}{8} \times \frac{5}{11}}_{(0/5)} + \underbrace{\frac{3}{8} \times \frac{4}{11}}_{(0/5)} = \frac{37}{88} \quad (0/25)$ |                   |  |   |  |   | ۱۷      |
| به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.  |  |                   |  |   |  |   |         |
| ۲۰  | «همکاران مصحح: به راه حل های صحیح به تناسب بارم، نمره تعلق گیرد»   |                   |  |   |  |   |         |