

گنگور ۱۴۰۰ انسانی

(درس ریاضی)

پاسخنامہ تشریحی

علی ہاشمی

۱۰۱- تابع درآمد شرکتی به ازای تولید x واحد از یک کالای مصرفی به صورت $R(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 8x$ و تابع هزینه آن

به صورت $C(x) = 4x + b$ است. اگر فاصله دو نقطه سر به سر تابع سود این شرکت، ۱۲ واحد کالا باشد، مقدار b کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\frac{-1}{4}x^2 + 8x = 4x + b \quad x(-4) \rightarrow x^2 - 32x = -16x - 4b$$

$$x^2 - 16x + 4b = 0 \rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = 12 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 12$$

$$\rightarrow 256 - 4(1)(4b) = 144 \rightarrow 256 - 16b = 144 \rightarrow b = 1$$

۱۰۲- اگر عبارت‌های گویا تعریف شده باشند، مجموع جواب‌های معادله $\frac{4x^2 - (2-x)^2}{x+2} - \frac{7}{x} = 2$ کدام است؟

$$\frac{7}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

(۱) -۱

$$\frac{(1x - 2 + x)(1x + 2 - x)}{x+2} - \frac{7}{x} = 2 \rightarrow 1x - 2 - \frac{7}{x} = 2$$

$$xx \rightarrow 1x^2 - 2x - 7 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 28}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{32}}{2}$$

۱۰۳- تابع $f(x) = -\frac{1}{2}x + 4$ را در دامنه $\{-99, -98, \dots, 0, 1, \dots, 99, 100\}$ در نظر بگیرید. مقدار متوسط عضوهای برده تابع f ، کدام است؟

۴/۲۵ (۴)

۴ (۳)

۳/۷۵ (۲)

۳/۵ (۱)

$$\bar{x} = \frac{100}{100} = \frac{1}{2} \rightarrow \bar{y} = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 4$$

جواب

$$= -0/25 + 4 = 3/25$$

۱۰۴- ضابطه تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنه $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$2x + \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$x - 2 \quad (3)$$

$$x + 1 \quad (2)$$

$$-2x \quad (1)$$

$$-0.4 < x < -0.3$$

$$x = \underline{\underline{-0.5}} \quad \checkmark \checkmark$$

$$x = -0.5 \rightarrow y = [1 + 0.5] - 0.5 = 1 - 0.5 = \underline{\underline{0.5}} \quad \checkmark \checkmark$$

۱۰۵- معادله $\frac{ax^2 + 2x}{x+1} = x^2 - x$ دارای سه ریشه حقیقی متمایز است. کدام نامساوی زیر همواره برقرار است؟

$a < 1$ (۱) ✓✓

$a \leq 1$ (۳)

$a \geq -2$ (۲)

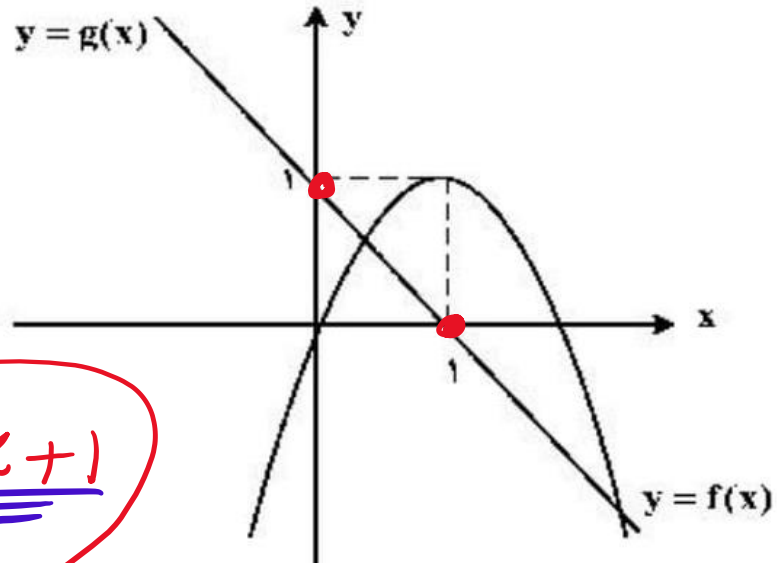
$a < -2$ (۱)

$$ax^2 + 2x = x^2 - x \Rightarrow \underline{x^2} - \cancel{x^2} + \cancel{x^2} - x = ax^2 + 2x \Rightarrow \underline{x^2}(a-1) + \underline{2x} = 0$$

$$\underline{x} \left(\underline{x^2(a-1)} + 2 \right) = 0 \Rightarrow a-1 < 0 \Rightarrow a < 1$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2 = 0 &\rightarrow x^2 = -2 \\ -x^2 + 2 = 0 &\rightarrow x^2 = 2 \end{aligned}$$

۱۰۶- نمودار تابع با ضابطه‌های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل زیر داده شده



است. مجموع جواب‌های معادله $f(x) = g(x)$ کدام است؟

(۱) -۲

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) ۲

$$f(x) = -(x-1)^2 + 1$$

$$= -x^2 + 2x - 1 + 1$$

$$f = -x^2 + 2x$$

۱' ۱°
 $y = ax + b$

$g = -x + 1$

$$-x^2 + 2x = x^2 - 2x + 1$$

$$2x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$S = \frac{4}{2} = 2$$

۱۰۷- فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد.

تعداد عناصر f کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۹

~~(0, 0)~~ ~~(1, 1)~~ ~~(2, 4)~~

(0, 0) (0, 1) (0, 2)
 (1, 1) (1, 2) (1, 3)
 (2, 2) (2, 3) (2, 4)

۱۰۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a\left(\frac{1}{r}\right)^x + b$ ، محور x ها را با طول -1 و محور y ها را با عرض 2 قطع می کند. مقدار تابع

f در $x=1$ کدام است؟

$$\begin{array}{l} 4 \ (4) \qquad \qquad \qquad 3 \ (3) \qquad \qquad \qquad 2 \ (2) \qquad \qquad \qquad 1 \ (1) \\ \left|_0^{-1} \rightarrow a\left(\frac{1}{r}\right)^{-1} + b = 0 \rightarrow 2a + b = 0 \right. \end{array}$$

$$\left|_2^0 \rightarrow a\left(\frac{1}{r}\right)^0 + b = 2 \rightarrow a + b = 2 \right.$$

$$\left. \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 4 \end{array} \right\}$$

$$f(1) = -2\left(\frac{1}{r}\right)^1 + 4 = -1 + 4 = 3$$

۱۰۹- مقدار عبارت $\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^8} \times \frac{1}{3^{16}} \times \dots \times \frac{1}{3^{256}}$ کدام است؟

$$\mu \quad \frac{1}{\mu^2} + \frac{1}{\mu^4} + \frac{1}{\mu^8} + \dots + \frac{1}{\mu^{256}}$$

q	ω	r	\dots	0
μ	μ	μ	\dots	μ

$\left. \begin{array}{l} a_1 = 1 \\ q = \mu \end{array} \right\}$

$$\frac{1(\mu^{256} - 1)}{\mu - 1}$$

$$\mu^{256}$$

$$\frac{127}{256}$$

۱۱۰- اگر $x, y, z, 4x$ و $x - \frac{3}{2}$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $|x| + |y| + |z|$ کدام است؟

$a_1 = x - \frac{3}{2}$ $a_2 = x$ $a_3 = 4x$

$\frac{a_2}{a_1} = \frac{x}{x - \frac{3}{2}} \rightarrow q = \frac{x}{x - \frac{3}{2}} = \frac{2}{1}$

$\frac{a_3}{a_2} = \frac{4x}{x} \rightarrow q = 4$

$4x - 4 = x \rightarrow 3x = 4 \rightarrow x = \frac{4}{3}$

$\frac{1}{2} < 1 < 2 < 4 < \infty$

$x = \frac{4}{3}$
 $y = 1$
 $z = 4$

$\frac{4}{3} + 1 + 4 = \sqrt{\quad}$

۱۱۱- مجموع ۱۰ جمله اول یک دنباله حسابی ۲۶- و نسبت جمله پانزدهم به جمله ششم دنباله ۶ است. جمله یازدهم دنباله، کدام است؟

$$\sum_{10} = -24 \rightarrow \frac{10}{4} (2a_1 + 9d) = -24 \rightarrow 10a_1 + 25d = -24 \quad (1) \quad -13/6$$

$$\frac{a_{15}}{a_4} = 4 \rightarrow \frac{a_1 + 14d}{a_1 + 3d} = 4 \rightarrow a_1 + 14d = 4a_1 + 12d \rightarrow 2a_1 + 2d = 0 \quad (2) \quad -15/6$$

$$\begin{cases} 10a_1 + 25d = -24 \\ -2a_1 - 2d = 0 \end{cases} \rightarrow 13d = -24 \rightarrow d = -2 \rightarrow a_1 = 4,5$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 4,5 + 10(-2) = -13,5$$

۱۱۲- جمله چهاردهم دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1$ با فرض $a_6 = \frac{1597}{917}$ ، کدام است؟

$\frac{610}{277}$ (۴) ✓
 $\frac{277}{232}$ (۳) ✗
 $\frac{277}{610}$ (۲)
 $\frac{232}{277}$ (۱)

$$\frac{1597}{917} = \frac{1}{a_{15}} + 1 \rightarrow \frac{1}{a_{15}} = \frac{410}{917} \rightarrow a_{15} = \frac{917}{410}$$

$$\frac{917}{410} = \frac{1}{a_{14}} + 1 \rightarrow \frac{1}{a_{14}} = \frac{410}{410} \rightarrow a_{14} = \frac{410}{410}$$

۱۱۳- جدول ارزشی کدام یک از گزاره‌های زیر با جدول ارزشی گزاره $(p \vee q) \Rightarrow (q \vee r)$ ، یکسان نیست؟

$(p \wedge q) \vee \bar{r}$ (۱) ✓
 $(p \Rightarrow q) \vee r$ (۴)

$p \Rightarrow (q \vee r)$ (۱)
 $\sim p \vee q \vee r$ (۳)

p	q	r	عبارت
۰	۰	۰	۱

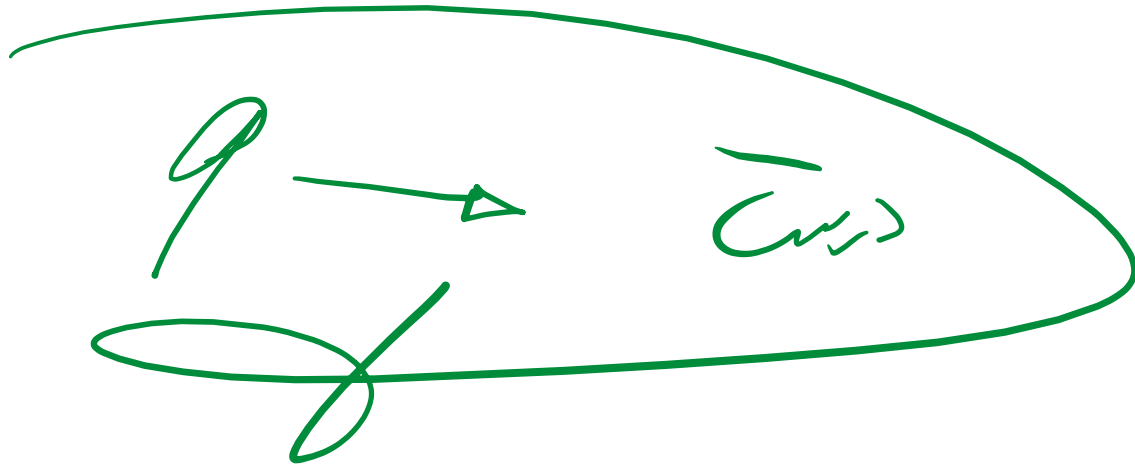
۱۱۴- اگر گزاره‌های $p \Rightarrow q$ و $\sim p \Rightarrow q$ هر دو درست باشند، آنگاه کدام گزاره زیر همواره درست است؟

$$(۲) \quad q \vee p \Rightarrow p$$

$$(۴) \quad q \vee p \Rightarrow p \wedge q$$

~~$(۱) \quad q \vee p \Rightarrow q$~~ درست

$$(۳) \quad p \wedge \sim q$$



۱۱۵- اگر متمم مجموعه $(A-B) \cup (B-A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است).

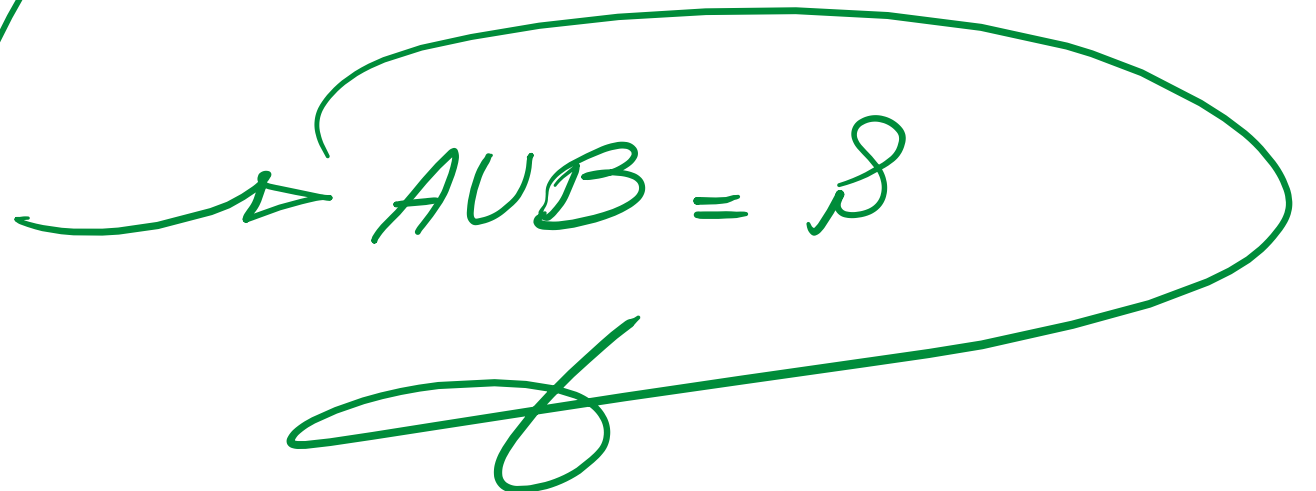
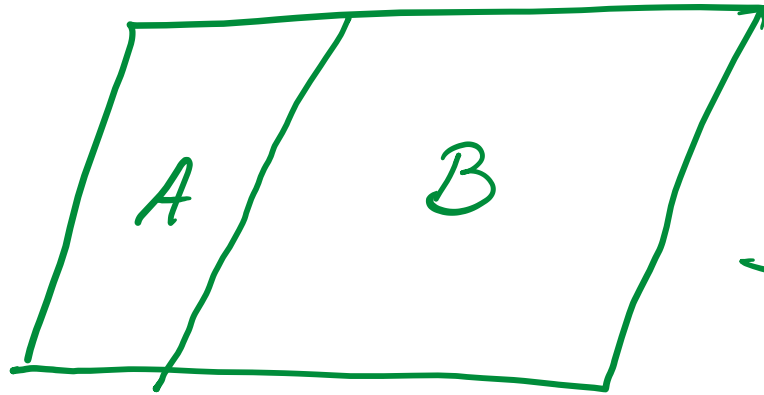
(۲) $A \subseteq B'$

(۱) $A \subseteq B$

(۴) $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$

(۳) $A \cup B = S$

$$\underbrace{(A-B)}_A \cup \underbrace{(B-A)}_B = \underbrace{(A \cap B)'}_{A' \cup B'} = \underbrace{B \cup A}$$



۱۱۶- یک کتابخانه شامل ۵ کتاب ریاضی، ۳ کتاب ادبیات و ۲ کتاب داستان است. ۴ کتاب به دلخواه انتخاب می‌کنیم. با

کدام احتمال این چهار کتاب، حداقل در دو موضوع مختلف هستند؟

$$\frac{41}{42} \quad \text{#}$$

$$\frac{20}{21} \quad (3)$$

$$\frac{13}{14} \quad (2)$$

$$\frac{19}{21} \quad (1)$$

$$P(A') = \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} = \frac{5}{210} = \frac{1}{42}$$

$$\rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{42} = \frac{41}{42}$$

۱۱۷- برای اندازه‌گیری داده‌هایی که قابل مرتب‌کردن بوده و اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معنا است، از کدام مقیاس اندازه‌گیری استفاده می‌شود؟

(۱) اسمی

(۲) نسبتی

(۳) ترتیبی

(۴) فاصله‌ای



۱۱۸- میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟

(۱) (۱۱۶, ۱۸۸)

(۳) (۱۴۶, ۱۵۸)

(۲) (۱۳۴, ۱۷۰)

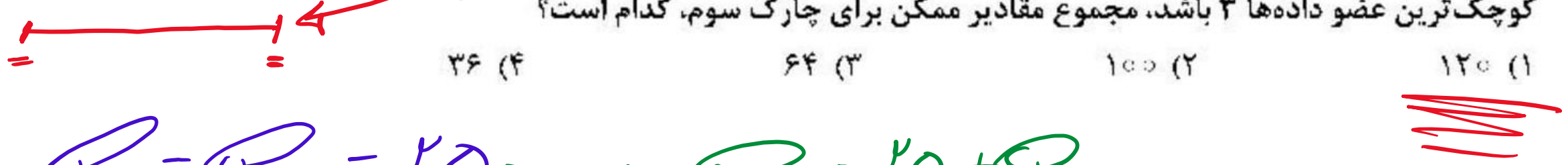
(۴) (۱۴۰, ۱۶۴)

$\bar{x} \pm 2s$

$$152 - 2 \times 96 = 140$$
$$152 + 2 \times 96 = 194$$

۱۱۹- دامنه میان چارکی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول با سبیل‌ها ۳۸ و ۲۶ است. اگر

کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم، کدام است؟



$$Q_3 - Q_1 = 25 \rightarrow Q_3 = 25 + Q_1$$

$$Q_1 - 3 = 29 \rightarrow Q_1 = 32$$

$$Q_1 - 3 = 31 \rightarrow Q_1 = 34$$

$$Q_3 = 25 + 32 = 57$$

$$Q_3 = 25 + 34 = 59$$

$$C = 57 + 59 = 116$$

۱۲۰- تعداد کالای فروخته شده توسط یک فروشگاه در هفته‌های اول تا هفتم به صورت جدول زیر است:

$$A \int \bar{x} = \varepsilon$$

$$\int \bar{y} = \frac{A + \omega c}{\nu}$$

$$B \int \nu$$

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد کالاهای فروخته شده	۸	x	۵	y	۱۵	۱۰	۱۲

$$x + y = A$$

پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد که تعداد کالایی که در هفته نهم به فروش می‌رسد ۸ کالا است. مقدار $x + y$ ، کدام است؟

۷۶ (۲) ✓

۵۰ (۳)

۳۶ (۲)

۲۶ (۱)

$$a = \frac{\frac{A + \omega c}{\nu} - 12}{\varepsilon - \nu} = \frac{\frac{A + \omega c}{-21} + 4}{-12} \rightarrow y - 12 = \left(\frac{A + \omega c}{-21} + 4 \right) (x - \nu)$$

$$\frac{x = 9}{y = 1} \rightarrow \frac{-2}{-1} = \left(\frac{A + \omega c}{-21} + 4 \right) (1) \rightarrow \frac{A + \omega c}{21} = 9$$

$$A = 74$$

علی جیبرا سایت تخصصی ریاضی فیزیک

WWW.ALICEBRA.COM

AG

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

