

# جمع بندی ریاضی کنکور

## آمار

### فصل چهارم – قسمت اول

علی جبر | سایت تخصصی آموزش ریاضی

**ALIGEBRA.COM**

۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹ – ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱

$$x_1, x_2, x_3, \dots$$

$$1) \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

$$2) \sigma^r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^r}{n} = \frac{\sum x_i^r}{n} - \bar{x}^r$$

$$3) \sigma = \sqrt{\text{واریانس}} \text{ انحراف معیار}$$

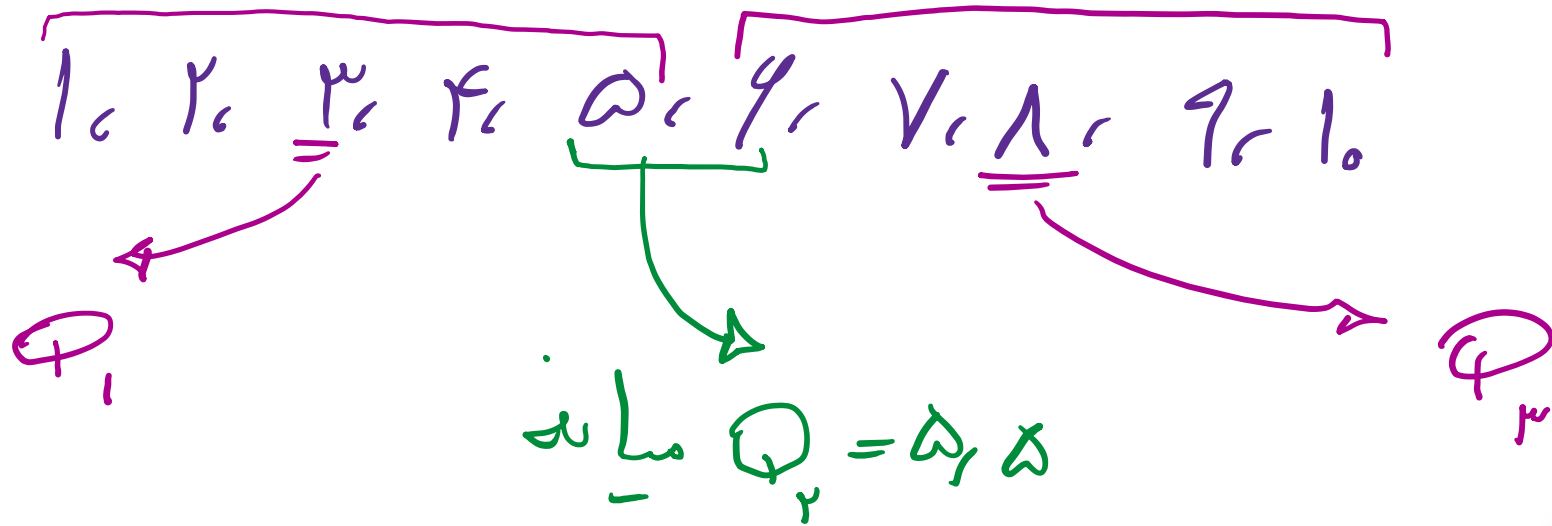
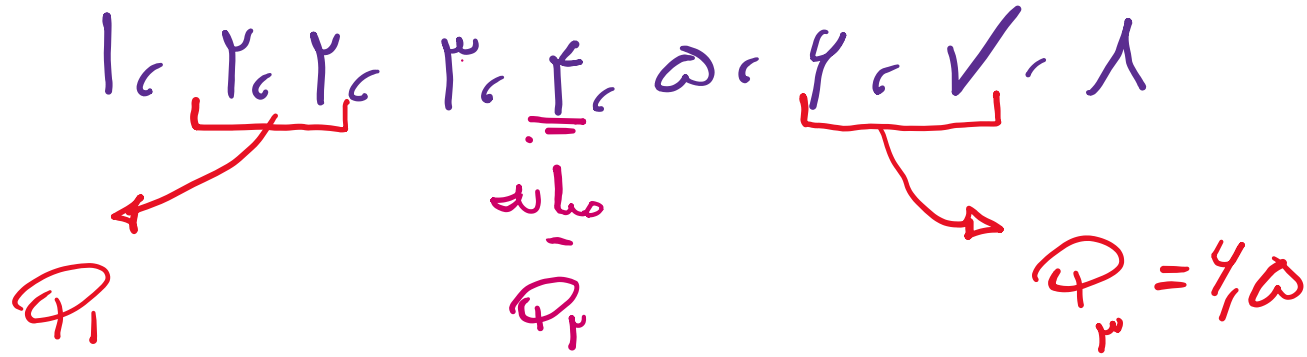
$$x_i \rightarrow Kx_i + \underline{C}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} \rightarrow K\bar{x} + C \\ \sigma^r \rightarrow K^r \cdot \sigma^r \\ \sigma \rightarrow K \cdot \sigma \end{array} \right.$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$1) Kx_i + C \longrightarrow CV = \frac{K\sigma}{K\bar{x} + C}$$

۲) مقایسه  $A, B$  : کمتر  $CV_A < CV_B$



تدریجی: مراحل زندگی - مراحل تحصیلی - درجات نظامی  
اسمی: درود خونی - نمره اد - زنگ مو

لفظی  
عددی

نسبیه: زمان - سرعت - تاب  
کسری: تعداد فرزندان - تعداد طلاب

نسب  
عددی

۱- انحراف معیار داده‌های آماری ۱۶، ۲۰، ۱۸، ۱۵، ۱۹، ۲۰، کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{20 + 19 + 15 + 18 + 20 + 19}{6} = \frac{101}{6} = 18 \checkmark$$

$$s^2 = \frac{(20-18)^2 + (19-18)^2 + (15-18)^2 + (18-18)^2 + (20-18)^2 + (19-18)^2}{6}$$

$$\rightarrow s^2 = \frac{4 + 1 + 9 + 0 + 4 + 4}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3}$$

$$\rightarrow s = \sqrt{\frac{11}{3}} \approx 1.9 \checkmark$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۴۲۸۹

۲- در ۵۰ داده‌ی آماری، مجموع اختلافات داده‌ها از عدد ۱۲، برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲، برابر ۴۵۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها، کدام است؟

$$\bar{x} = 12$$

$$\sum (x_i - 12)^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 = 450$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{450}{50} = 9 \rightarrow \sigma = \sqrt{9} = 3$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\%$$



۳- سه داده آماری با میانگین ۶ مفروض است. اگر داده ۲ به آن‌ها اضافه شود، ضریب تغییرات ۴ داده موجود ۱٫۲ برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود. مجموع مربعات ۳ داده اولیه کدام است؟

$$\begin{cases} n = 3 \\ \bar{x} = 6 \end{cases} \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} = 6 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 18$$

$$\begin{cases} n = 4 \\ \bar{x} = 5 \end{cases} \rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + 2}{4} = \frac{18 + 2}{4} = 5$$

$$CV_{\text{جدید}} = 1.2 CV_{\text{قدیم}} \rightarrow \frac{\sigma_{\text{جدید}}}{5} = 1.2 \frac{\sigma_{\text{قدیم}}}{6} \rightarrow \sigma_{\text{جدید}}^2 = \sigma_{\text{قدیم}}^2$$

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4}{4} - 25 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{3} - 36$$

$$\rightarrow \frac{A+4}{4} - 25 = \frac{A}{3} - 36 \rightarrow A = 144$$

۴- اگر میانگین داده‌های  $x_1 - 1, x_2 - 2, \dots, x_n - n$  برابر  $\bar{x}$  باشد میانگین داده‌های  $x_1 + 1, x_2 + 2, \dots, x_n + n$

$$\bar{x} = \frac{x_1 - 1 + x_2 - 2 + \dots + x_n - n}{n} = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - (1 + 2 + \dots + n)}{n}$$

$$\bar{x} = \bar{x} - \frac{n(n+1)}{n} = \bar{x} - \frac{n+1}{1}$$

$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$$\bar{A} = \frac{x_1 + 1 + x_2 + 2 + \dots + x_n + n}{n} = \bar{x} + \frac{n(n+1)}{n} = \bar{x} + \frac{n+1}{1}$$

$$\bar{A} = \bar{x} + \frac{n+1}{1} + \frac{n+1}{1} = \bar{x} + n + 1$$

۵- چند درصد از داده‌های  $\frac{1}{1 \times 2}, \frac{1}{2 \times 3}, \dots, \frac{1}{18 \times 19}, \frac{1}{19 \times 20}, \frac{1}{20 \times 21}$  از میانگین آن‌ها بزرگ‌ترند؟

$$\left(\underline{1} - \cancel{\frac{1}{2}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{3}}\right) + \dots + \left(\cancel{\frac{1}{20}} - \underline{\underline{\frac{1}{21}}}\right) = 1 - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$$

$$\rightarrow \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{\frac{20}{21}}{20} = \frac{1}{21}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20} \rightarrow \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

۶- میانگین و واریانس ۲۹ داده آماری به ترتیب ۱۷ و ۵ می باشد. اگر داده های ۱۲ و ۱۳ و ۲۱ و ۲۲، از بین آنان حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده، کدام است؟

$$\bar{x} = 17$$

$$\sigma^2 = 5$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{29} (x_i - \bar{x})^2}{29} = 5 \rightarrow \sum_{i=1}^{29} (x_i - 17)^2 = 5 \times 29 = 145$$

جمع  $\rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - 17)^2 = \left[ (12-17)^2 + (13-17)^2 + (21-17)^2 + (22-17)^2 \right] = 12$

$$\sum_{i=1}^{25} (x_i - 17)^2 = 43$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{25} (x_i - 17)^2}{25} = \frac{43}{25} = 1,72$$

۷- میانگین و واریانس داده‌های  $x_1, \dots, x_6$  به ترتیب ۱۵ و ۵ می‌باشد. اگر به این داده‌ها دو عدد ۱۰ و ۲۰ را اضافه کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه خواهد شد؟

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 15 \\ \sigma^2 = 5 \end{array} \right. \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^6 (x_i - 15)^2}{6} = 5 \rightarrow \sum_{i=1}^6 (x_i - 15)^2 = 30$$

جمع  $\rightarrow \sum_{i=1}^8 (x_i - 15)^2 = 30 + \frac{(10-15)^2}{25} + \frac{(20-15)^2}{25} = 10$

$$\rightarrow \sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^8 (x_i - 15)^2}{8} = \frac{10}{8} = 1.25$$

$$\frac{\sigma_{\text{جدید}}}{\bar{x}_{\text{جدید}}} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{15}}{\frac{\sqrt{5}}{15}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

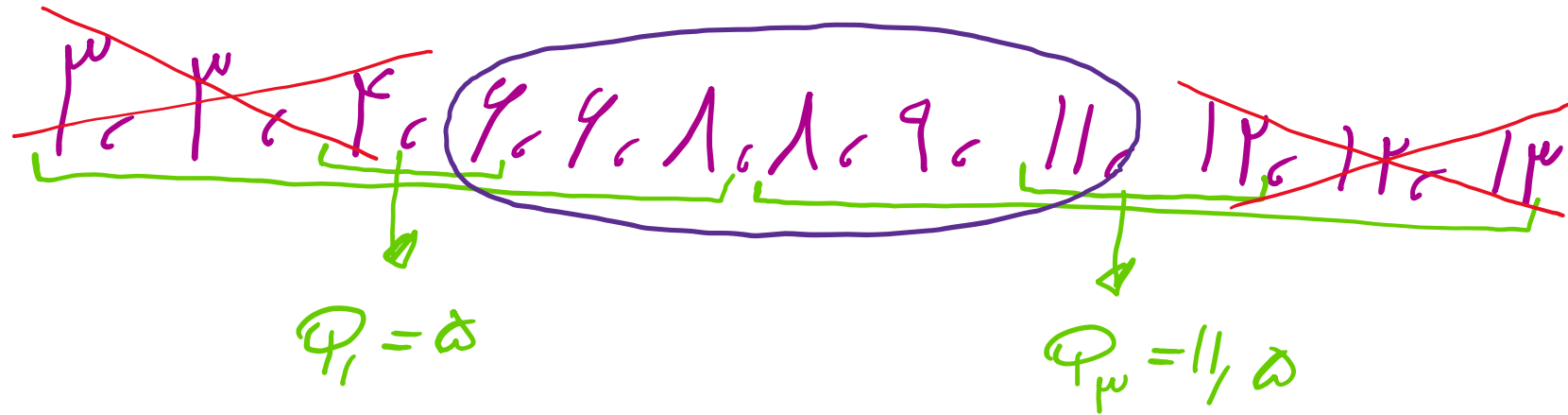
۸- هشت داده آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ مفروض است. اگر دو داده ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها افزوده شود، واریانس ۱۰ داده حاصل

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 15 \\ \sigma^2 = 4 \end{array} \right. \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - 15)^2}{n} = 4 \rightarrow \sum_{i=1}^n (x_i - 15)^2 = 32$$

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - 15)^2 = 32 + \left(\frac{12-15}{9}\right)^2 + \left(\frac{18-15}{9}\right)^2 = 50$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - 15)^2}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

۹- در داده‌های آماری ۳، ۳، ۴، ۶، ۶، ۸، ۸، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۲، ۱۳ ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده کدام است؟



$$\bar{x} = \frac{4 + 4 + 1 + 1 + 9 + 11}{6} = \frac{31}{6} = 5.1667$$

$$s^2 = \frac{2(4-1)^2 + 2(1-1)^2 + (9-1)^2 + (11-1)^2}{6} = \frac{18}{6} = 3 \rightarrow s = \sqrt{3}$$

$$CV = \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1.73}{1} = 0.71$$

۱۰- در ۲۵ داده آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناچور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آنها حذف شوند، واریانس داده های باقی مانده، کدام است؟

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = 30 \\ \sigma^2 = 64 \end{array} \right. \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^{25} (x_i - 30)^2}{25} = 64 \rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - 30)^2 = 1600$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 = 1600 - \left[ \frac{(10-30)^2 + (15-30)^2 + (45-30)^2 + (50-30)^2}{1250} \right]$$

$$\rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2 = 1300$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 30)^2}{21} = \frac{1300}{21} = 61.90$$



۱۱- نمرات مهارت برای کارگر (A): ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳ و ۱۲ و برای کارگر (B): ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۱۳ و ۱۱، ۵ بوده است. دقت

عمل کدام بیشتر است؟

$$A: \bar{x} = \frac{V_0}{5} = 14 \rightarrow \sigma^2 = 2 \rightarrow \sigma = \sqrt{2} \rightarrow CV_A = \frac{\sqrt{2}}{14}$$

$$B: \bar{x} = \frac{V_{1,5}}{5} = 14,5 \rightarrow \sigma^2 = \frac{11,5}{5} = 2,3 \rightarrow \sigma = \sqrt{2,3} \rightarrow CV_B = \frac{\sqrt{2,3}}{14,5}$$

$$CV_A = \frac{\sqrt{2}}{14} = \frac{1,4}{14} \approx 0,101$$

$$CV_B = \frac{\sqrt{2,3}}{14,5} \approx 0,134$$

$CV_B > CV_A$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۶۶۲۸۹

۱۲- ضریب تغییرات در داده‌های آماری،  $0,08$  محاسبه شده است. اگر به هر داده‌ی مفروض  $5$  واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل  $0,075$  خواهد شد. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟

$$CV = 0,01 \rightarrow \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0,01 \rightarrow \sigma = 0,01 \bar{x}$$

$$CV = 0,075 = \frac{\sigma}{\bar{x} + 5} \rightarrow \frac{0,01 \bar{x}}{\bar{x} + 5} = 0,075$$

$$\rightarrow \frac{\frac{1}{100} \bar{x}}{\bar{x} + 5} = \frac{75}{1000} \rightarrow 75 \bar{x} + 375 = 10 \bar{x}$$

$$5 \bar{x} = 375 \rightarrow \bar{x} = \frac{375}{5} = 75$$

۱۳- چند مورد از متغیرهای زیر از نوع کیفی اسمی است؟

میانگین تعداد تصادفات یک شهر در روزهای تعطیل یک سال- رنگ چشم اعضای یک خانواده- میزان تحصیلات کارمندان یک شرکت- جنسیت دانشجویان یک رشته- زمان انتظار در صف نانوائی- مقدار آب موجود در یک مخزن- گروه خونی دانش آموزان یک

مدرسه

میانگین تصادفات ← کم، بسیار کم، بسیار زیاد

میزان تحصیلات ← کیفی، ترتیبی

زمان انتظار ← کم، بسیار کم، بسیار زیاد

رنگ چشم ← کیفی، اسمی

جنسیت ← کیفی، اسمی

مقدار آب ← کم، بسیار کم، بسیار زیاد

گروه خونی ← کیفی، اسمی

۱۴- در ۶۰ داده‌ی آماری، مجموع اختلافات داده‌ها از عدد ۱۰، برابر صفر است و مجموع مجذورات (مربعات) اختلاف داده‌ها از عدد ۱۰ برابر ۳۰۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

$$\bar{x} = 10 \quad n = 60$$

$$\sum (x_i - 10)^2 = \sum (x_i - \bar{x})^2 = 300$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{300}{60} = 5 \rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

$$\rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$$

۱۵- میانگین ده داده‌ی آماری برابر ۱۷ و میانگین ۵ داده از آن‌ها برابر ۱۸ است. اگر ۵ داده‌ی دیگر را دو برابر کنیم، میانگین این ۵ داده، کدام است؟

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = 17 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 170$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_5}{5} = 18 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 90$$

$$\rightarrow x_6 + x_7 + \dots + x_{10} = 170 - 90 = 80$$

$$\bar{x} = \frac{80}{5} = 16$$

$$\text{پس } x = 16 \times 2 = 32$$

سایت علی جبرا Aligebra.com

پشتیبانی ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱ - ۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۹

۱۶- اختلاف میانه و میانگین داده‌های آماری ۲, ۲, ۲, ۴, ۵, ۱, ۴, ۳, ۱, ۴, ۳, ۴, ۳ کدام است؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{33}{11} = 3$$

مربط  
→

۱, ۱, ۲, ۲, ۲, ۳, ۴, ۴, ۴, ۵, ۵  
میانه ←

$$|معد| = 3 - 3 = 0$$

۱۷- مجموع و ضریب تغییرات ۱۲ داده آماری به ترتیب برابر ۷۲ و  $\frac{1}{3}$  است. اگر داده‌های ۳، ۶ و ۹ به آنان افزوده شود، واریانس

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{72}{12} = 6$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \rightarrow \sigma = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2 \rightarrow \sigma^2 = 4$$

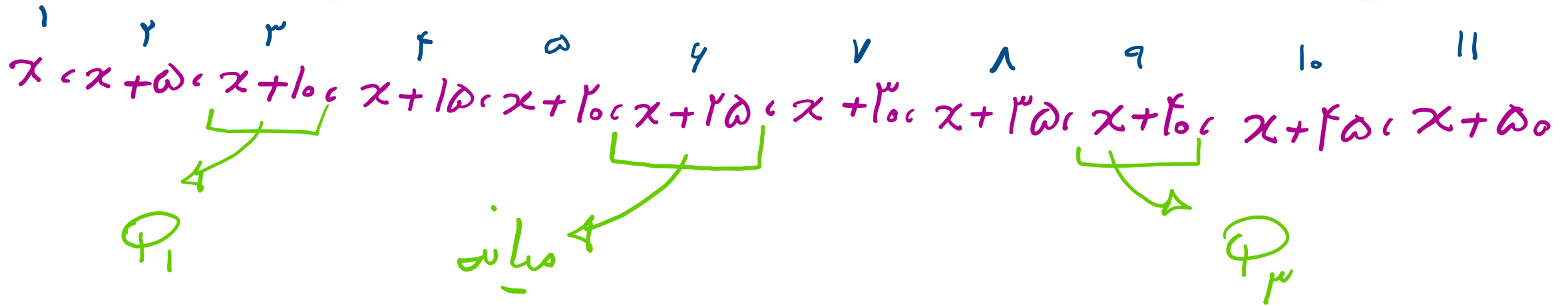
۱۵ داده جدید کدام است؟

$$\frac{\sum_{i=1}^{12} (x_i - 6)^2}{12} = 4 \rightarrow \sum_{i=1}^{12} (x_i - 6)^2 = \underline{\underline{48}}$$

$$\sum_{i=1}^{15} (x_i - 6)^2 = 48 + \underbrace{(3-6)^2 + (6-6)^2 + (9-6)^2}_{18} = 66$$

$$\sigma^2 = \frac{66}{15} = \frac{11}{2}$$

۱۸- اگر چارک سوم داده‌های  $x, x + 5, x + 10, \dots, x + 50$  برابر ۷۲ باشد، میانه کدام است؟



$$Q_3 = 72 \rightarrow x + 30 = 72 \rightarrow x = 42$$

$$\text{میانه} = x + 20 = 42 + 20 = 62$$



۱۹- اگر میانگین و واریانس داده‌های  $\frac{2x_i - 1}{2}$  به ترتیب ۳ و ۹ باشد، ضریب تغییرات داده‌های  $\frac{1}{2}x_i + 1$  کدام است؟

$\bar{x} = 3$   
 $\sigma = 3$

مرجع  $\rightarrow$

$\bar{x}_i = \frac{3+1}{2} = 2$   
 $\sigma_i = \frac{3}{2}$

تبدیل  $\rightarrow$

$\frac{1}{2}x_i + 1$

$\bar{x} = 2$   
 $\sigma = \frac{3}{2}$

$CV = \frac{\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4} = 0.75\%$

۲۰- در یک بررسی آماری، اگر انحراف از میانگین داده‌ها برابر با  $1, 3, -1, -2, a$  باشد، انحراف معیار داده‌ها کدام است؟

$$a - 2 - 1 + 3 + 1 = 0 \rightarrow a = -1$$

$$\rightarrow -1, -2, -1, 3, 1$$

$x_1 - \bar{x}$     $x_2 - \bar{x}$     $x_3 - \bar{x}$     $x_4 - \bar{x}$     $x_5 - \bar{x}$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{1 + 4 + 1 + 9 + 1}{5} = \frac{16}{5} = 3.2$$

$$\rightarrow s = \sqrt{3.2}$$