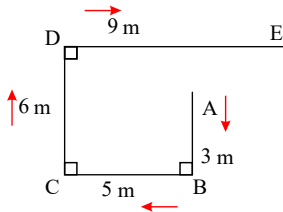




۱) متحرکی از مبدأ A شروع به حرکت کرده و به مقصد E می‌رسد. در این صورت



نسبت مسافت پیموده شده به جابه‌جایی متحرک کدام است؟

۴٫۶ (۲)

۵٫۷۵ (۱)

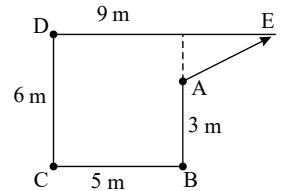
۳٫۸۳ (۴)

۵ (۳)

پاسخ: (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\text{مسافت طی شده} = AB + BC + CD + DE$$

$$\text{مسافت طی شده} = ۲۳m$$

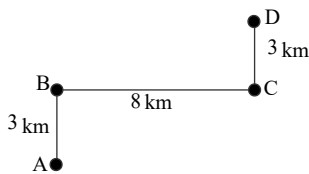


$$\text{جابه‌جایی} = AE$$

$$\text{جابه‌جایی} = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵$$

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{۲۳}{۵} = ۴٫۶$$

۲) متحرکی برای رسیدن از نقطه A تا D مسیری مطابق شکل روبه‌رو را طی می‌کند.



نسبت مسافت به جابه‌جایی متحرک کدام گزینه است؟

$\frac{۵}{۷}$ (۲)

$\frac{۴}{۷}$ (۱)

$\frac{۷}{۵}$ (۴)

$\frac{۷}{۴}$ (۳)

پاسخ: (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{۳km + ۸km + ۳km}{۱۰km} = \frac{۱۴km}{۱۰km} = \frac{۷}{۵}$$

۳) دانش‌آموزی برای رسیدن از خانه به مدرسه، ابتدا ۲۰۰ متر به سمت شمال، سپس

۸۰ متر به سمت شرق و در پایان ۱۴۰ متر به سمت جنوب حرکت می‌کند. اندازه‌ی جابه

جایی این دانش‌آموز در کل حرکت چند متر است؟

۱۰۰ (۴)

۱۱۰ (۳)

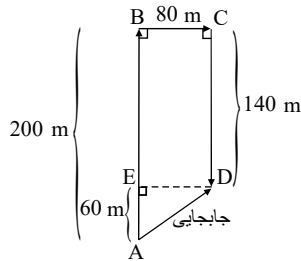
۲۲۰ (۲)

۴۲۰ (۱)



پاسخ: ① ② ③ ④ طبق تعریف، بردار جابه‌جایی، برداری است که مکان ابتدایی متحرک را به مکان نهایی آن متصل می‌کند. بنابراین با توجه به شکل مقابل، داریم:

$$\text{اندازه‌ی جابه‌جایی} = |\vec{AD}| = \sqrt{(\overline{AE})^2 + (\overline{ED})^2}$$



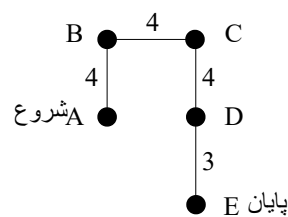
$$\Rightarrow |\vec{AD}| = \sqrt{(200 - 140)^2 + (80)^2}$$

$$\Rightarrow |\vec{AD}| = \sqrt{60^2 + 80^2} = 100 \text{ m}$$

④ برای کدام یک از حرکتهای زیر، اندازه‌ی جابه‌جایی و مسافت طی شده‌ی متحرک همواره با هم برابر هستند؟

- ① اتومبیلی که در اتوبان تهران - قم، از تهران به سمت قم حرکت می‌کند.
- ② دیسکی که توسط یک ورزشکار پرتاب می‌شود.
- ③ شخصی که فاصله‌ی مستقیم بین دو ساختمان را بدون تغییر جهت طی می‌کند.
- ④ گلوله‌ای که در راستای قائم از سطح زمین به طرف بالا پرتاب شده و به سطح زمین باز می‌گردد.

پاسخ: ① ② ③ ④ تنها در گزینه‌ی «۳» متحرک در مسیری مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند. پس جابه‌جایی و مسافت طی شده‌اش با هم برابر هستند.



⑤ مقدار جابه‌جایی و مسافت طی شده در شکل مقابل به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

② ۱۲ و ۵

① ۱۵ و ۵

④ ۱۵ و ۴

③ ۱۵ و ۳

پاسخ: ① ② ③ ④ طبق رابطه‌ی فیثاغورس:

$$\text{جابه‌جایی} (AE)^2 = (AD)^2 + (DE)^2$$

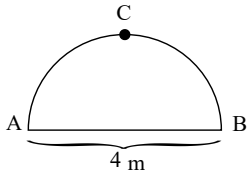
$$(AE)^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow AE = 5 \text{ جابه‌جایی}$$

$$\text{مسافت طی شده: } AB + BC + CD + DE$$

$$= 4 + 4 + 4 + 3 = 15 \text{ مسافت}$$



۶ در شکل زیر مسافت طی شده و جابه‌جایی بین نقاط A و C چقدر است؟ (به ترتیب از راست به چپ)



۲ - ۶,۲۸ (۲)
 $\sqrt{۸} - ۳,۱۴$ (۴)

۴ - ۳,۱۴ (۱)
 $\sqrt{۸} - ۶,۲۸$ (۳)
 پاسخ: (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\text{مسافت طی شده} = \widehat{AC} = \frac{1}{4} \times \text{محیط دایره} = \frac{1}{4} \times \text{قطر} \times ۳,۱۴$$

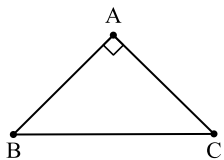
$$\rightarrow \text{مسافت طی شده} = \frac{1}{4} \times ۴ \times ۳,۱۴$$

$$\rightarrow \text{مسافت طی شده} = ۳,۱۴m$$

$$= \overline{AC} \rightarrow \sqrt{(\text{شعاع})^2 + (\text{شعاع})^2} = \sqrt{۲^2 + ۲^2} = \sqrt{۴ + ۴} = \sqrt{۸}m \rightarrow \text{جابه‌جایی} = \sqrt{۸}m$$

جابه‌جایی

۷ متحرکی مطابق شکل از A به B و سپس از B به C می‌رود. اگر $AB = AC = ۲۰m$ باشد، در این صورت در حرکت از A به C نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی برابر است با:



۱ - $\sqrt{۲}$ (۲)

۱ + $\sqrt{۲}$ (۴)

$\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ (۱)

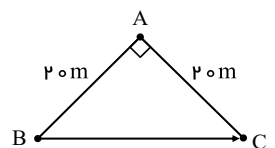
$\sqrt{۲}$ (۳)

پاسخ: (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\text{مسافت طی شده} = AB + BC = ۲۰m + ۲۰\sqrt{۲}m = ۲۰(۱ + \sqrt{۲})m$$

$$\text{در مثلث قائم الزاویه} = BC^2 = AB^2 + AC^2$$

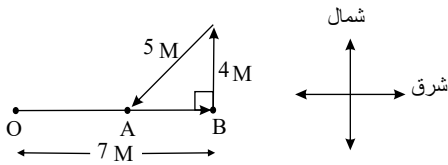
$$BC = ۲۰\sqrt{۲}$$



$$\text{نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی} = \frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{۲۰(۱ + \sqrt{۲})}{۲۰} = ۱ + \sqrt{۲}$$



۸ مطابق شکل زیر، متحرکی از نقطه‌ی O شروع به حرکت می‌کند و ابتدا $7m$ به سمت شرق، سپس $4m$ به سمت شمال و در نهایت $5m$ به طرف جنوب غربی رفته و به نقطه‌ی A می‌رسد. نسبت مسافت طی شده توسط متحرک به اندازه‌ی جابه‌جایی آن در طول این حرکت، کدام است؟



$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$\frac{5}{16} \quad (1)$$

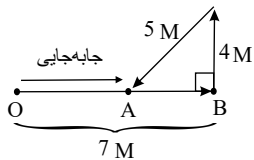
$$\frac{16}{7} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

پاسخ: (۱) (۲) (۳) (۴)

مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$7 + 4 + 5 = 16m$$



برای محاسبه‌ی بزرگی جابه‌جایی یعنی طول بردار \overrightarrow{OA} ، ابتدا با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس طول پاره‌خط \overline{AB} را محاسبه می‌کنیم:

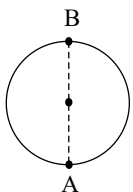
$$(\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2 = (\overline{CA})^2 \Rightarrow (\overline{AB})^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3m$$

در نتیجه بزرگی جابه‌جایی متحرک یعنی اندازه‌ی بردار \overrightarrow{OA} برابر است با:

$$\overline{OA} = \overline{OB} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4m$$

$$\frac{\text{مسافت طی شده توسط متحرک}}{\text{بزرگی جابه‌جایی}} = \frac{16}{4} = 4$$

۹ مطابق شکل زیر، جسمی روی مسیر دایره‌ای به شعاع 3 متر در حال حرکت است و از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B می‌رود. مسافت طی شده و اندازه‌ی جابه‌جایی جسم به ترتیب از راست به چپ بر حسب متر کدام است؟ (خط AB ، قطر دایره است.)



$$6\pi, 3 \quad (4)$$

$$3, 6\pi \quad (3)$$

$$6, 3\pi \quad (2)$$

$$3\pi, 6 \quad (1)$$

پاسخ: (۱) (۲) (۳) (۴) تنها در گزینه‌ی ۳ متحرک در مسیری مستقیم و بدون تغییر جهت حرکت می‌کند. پس جابه‌جایی و مسافت طی شده‌اش با هم برابر هستند.

$$6m = 2R = 2 \times 3 = 6m = \text{جابه‌جایی} \Rightarrow 3\pi(m) = \pi R = \pi \times 3 = 3\pi(m) = \text{نصف محیط دایره} = \text{مسافت پیموده شده}$$



۱۰) گلوله‌ای را از ارتفاع مشخص رها می‌کنیم. این گلوله در هر برخورد به اندازه نصف مسیر پایین آمدن، بالا می‌آید. اگر گلوله حداکثر دو بار با زمین برخورد کند، نسبت جابه‌جایی به مسافت طی شده در این حرکت چه قدر خواهد بود؟ (فرض کنیم پایان مسیر، حداکثر ارتفاع در آخرین بازگشت از زمین باشد و گلوله جابه‌جایی افقی نداشته باشد).

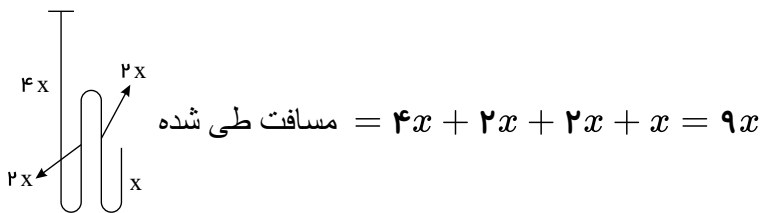
$$\frac{1}{5} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۱)}$$

پاسخ: ۱ (۲) ۳ (۴) اگر ارتفاع اولیه گلوله را $4x$ فرض کنیم داریم:



$$\text{جابه‌جایی} = 4x - x = 3x$$

$$\text{نسبت مورد نظر} = \frac{3x}{9x} = \frac{1}{3}$$

۱۱) گلوله‌ای را از ارتفاع مشخصی رها می‌کنیم. این گلوله در هر برخورد با زمین به اندازه نیمی از مسیر پایین آمدن بالا می‌آید. اگر فرض کنیم آزمایش A شامل یکبار برخورد و آزمایش B شامل سه بار برخورد گلوله با زمین باشد، نسبت جابه‌جایی به مسافت طی شده توسط گلوله در آزمایش A نسبت به آزمایش B چه تغییری کرده است؟ (فرض کنیم پایان مسیر، حداکثر ارتفاع در آخرین برگشت از زمین باشد).

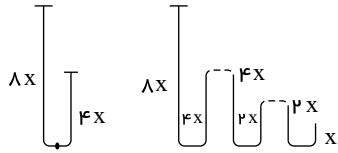
۱) افزایش یافته است.

۲) کاهش یافته است.

۳) تغییر نکرده است.

۴) با توجه به شرایط آزمایش‌ها، هر سه مورد امکان‌پذیر است.

پاسخ: ۱ (۲) ۳ (۴) اگر فرض کنیم گلوله پس از برخورد با زمین به صورت زیر در بیاید داریم:



یک بار برخورد

آزمایش A:

$$\text{مسافت طی شده} = 8x + 4x = 12x$$

$$\text{جابه‌جایی} = 4x$$

$$\Rightarrow \text{نسبت موردنظر} = \frac{4x}{12x} = \frac{1}{3}$$

آزمایش B:

$$\text{مسافت طی شده} = 8x + 4x + 4x + 2x + 2x + x = 21x$$

$$\text{جابه‌جایی} = 7x$$

$$\Rightarrow \text{نسبت موردنظر} = \frac{7x}{21x} = \frac{1}{3}$$

می‌توان اثبات کرد که پس از هر چند بار برخورد گلوله با زمین (که با شرایط ذکر شده در صورت سؤال) نسبت موردنظر $\frac{1}{3}$ است. پس نسبت موردنظر تغییری نکرده است.

۱۲) کدامیک از گزینه‌های زیر درست است؟

- ۱) مسافت طی شده همواره از جابه‌جایی بزرگ‌تر است.
- ۲) مسافت طی شده همواره با جابه‌جایی برابر است.
- ۳) مسافت طی شده همواره بزرگ‌تر یا مساوی جابه‌جایی است.
- ۴) مسافت طی شده همواره از جابه‌جایی کوچک‌تر است.

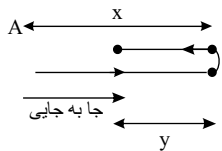
پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴) اگر مسیر حرکت از نقطه شروع به نقطه پایان، روی یک مسیر مستقیم و حرکت بدون تغییر جهت باشد، اندازه بردار جابه‌جایی (یا همان جابه‌جایی) با مسافت طی شده، برابر است. در غیراین صورت از آنجائی که کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه، پاره‌خط واصل آن نقاط است، مسافت طی شده بزرگ‌تر از جابه‌جایی خواهد بود. در نتیجه گزینه «۳» درست است.



۱۳ جسمی در مسیری مستقیم از غرب به شرق حرکت می‌کند و هنگامی که به انتهای مسیر می‌رسد، روی همان مسیر برمی‌گردد و قبل از رسیدن به نقطه آغاز حرکت، در نقطه‌ای می‌ایستد. اگر در این حرکت نسبت مسافت طی شده به اندازه بردار جابه‌جایی برابر ۳ باشد، در این صورت مسافتی که جسم در مسیر برگشت طی می‌کند چند برابر مسافتی است که در مسیر رفت طی کرده است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{6}$

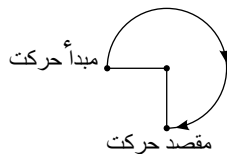
پاسخ: ① ② ③ ④ اگر طول مسیر رفت را x و طول مسیر برگشت را y در نظر بگیریم، داریم:



$$\text{مسافت طی شده} = x + y$$

$$\text{جابه‌جایی} = x - y$$

$$\Rightarrow \frac{x + y}{x - y} = 3 \Rightarrow x + y = 3x - 3y \Rightarrow 2x = 4y \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{2}$$



۱۴ مطابق شکل زیر، متحرکی $\frac{3}{4}$ مسیر دایره‌ای را پیموده است. بردار

جابه‌جایی این متحرک براساس شکل زیر کدام است؟

- ① ② ③ ④

پاسخ: ① ② ③ ④ بردار جابه‌جایی، برداری است که نقطه ابتدایی مسیر را به نقطه انتهایی آن وصل می‌کند. در این مسیر، گزینه «۲» بردار جابه‌جایی حرکت را به درستی نشان می‌دهد.

۱۵ متحرکی قسمتی از مسیر دایره‌ای شکل را به گونه‌ای می‌پیماید که درست در نقطه مقابل شروع حرکت خود قرار می‌گیرد. در این حالت مسافت پیموده شده توسط متحرک برابر با و جابه‌جایی آن برابر با است؟

- ① محیط نیم‌دایره - قطر دایره ② محیط دایره - قطر دایره
③ محیط نیم‌دایره - شعاع دایره ④ محیط دایره - شعاع دایره

پاسخ: ① ② ③ ④

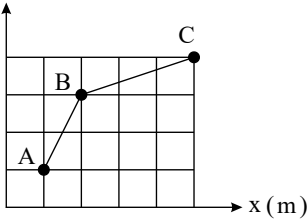
طبق تعریف، مسافت پیموده شده برابر است با تمام مسیری که متحرک از مبدأ پیموده تا به مقصد برسد، ولی جابه‌جایی به فاصله مستقیم بین مبدأ تا مقصد می‌گویند.





۱۶) متحرکی مطابق نمودار زیر، مسیر ABC را طی می‌کند. در این حرکت، اندازه جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک به ترتیب از راست به چپ چند متر است؟

y (m)



(هر قسمت از محور مختصات معادل ۱ متر است.)

$$\sqrt{5} + \sqrt{10}, 5 \quad \text{②}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{10}, 2 \quad \text{①}$$

$$\sqrt{10}, 2 \quad \text{④}$$

$$\sqrt{10}, 5 \quad \text{③}$$

پاسخ: ① ② ③ ④ مسافت طی‌شده توسط متحرک مجموع مسافت‌های AB و BC است. بنابراین داریم:

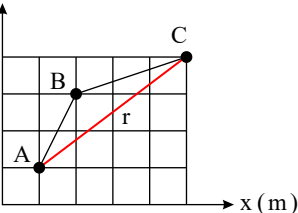
$$AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}m$$

$$BC = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}m$$

$$\text{کل مسافت طی‌شده} = \sqrt{5} + \sqrt{10}m$$

اندازه جابه‌جایی این متحرک در این مسیر برابر است با اندازه برداری که نقطه A را به C وصل می‌کند.

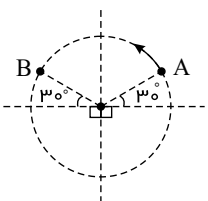
y (m)



$$r \text{ اندازه} = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1+3)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5m$$

۱۷) متحرکی مطابق شکل زیر، روی یک مسیر دایره‌ای از نقطه A روی محیط دایره در جهت مشخص شده شروع به حرکت کرده و در نقطه B می‌ایستد. مسافت طی‌شده متحرک در این جابه‌جایی چند متر است؟ در ادامه حرکت پس از طی چه زاویه‌ای، حداکثر جابه‌جایی را در کل مسیر خواهد داشت؟ (به ترتیب از راست به چپ) (شعاع

دایره = ۱۰ متر و $\pi = 3$)



$$30^\circ, 17 \quad \text{②}$$

$$60^\circ, 20 \quad \text{①}$$

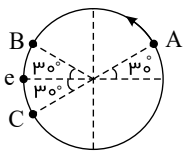
$$240^\circ, 20 \quad \text{④}$$

$$60^\circ, 17 \quad \text{③}$$

پاسخ: ① ② ③ ④ با توجه به طی کردن 120° توسط متحرک روی محیط دایره، مسافت طی‌شده این متحرک در



جابه‌جایی A تا B برابر است با:



$$\text{مسافت طی شده از } A \text{ تا } B = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \text{محیط دایره} = \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times 3 \times 10 = 20m$$

زمانی متحرک بیش‌ترین جابه‌جایی را خواهد داشت که متحرک مسیر نیم‌دایره را طی کرده باشد. بنابراین باید فاصله B تا C (معادل 60°) را طی کند تا حداکثر مقدار جابه‌جایی یعنی 20 متر را داشته باشد.

۱۸ دونده‌ای روی زمین دایره‌ای شکل با مساحت $81\pi(m^2)$ می‌دود. هنگامی که دونده نصف محیط دایره را طی کرده است، نسبت مسافت پیموده شده توسط دونده به جابه‌جایی آن کدام است؟

- ① π ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ 9

پاسخ: ① ② ③ ④

$$\text{مساحت دایره } (r \text{ شعاع دایره است}) = \pi r^2 \Rightarrow 81\pi = \pi r^2$$

$$\Rightarrow r^2 = 81 \Rightarrow r = 9m$$

هنگامی که دونده نیمی از محیط دایره را طی می‌کند، داریم:

$$\text{مسافت طی شده} = \pi r = 9\pi m$$

با توجه به شکل، اندازه جابه‌جایی برابر با قطر دایره است:

$$\text{جابه‌جایی} = 2r = 2 \times 9 = 18cm$$

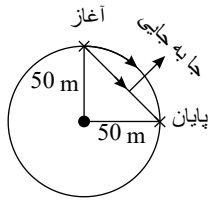
$$\frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}} = \frac{9\pi}{18} = \frac{\pi}{2}$$

۱۹ دونده‌ای به دور یک میدان دایره‌ای شکل به شعاع $50m$ در حال دویدن است.

مسافت طی شده و جابه‌جایی او زمانی که $\frac{1}{4}$ دور محیط میدان را طی کرده، به ترتیب از

راست به چپ چند متر است؟ ($\pi \simeq 3$)

- ① $50, 75$ ② $300, 50\sqrt{2}$ ③ $100, 75$ ④ $50\sqrt{2}, 75$



پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴ به شکل دقت کنید. جابه‌جایی فاصله مستقیم میان نقطهٔ ابتدا و انتهای حرکت است. برای به دست آوردن این فاصله از رابطهٔ فیثاغورس استفاده می‌کنیم.

$$\text{جابه‌جایی} = \sqrt{50^2 + 50^2} = \sqrt{2 \times 50^2} = 50\sqrt{2}m$$

اما برای به دست آوردن مسافت پیموده شده ابتدا محیط میدان را محاسبه کرده و سپس آن را بر ۴ تقسیم می‌کنیم. داریم:

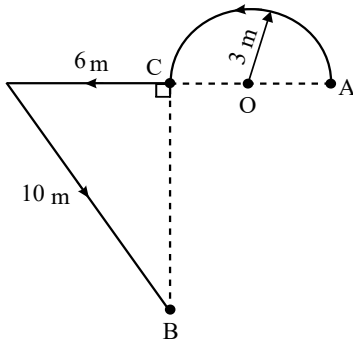
$$\text{مسافت طی شده} = \frac{\text{محیط}}{4} = \frac{2 \times \pi \times 50}{4} = \frac{2 \times 3 \times 50}{4} = 75m$$

پس گزینهٔ «۴» درست است.

۲۰ مسیر طی شده توسط اتومبیلی از A تا B به صورت زیر است. اختلاف مسافت

طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی اتومبیل طی این مسیر چند متر است؟ ($\pi = 3$) و کمان AC

نیم‌دایره است.)



۱ صفر

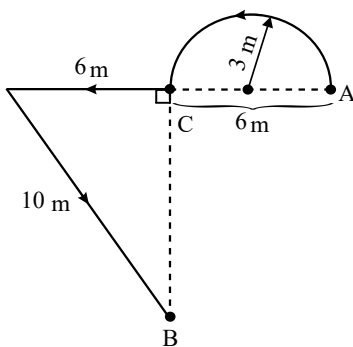
۲ ۵

۳ ۱۰

۴ ۱۵

پاسخ: ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{مسافت طی شده} = 3 \times \pi + 6 + 10 = 25m$$



\overline{BC} طبق فیثاغورس برابر است با:

$$\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8m$$

\overline{AB} طبق فیثاغورس برابر است با:

$$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10m$$

اختلاف مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی برابر است با:



$$25 - 10 = 15m$$