۱ به سؤال‌های زیر پاسخ کوتاه دهید.

پاسخ:

الف در حرکت هماهنگ سادهٔ سامانهٔ جرم – فنر، کدام انرژی در نقاط بازگشتی به بیشینهٔ مقدار خود می‌رسد؟

پاسخ: انرژی پتانسیل

۲ انرژی پتانسیل نوسانگر، در وسط مسیر نوسان (نقطهٔ تعادل) چقدر است؟

پاسخ: صفر

۳ معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x = ۰/۰۲ \cos ۱۰\pi t$ است.

الف) بیشینهٔ تندی این نوسانگر چقدر است؟ $(\pi \simeq ۳)$

ب) در چه زمانی پس از لحظهٔ صفر برای نخستین بار انرژی پتانسیل نوسانگر بیشینه است؟

الف) $v_{max} = A\omega \rightarrow v_{max} = ۰/۰۲ \times ۱۰ \times ۳ \Rightarrow v_{max} = ۰/۶ m/s$

ب) $x = -A \rightarrow \cos ۱۰\pi t = -۱ \Rightarrow t = ۰/۱ s$

۴ معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x = ۰/۰۵ \cos ۵\pi t$ است. در چه لحظه‌ای پس از زمان صفر، برای دومین بار انرژی جنبشی آن بیشینه می‌شود؟

انرژی جنبشی اولین بار در $\frac{T}{۴}$ و دومین بار در $\frac{۳T}{۴}$ بیشینه می‌شود.

$$T = \frac{۲\pi}{\omega} \rightarrow T = \frac{۲\pi}{۵\pi} = ۰/۴ s$$

$$t = \frac{۳T}{۴} \rightarrow t = ۰/۳ s$$

۵ به پرسش‌های زیر در مورد حرکت هماهنگ ساده، پاسخ کوتاه دهید.

پاسخ:

الف انرژی جنبشی نوسانگر در دو انتهای مسیر چقدر است؟

پاسخ: صفر

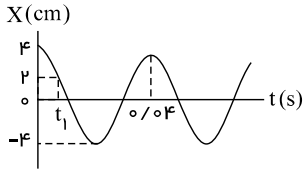
۶ معادلهٔ مکان ـ زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده در SI به‌صورت $x = ۰/۲ \cos ۲۰\pi t$ است.

پاسخ:

الف اگر جرم نوسانگر $۲۰g$ باشد، انرژی مکانیکی آن چند ژول است؟ ($\pi^۲ = ۱۰$, $\cos\frac{\pi}{۳} = \frac{۱}{۲}$)

$$E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ \Rightarrow E = \frac{۱}{۲} \times ۰/۰۲ \times ۴۰۰\pi^۲ \times ۰/۰۴ \Rightarrow E = ۱/۶J$$

۷ در شکل زیر نمودار مکان – زمان نوسانگر هماهنگ سادهٔ جرم – فنری با دورهٔ $۰/۰۴s$ و دامنهٔ نوسان $۴cm$ نشان داده شده است. اگر ثابت فنر این نوسانگر $۶۰N/m$ باشد؛



پاسخ:

الف انرژی مکانیکی این نوسانگر چند ژول است؟

$$E = \frac{۱}{۲}kA^۲ \rightarrow E = \frac{۱}{۲} \times (۶۰) \times (۰/۰۴)^۲ \rightarrow E = ۴/۸ \times ۱۰^{-۲}J$$

۸ برای هریک از سؤالات زیر گزینهٔ درست را انتخاب کنید و در پاسخ‌نامه بنویسید.

پاسخ:

الف انرژی مکانیکی سامانهٔ جرم – فنر با کدام‌یک از عوامل زیر متناسب نیست؟

(۱) مربع دامنهٔ نوسان (۲) مربع ثابت فنر (۳) مربع بسامد زاویه‌ای

پاسخ: گزینهٔ (۲)

۹ یک فنر روی سطح افقی (بدون اصطکاک) به وزنه‌ای ۲۰۰ گرمی متصل است و حرکت هماهنگ ساده، با دامنهٔ $۵cm$ و بسامد زاویه‌ای $۲۰\frac{rad}{s}$ انجام می‌دهد. انرژی مکانیکی این نوسانگر چند ژول است؟

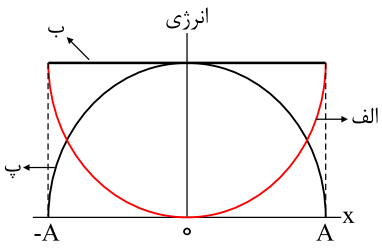
$$E = \frac{۱}{۲}mw^۲A^۲ \qquad E = \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times (۲۰^۲ \times ۰/۰۵^۲) \qquad E = ۰/۱J$$

۱۰ انرژی مکانیکی یک نوسانگر وزنه ـ فنر که روی سطح افقی بدون اصطکاکی در حال نوسان است برابر $۱۰J$ و جرم وزنهٔ این نوسانگر $۰/۴kg$ است. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی پتانسیل آن است، تندی حرکت نوسانگر چند $\frac{m}{s}$ است؟

پاسخ:

$$E = K + U \qquad E = ۲k = ۲(\frac{۱}{۲} \times mv^۲) \qquad ۱۰ = ۲(\frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times v^۲) \qquad v = ۵\frac{m}{s}$$

۱۱ شکل زیر، نمودار تبدیل انرژی در حین حرکت هماهنگ سادهٔ یک سامانهٔ جرم ـ فنر روی سطح افقی (بدون اصطکاک) را نشان می‌دهد.



نام هریک از انرژی‌های ((الف، ب و پ)) را در پاسخ‌نامه بنویسید.

پاسخ: الف) انرژی پتانسیل ب) انرژی کل (انرژی مکانیکی) ج) انرژی جنبشی

۱۲ نوسانگری به انتهای فنر سبکی با ثابت $۱۰۰ N/m$ بسته شده و با دامنهٔ $۴cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. انرژی جنبشی آن در لحظه‌ای که از مبدأ نوسان می‌گذرد چند ژول است؟

۱) ۰٫۰۶ ۲) ۰٫۰۸ ۳) ۰٫۱۲ ۴) ۰٫۱۶

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ در لحظهٔ عبور از مبدأ نوسان سرعت ماکزیمم می‌باشد. در نتیجه انرژی جنبشی نیز ماکزیمم خواهد بود. در این صورت، انرژی مکانیکی با انرژی جنبشی در لحظهٔ عبور از مرکز تعادل، برابر است.

$$E = \frac{۱}{۲}m\omega^۲A^۲ = \frac{۱}{۲} \times kA^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰(۰٫۰۴)^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰ \times ۰٫۰۰۱۶$$

$$E = ۰٫۰۸J$$

۱۳ در حرکت نوسانی هماهنگ ساده، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسان کننده بیشینه است، اندازهٔ کدام کمیت ها بیشینه است؟

۱) مکان ـ شتاب ـ نیرو ۲) نیرو ـ انرژی کل ـ سرعت
۳) شتاب ـ سرعت ـ انرژی جنبشی ۴) سرعت ـ انرژی جنبشی ـ مکان

پاسخ: ۱ ۴ ۳ ۲ در دو انتهای مسیر چون جابه‌جایی از وضع تعادل(x) بیشینه است، پس نیرو $(F = kx)$ ، شتاب $(a = -\omega^۲x)$ و انرژی پتانسیل $(U = \frac{۱}{۲}kx^۲)$ هر سه بیشینه هستند.

۱۴ نوسانگری به جرم $۲۰۰ g$ به انتهای فنری که ثابت آن $k = ۲۰\frac{N}{m}$ است، بسته شده و روی سطح افقی روی پاره‌خطی به طول $۱۰ cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل آن ۴ میلی‌ژول است، چند میلی‌ژول می‌شود؟

۱) ۴ ۲) ۱۰ ۳) ۲۱ ۴) ۲۵

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱

با استفاده از رابطهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر می‌توان نوشت: (دقت کنید که دامنهٔ نوسان ۵ سانتی‌متر است.)

$$E = \frac{۱}{۲}kA^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۲۰ \times (۰٫۰۵)^۲ \rightarrow E = ۲۵ \times ۱۰^{-۳}J = ۲۵mJ$$

حال برای پیدا کردن انرژی جنبشی در لحظهٔ مورد نظر داریم:

$$E = U + K \rightarrow K = E - U = ۲۵ - ۴ \rightarrow K = ۲۱mJ$$

۱۵ انرژی مکانیکی نوسانگری به جرم $۱۰۰g$ برابر $۲۰mJ$ است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر $۱۵mJ$ است، بزرگی سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) $۱۰\sqrt{۱۰}$ ۲) $۲۰\sqrt{۱۰}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲۰}$

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** برای محاسبهٔ سرعت متحرک ابتدا با استفاده از رابطهٔ $E=U+K$، انرژی جنبشی (K) نوسانگر را به‌دست می‌آوریم سپس با استفاده از رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ سرعت نوسانگر را به‌دست می‌آوریم.

$$E=U+K \xrightarrow[U=۱۵mJ]{E=۲۰mJ} ۲۰=۱۵+K \Rightarrow K=۵mJ$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۵\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times v^۲ \Rightarrow v^۲=۰/۱ \Rightarrow v=\frac{۱}{\sqrt{۱۰}}\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{\times۱۰۰} v=\frac{۱۰۰}{\sqrt{۱۰}}(\frac{cm}{s})=۱۰\sqrt{۱۰}\frac{cm}{s}$$

۱۶ نوسانگری به جرم $۱۰۰g$ به انتهای فنری که ثابت آن $۴۰N/m$ است، بسته شده است و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر انرژی مکانیکی نوسانگر $۸mJ$ باشد، لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر برابر انرژی پتانسیل کشسانی آن است، سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۵}$ ۳) $۱۰\sqrt{۲}$ ۴) $۲۰\sqrt{۲}$

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ وقتی انرژی جنبشی و پتانسیل با هم برابرند، سهم هر یک از انرژی مکانیکی، فقط نیمی از آن است. یعنی:

$$K=U=\frac{E}{۲} \Rightarrow K=۴mJ=۴\times۱۰^{-۳}J$$

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times۰/۱\times v^۲ \Rightarrow v^۲=۸\times۱۰^{-۲} \Rightarrow v=۲\sqrt{۲}\times۱۰^{-۱} \Rightarrow v=\frac{\sqrt{۲}}{۵}\ m/s$$

۱۷ جسمی به جرم $۱۰۰g$ به فنری متصل است و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر $۰/۸mJ$ باشد، لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر $۰/۴mJ$ است، سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه می‌شود؟

۱) ۲ ۲) $۴\sqrt{۵}$ ۳) ۴ ۴) $۴\sqrt{۱۰}$

پاسخ: ۴ ۳ **۲** ۱ بیشینهٔ انرژی جنبشی نوسانگر، همان انرژی مکانیکی آن است، بنابراین داریم:

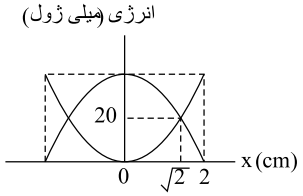
$$m=۱۰۰g=\frac{۱}{۱۰}kg \text{ و } K_{max}=E=۰/۸mJ=۸\times۱۰^{-۴}J \text{ و } U=۴\times۱۰^{-۴}J \ V=?\frac{cm}{s}$$

$$E = U + K \Rightarrow K = E - U = (۸ \times ۱۰^{-۴}) - (۴ \times ۱۰^{-۴}) = ۴ \times ۱۰^{-۴} J \Rightarrow \frac{۱}{۲} m v^{۲} = ۴ \times ۱۰^{-۴}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۱۰} \times v^{۲} = ۴ \times ۱۰^{-۴} \Rightarrow v^{۲} = ۸۰ \times ۱۰^{-۴}$$

$$v = \sqrt{۸۰} \times ۱۰^{-۲} \frac{m}{s} \Rightarrow v = \sqrt{۱۶ \times ۵} \times ۱۰^{-۲} \frac{m}{s} = ۴\sqrt{۵} \frac{cm}{s}$$

۱۸ شکل زیر، نمودار تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل سامانهٔ جرم- فنری را برحسب مکان نشان می‌دهد. اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد که انرژی جنبشی نوسانگر از صفر به $۴۰mJ$ برسد برابر $۰/۰۵s$ باشد، بزرگی سرعت نوسانگر در لحظهٔ عبور از مکان $x = ۰$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{\pi}{۵}$
۲) $\frac{\pi}{۱۰}$
۳) ۲π
۴) ۱۰π

پاسخ: ۴ ۳ ۲ **۱** گام (۱): می‌دانیم بزرگی سرعت نوسانگر ساده در لحظهٔ عبور از مرکز نوسان (در این تست $x = ۰$) بیشینه و مقدار آن برابر $A\omega$ است. (A دامنه و ω برابر بسامد زاویه‌ای است: $\omega = \frac{۲\pi}{T}$). در مرکز نوسان انرژی پتانسیل کشسانی صفر و انرژی مکانیکی: $E = K_{max}$

گام (۲): در محل تقاطع دو نمودار $K - x$ و $U - x$، انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر باهم برابر هستند. این مکان‌ها $x = \pm \frac{\sqrt{۲}}{۲} A$ می‌باشند. با توجه به شکل داده شده:

$$x = \sqrt{۲} cm \ (= \frac{\sqrt{۲}}{۲} A) \Rightarrow U = K = ۲۰mJ = ۰/۰۲ = \frac{۱}{۲} E \Rightarrow E = ۰/۰۴J$$

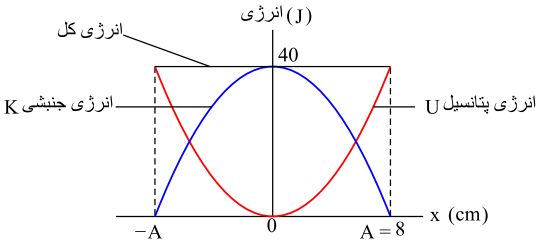
گام (۳): هنگامی که نوسانگر بدون تغییر جهت از $x = +A$ یا $x = -A$ به $x = ۰$ می‌رود (در مدت زمان $\frac{T}{۴}$) انرژی جنبشی آن از صفر به مقدار بیشینه‌اش که در این تست برابر $E = K_{max} = ۴۰mJ = ۰/۰۴J$ است (در مرکز نوسان) می‌رسد. پس:

$$\frac{T}{۴} = ۰/۰۵s \Rightarrow T = ۰/۲s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۲} = ۱۰\pi \frac{rad}{s}$$

گام (۴): محاسبهٔ $|v_{max}|$:

$$|v_{max}| = A\omega = \frac{۲}{۱۰۰} \times ۱۰\pi = \frac{\pi}{۵} \frac{m}{s}$$

۱۹ نمودار تغییرات انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسان‌کننده به جرم ۵۰۰ گرم که در راستای محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، به‌صورت شکل زیر است. بسامد نوسان چند هرتز است؟ $(\pi = \sqrt{۱۰})$



۱) ۵۰
۲) ۴۰
۳) ۲۵
۴) ۱۰

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به نمودار مقادیر E و A را مشخص کرده و پس از آن بسامد نوسان را محاسبه می‌کنیم.

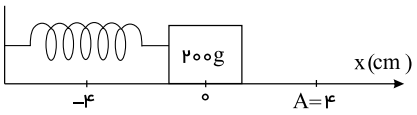
$$E = ۴۰J \ , \ A = ۸cm = \frac{۸}{۱۰۰}, m = ۵۰۰g = ۰/۵kg$$

$$E = K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_m^۲ = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ = \frac{۱}{۲}mA^۲(۲\pi f)^۲$$

$$\rightarrow E = ۲m\pi^۲A^۲f^۲ \rightarrow ۴۰ = ۲(۰/۵)(۱۰)(\frac{۸}{۱۰۰})^۲ \times f^۲$$

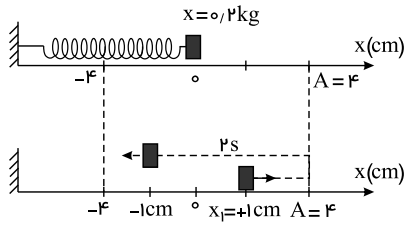
$$\rightarrow ۴۰ = \frac{۶۴}{۱۰۰۰}f^۲ \rightarrow f^۲ = \frac{۴۰۰۰۰}{۶۴} \rightarrow \boxed{f = \frac{۲۰۰}{۸} = ۲۵Hz}$$

۲۰ مطابق شکل زیر، نوسانگری روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $x_۱ = ۱cm$ در جهت مثبت محور x عبور کند و به مکان $x_۲ = -۱cm$ برسد، برابر ۲ ثانیه باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر چند میلی‌ژول است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



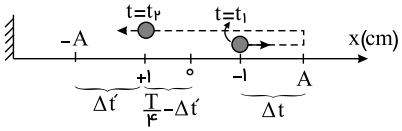
۱) ۰/۱
۲) ۰/۲
۳) ۰/۴
۴) ۰/۸

پاسخ: ۴ ۳ ۲ ۱



گام اول: نکتهٔ بسیار مهم در حل این تست این است که مکان $x_۱$ یک مکان نامشخص است $\frac{x_۱}{A} = \frac{۱}{۴} \rightarrow x_۱ = \frac{A}{۴}$ (یعنی جزو مکان‌های شاخصِ (طلایی)) $\pm\frac{A}{۲}$ و $\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و $\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ نمی‌باشد. به خاطر داشته باشیم در این‌گونه تست به‌ناچار، اختلاف‌ها مد نظر خواهد بود. مثل اختلاف زمان (قدیم‌ها: اختلاف فاز $\Delta\varnothing$ و...)

نگاه کنید:



کاملاً مشخص است به دلیل تقارن: $[\Delta t' = \Delta t]$ بنابراین:

$$t_۲ - t_۱ = \Delta t + \frac{T}{۴} + (\frac{T}{۴} - \Delta t') \xrightarrow{\Delta t' = \Delta t} t_۲ - t_۱ = \frac{T}{۲}$$

گام دوم:

$$\Delta t = ۲s \Rightarrow \frac{T}{۲} = ۲s \Rightarrow T = ۴s$$

گام سوم:

$$[\text{انرژی مکانیکی نوسانگر ساده}] \rightarrow E = K_{max} = \frac{۱}{۲} m v_{max}^{۲} = ۲m\pi^{۲} A^{۲} f^{۲}$$

$$f = \frac{۱}{T} = \frac{۱}{۴} Hz \ , \ \pi^{۲} = ۱۰ \ , \ m = ۲۰۰g = \frac{۱}{۵} kg \ , \ A = \frac{۴}{۱۰۰} m$$

$$\rightarrow E = ۲(\frac{۱}{۵})(۱۰)(۴ \times ۱۰^{-۲})^{۲}(\frac{۱}{۴})^{۲} = (۴)(۱۰^{-۴}) = ۰/۴ \times ۱۰^{-۳} J = ۰/۴ mJ$$

تذکر: به طور کلی، حداقل مدت زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از مکان $x_۱$ با سرعت $-v_۱$ عبور کند تا به مکان $-x_۱$ و سرعت $-v_۱$ برسد $\Delta t = \frac{T}{۲}$ است.