ریاضی و آمار (۳)

گام به گام فصل ۲

علی هاشمی

۱۰. **محاسبهٔ جذر اعداد در تمدن بابل ـ** با نوشتن جملات دنبالهٔ بازگشتی زیر می‌توانیم به طرز شگفت‌انگیزی به جذر عدد k یعنی $\sqrt{k}$ نزدیک شویم.

$$a_{n+1}=\frac{1}{2}\left(a_n+\frac{k}{a_n}\right) \qquad a_1=k$$

این روش منسوب به تمدن بابل (واقع در شرق ایران و در بین‌النهرین) است.

به کمک دنبالهٔ بازگشتی بالا، اگر a_3 را تقریبی برای $\sqrt{k}$ در نظر بگیریم، حاصل اعداد زیر را مشخص کنید.

الف) $\sqrt{2}$ ب) $\sqrt{3}$ ج) $\sqrt{5}$

$a_1=k=2$

آیا این روش مزیتی بر استفاده از ماشین حساب دارد؟ چرا؟

$n=1 \longrightarrow a_2=\frac{1}{2}\left(a_1+\frac{k}{a_1}\right)=\frac{1}{2}\left(2+\frac{2}{2}\right)=\frac{3}{2}$

$a_3=1/41=\sqrt{2}$

$n=2 \longrightarrow a_3=\frac{1}{2}\left(a_2+\frac{k}{a_2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{\frac{3}{2}}\right)=\frac{17}{12}=1/41$

$a_۱ = k = ۳$ $\qquad a_{n+۱} = \frac{۱}{۲}\left(a_n + \frac{k}{a_n}\right)$

$n = ۱ \longrightarrow a_۲ = \frac{۱}{۲}\left(۳ + \frac{۳}{۳}\right) = ۲$

$n = ۲ \longrightarrow a_۳ = \sqrt{k} = \sqrt{۳} = \frac{۱}{۲}\left(۲ + \frac{۳}{۲}\right) = \frac{۷}{۴} = ۱{,}۷۵ = \sqrt{۳}$

$a_۱ = k = ۵$

$n = ۱ \longrightarrow a_۲ = \frac{۱}{۲}\left(۵ + \frac{۵}{۵}\right) = ۳$

$n = ۲ \longrightarrow a_۳ = \frac{۱}{۲}\left(۳ + \frac{۵}{۳}\right) = \frac{۱۴}{۶} \simeq ۲{,}۳۳ = \sqrt{۵}$