

ریاضی و آمار (۳)

گام به گام فصل ۲

علی هاشمی

۱. برای محاسبه قبض آب^۱ (آب بها) هر واحد مسکونی در شهر تهران ابتدا میانگین مصرف هر واحد مسکونی محاسبه می شود و بر اساس آن «طبقه مصرفی» واحد مسکونی با توجه به «جدول ۱» تعیین می گردد. آنگاه به کمک رابطه زیر، آب بها محاسبه می شود:

هزینه هر متر مکعب با توجه به طبقه مصرف $\times$ میانگین مصرف = آب بها^۱

جدول ۱. محاسبه آب بها بر اساس طبقات مصرف در استان تهران

هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)
۸/۴۹۶	$25 \leq x < 30$
۱۱/۵۸۰	$30 \leq x < 35$
۱۵/۴۴۴	$35 \leq x < 40$
۳۳/۴۶۲	$40 \leq x < 50$
۶۶/۹۲۴	$x \geq 50$

هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)
۱/۴۱۹	$0 \leq x < 5$
۲/۱۲۳	$5 \leq x < 10$
۲/۸۲۷	$10 \leq x < 15$
۳/۷۰۳	$15 \leq x < 20$
۵/۴۰۰	$20 \leq x < 25$

الف) نمودار «طبقه مصرف - آب بها» جدول بالا را رسم کنید و ضابطه و دامنه و برد تابع را به دست آورید.

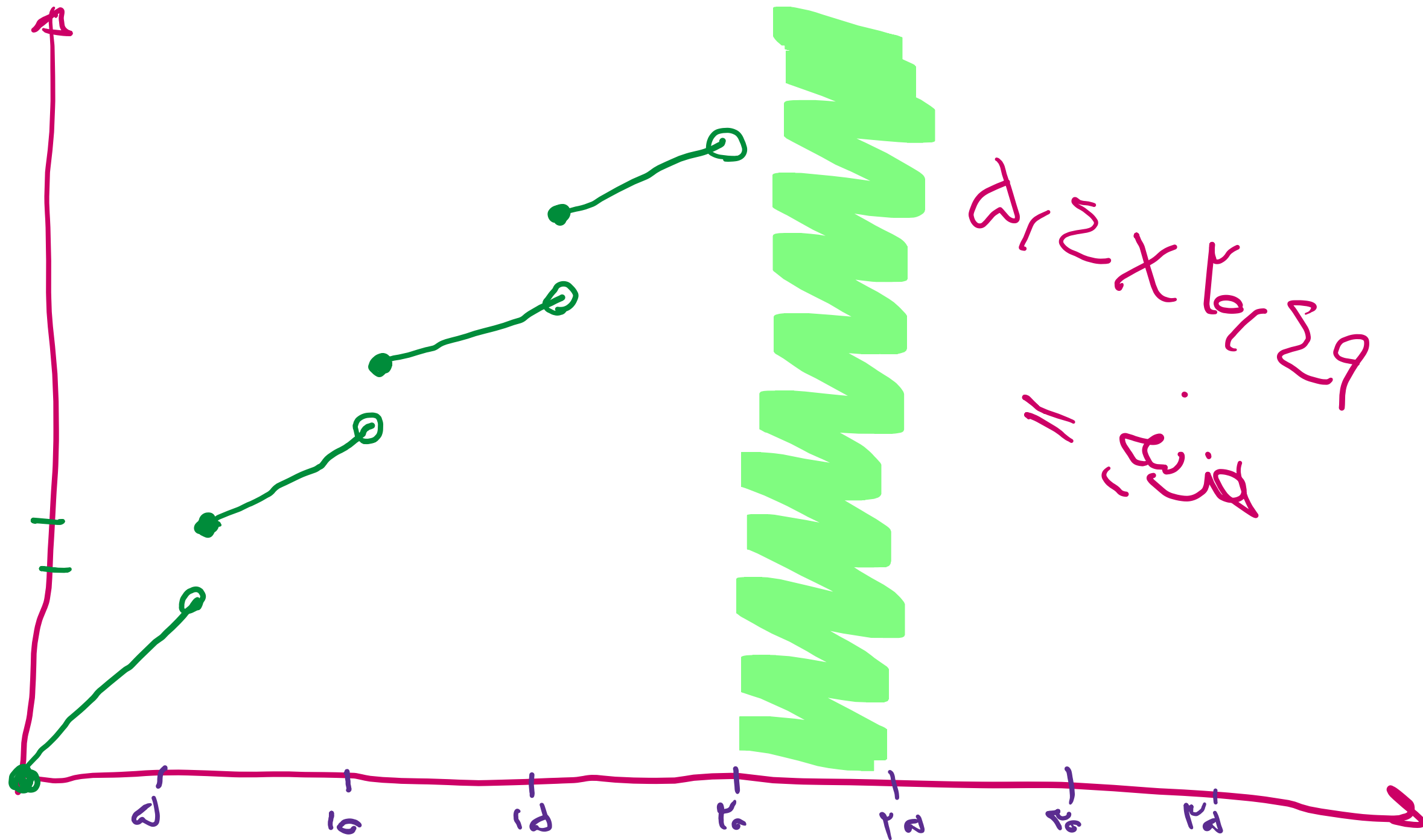
ب) اگر میانگین مصرف یک واحد مسکونی^۲ در تهران در یک ماه $20/49 m^3$ باشد، سطح زیر منحنی نمودار چه تابعی، آب بها را مشخص می کند؟

۶۴، ۹۲۴

$x \geq 50$

$$D_f = [0, +\infty)$$

$$R_f = [0, 5 \times 1,419) \cup [1, 123 \times 5, 1, 123 \times 15) \cup \dots$$



۲. اگر تابع f مدل ریاضی هر کدام از مسائل زیر باشد، دامنه هر کدام از آنها را مشخص کنید.

الف) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر

ب) میزان استفاده دانش آموزان یک مدرسه از اینترنت در هر ساعت

ج) حجم مکعبی به ضلع x

د) تغییرات سطح دریاچه ارومیه در بیست سال اخیر

ه) میزان مصرف ماهیانه آب در یک واحد مسکونی

☐ $\mathbb{N}$

☒ $\mathbb{R}^+$

☒ $\mathbb{N}$

☐ $\mathbb{R}$

☐ $\mathbb{N}$

☒ $\mathbb{R}^+$

☒ $\mathbb{N}$

☐ $\mathbb{R}$

☒ $\mathbb{N}$

☐ $\mathbb{R}$

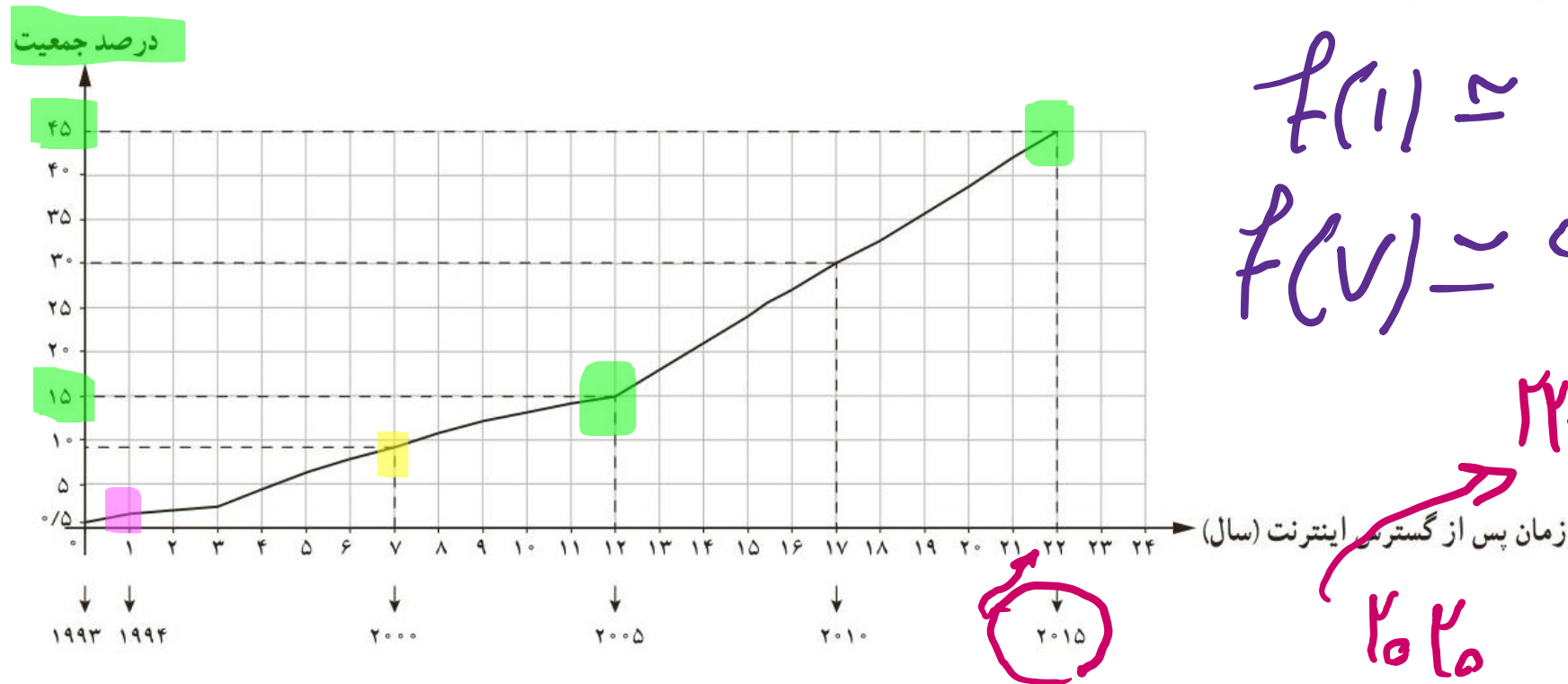
ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۳. نمودار زیر درصد جمعیتی از سراسر جهان را نشان می‌دهد که از ۱۹۹۳ که سال گسترش اینترنت در دنیاست، از اینترنت استفاده کرده‌اند:

الف) اگر $f(n)$ درصد استفاده‌کنندگان از اینترنت در جهان، n سال پس از گسترش اینترنت باشد، به کمک نمودار داده شده مقادیر $f(1)$ و $f(7)$ را مشخص کنید و معنای آن را توضیح دهید.

ب) با توجه به مدل خطی استفاده‌کنندگان از اینترنت از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۵، با به دست آوردن ضابطه تابع خطی، در سال ۲۰۲۰ درصد استفاده‌کنندگان از اینترنت در جهان چقدر خواهد بود؟



$$f(1) \approx 1\%$$

$$f(7) \approx 9\%$$

$$12 + 5 = 17$$

$$10\%$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$\begin{aligned} f(r) &= r\alpha \\ f(r) &= 1\alpha \end{aligned} \rightarrow \frac{r\alpha - 1\alpha}{r - 1} = \frac{r\alpha - \alpha}{r - 1} = \frac{\alpha(r - 1)}{r - 1} = \alpha$$

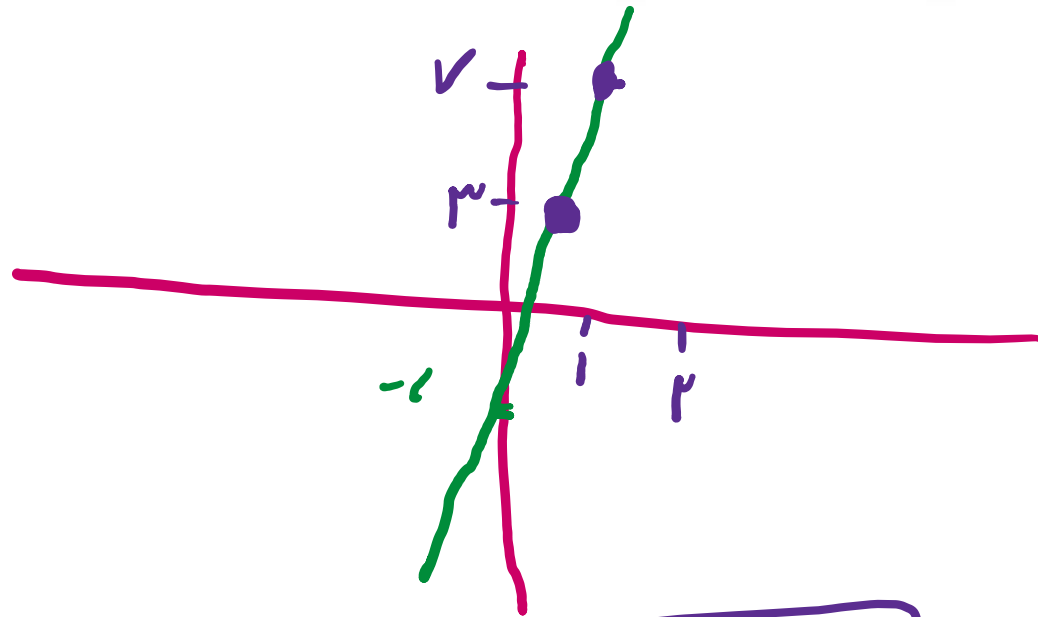
$$y = ax + b \rightarrow y = r\alpha x + b \rightarrow 1\alpha = r\alpha + b \rightarrow b = -r_1$$

$$y = r\alpha x - r_1 \xrightarrow{x=r} y = r\alpha r - r_1 = 90\%$$

۴. اگر جملات یک دنباله از قانون تابع خطی $y = 4x - 1$ پیروی کنند، با توجه به دامنه دنباله :

الف) نمودار تابع را رسم کنید و نمودار دنباله را روی نمودار تابع مشخص کنید.

ب) نمایش تابعی دنباله و نیز رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. شیب خط چه ارتباطی با رابطه بازگشتی دنباله دارد؟



تابعی

$$\{ \begin{array}{l} N \rightarrow R \\ a_n = 4n - 1 \end{array}$$

تفاوت

$$a_{n+1} = a_n + 4$$

۵. با توجه به دنباله‌های $a_n = 3^n$ ، $b_n = (-\frac{1}{2})^{n+1}$ ، $c_n = \frac{1}{3n-1}$ ، $d_n = n^2 - 1$ ، حاصل عبارت‌های خواسته شده را به دست آورید.

الف) $a_2 + b_1$

$$a_2 = 3^2 = 9$$

$$b_1 = (-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

$$9 + \frac{1}{4} = 9.25$$

ب) $c_2 - d_1$

$$c_2 = \frac{1}{4-1} = \frac{1}{3}$$

$$d_1 = 1 - 1 = 0$$

$$\frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

ج) $b_2 + d_2$

$$b_2 = (-\frac{1}{2})^3 = -\frac{1}{8}$$

$$d_2 = 4 - 1 = 3$$

$$-\frac{1}{8} + 3 = \frac{23}{8}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۶. جمله پنجم دنباله‌های بازگشتی زیر را مشخص کنید.

الف) $a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n$, $a_1 = -2$

$$a_2 = \frac{1}{3} (-2) = -\frac{2}{3}$$

$$a_3 = \frac{1}{3} \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{9}$$

$$a_4 = \frac{1}{3} \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{2}{27}$$

$$a_5 = \frac{1}{3} \left(-\frac{2}{27}\right) = -\frac{2}{81}$$

ب) $a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}$, $a_1 = 1$

$$a_2 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$a_3 = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$a_4 = \frac{1}{1+\frac{2}{3}} = \frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$a_5 = \frac{1}{1+\frac{3}{5}} = \frac{1}{\frac{8}{5}} = \frac{5}{8}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$ج) a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}, \quad a_1 = a_2 = a_3 = 1$$

$$د) a_{n+1} = a_n + (-1)^n, \quad a_1 = 1$$

$$a_4 = 1 + 1 + 1 = 3$$

$$a_5 = 1 + 1 + 3 = 5$$

$$a_2 = 1 + (-1)^1 = 0$$

$$a_3 = 0 + (-1)^2 = 1$$

$$a_4 = 1 + (-1)^3 = 0$$

$$a_5 = 0 + (-1)^4 = 1$$

۷. جدول زیر را کامل کنید.

جملات دنباله	رابطه بازگشتی	ضابطه دنباله	دنباله دو ضابطه‌ای
5, 8, 11, 14, 17, ...	$a_{n+1} = a_n + 3$ $a_1 = 5$	$a_n = 3n + 2$	
4, 1, 4, 1, 4, 1, ...	$a_{n+1} = a_n + 3(-1)^n$ $a_1 = 4$		$a_n = \begin{cases} 4 & \text{نرد} \\ 1 & \text{زوج} \end{cases}$
$1, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{4}, 5, \frac{1}{6}, \dots$			$a_n = \begin{cases} n & \text{نرد} \\ \frac{1}{n} & \text{زوج} \end{cases}$
$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$		$a_n = \frac{n}{n+1}$	

۸. شش جمله اول دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & n \text{ زوج} \\ 3a_n + 1 & n \text{ فرد} \end{cases}$ را برای هر کدام از حالت‌های زیر بنویسید.

الف) $a_1 = 11$

ب) $a_1 = 25$

$$n=1 \rightarrow a_2 = 3a_1 + 1 = 3(11) + 1 = 34$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = \frac{1}{2}(34) = 17$$

$$n=3 \rightarrow a_4 = 3(17) + 1 = 52$$

$$n=4 \rightarrow a_5 = \frac{1}{2}(52) = 26$$

$$n=5 \rightarrow a_6 = 3(26) + 1 = 79$$

$$a_1 = 25$$

$$a_2 = 31$$

$$a_3 = 15$$

$$a_4 = \frac{15}{2}$$

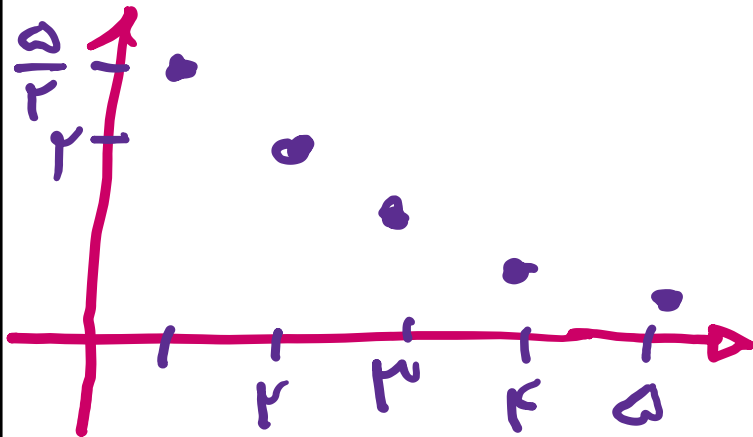
$$a_5 = \frac{31}{2}$$

ALIGEBRA.COM

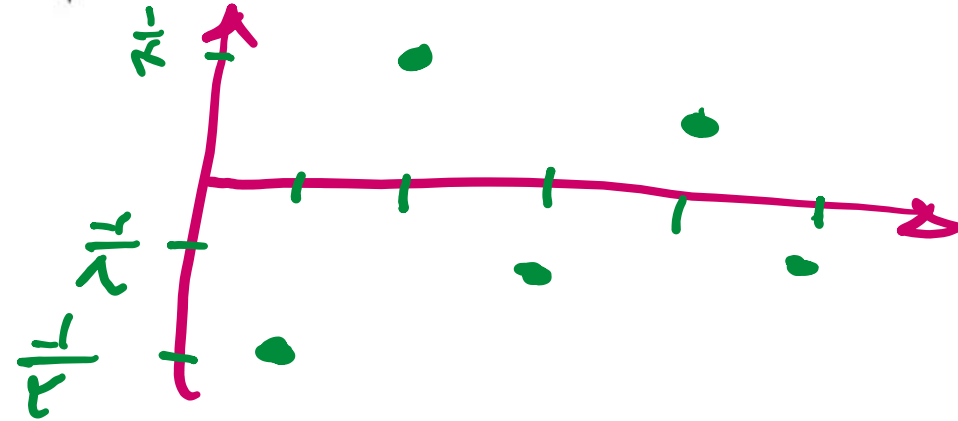
۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۹. نمودار دنباله‌های زیر را برای $n \leq 5$ رسم کنید.

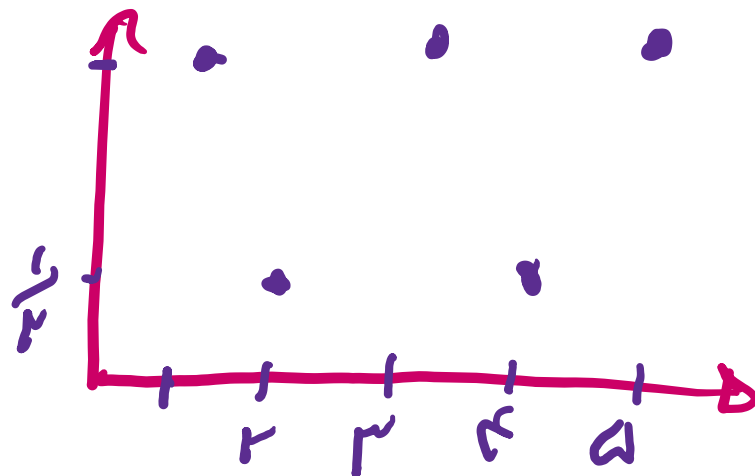
الف) $a_n = -\frac{1}{2}n + 3$



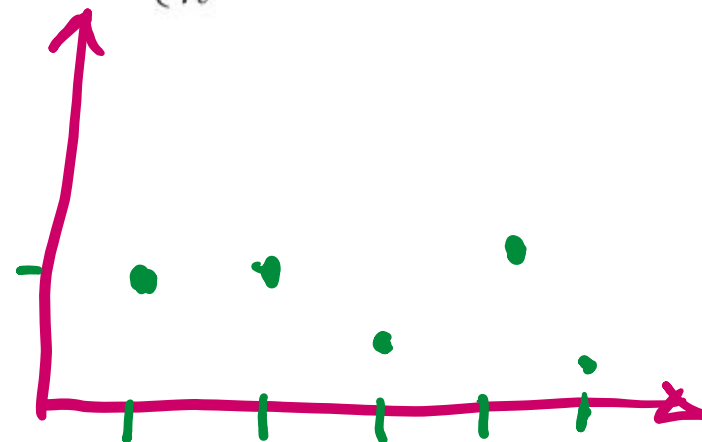
ب) $a_n = (-\frac{1}{2})^n$



ج) $a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$ $a_1 = 2$



د) $a_n = \begin{cases} 1 & n \text{ زوج} \\ \frac{1}{n} & n \text{ فرد} \end{cases}$



ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰. محاسبه جذر اعداد در تمدن بابل - با نوشتن جملات دنباله بازگشتی زیر می توانیم به طرز شگفت انگیزی به جذر عدد k یعنی $\sqrt{k}$ نزدیک شویم.

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{k}{a_n} \right) \quad a_1 = k$$

این روش منسوب به تمدن بابل (واقع در شرق ایران و در بین النهرین) است.

به کمک دنباله بازگشتی بالا، اگر a_3 را تقریبی برای $\sqrt{k}$ در نظر بگیریم، حاصل اعداد زیر را مشخص کنید.

الف) $\sqrt{2}$

ب) $\sqrt{3}$

ج) $\sqrt{5}$

$$a_1 = k = 2$$

آیا این روش مزیتی بر استفاده از ماشین حساب دارد؟ چرا؟

$$n=1 \rightarrow a_2 = \frac{1}{2} \left(a_1 + \frac{k}{a_1} \right) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{2}{2} \right) = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = 1,41 = \sqrt{2}$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = \frac{1}{2} \left(a_2 + \frac{k}{a_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{\frac{3}{2}} \right) = \frac{17}{12} = 1,41$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$a_1 = k = r$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{r} \left(a_n + \frac{k}{a_n} \right)$$

$$n=1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{r} \left(r + \frac{r}{r} \right) = r$$

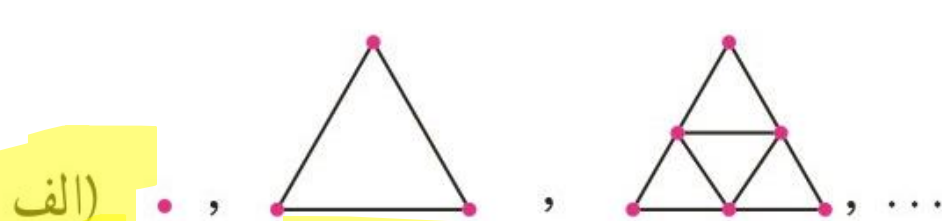
$$n=1 \rightarrow a_r = \sqrt{k} = \sqrt{r} = \frac{1}{r} \left(r + \frac{r}{r} \right) = \frac{r}{r} = 1, \sqrt{a} = \sqrt{r}$$

$$a_1 = k = a$$

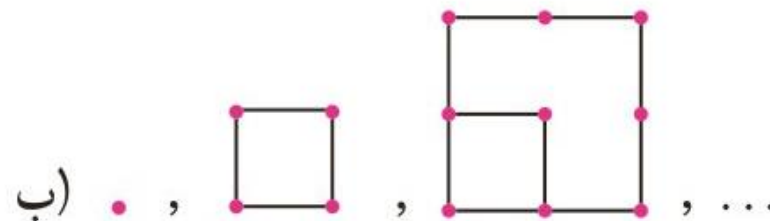
$$n=1 \rightarrow a_1 = \frac{1}{r} \left(a + \frac{a}{a} \right) = r$$

$$n=1 \rightarrow a_r = \frac{1}{r} \left(r + \frac{a}{r} \right) = \frac{1r}{r} = r, r = \sqrt{a}$$

۱۱. جملات دنباله بازگشتی $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ ، $a_1 = 1$ رأس کدام یک از الگوهای زیر را مشخص می کنند؟



۱، ۳، ۹



۱، ۴، ۹

$$n=1 \rightarrow a_2 = a_1 + (1+1) = 1 + 1 = 2$$

$$n=2 \rightarrow a_3 = a_2 + (2+1) = 2 + 2 = 4$$

۱۲. مطابق گزارش سازمان محیط زیست، به دلیل ورود پَس مانده‌های صنعتی کارخانه‌ها به یک دریاچه، ۲۵۰ تن فاضلاب صنعتی به این دریاچه وارد شده است. محیط زیست دریاچه سالیانه ۱٪ فاضلاب صنعتی را به صورت طبیعی خنثی و بی اثر می‌کند. سازمان محیط زیست با وضع قوانین جدید میزان ورودی فاضلاب صنعتی به دریاچه را به ۱۵ تن در سال کاهش داده است. اگر $P_1 = 250$ میزان آلودگی فعلی دریاچه باشد، با نوشتن یک رابطه بازگشتی، میزان مواد آلوده صنعتی را بعد از دو سال و پنج سال محاسبه کنید.

$$P_{n+1} = P_n - \frac{1}{10} P_n - 15$$

$$P_5 = 1128$$

$$P_{n+1} = \frac{9}{10} P_n - 15 \quad P_1 = 250$$

$$P_2 = \frac{9}{10} \times 250 - 15 = 210 \rightarrow P_3 = \frac{9}{10} \times 210 - 15 = 174$$

$$P_4 = \frac{9}{10} \times 174 - 15 = 146.4 \rightarrow P_5 = \frac{9}{10} \times 146.4 - 15$$

۱. با نوشتن جملات رابطه‌های بازگشتی، مشخص کنید کدام یک دنباله حسابی است.

الف) $a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$ $a_1 = 2$

$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

$2, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{2}, \dots$ X

ب) $a_{n+1} = a_n + 5$ $a_1 = -1$

$a_1 = -1, a_2 = 4, a_3 = 9, a_4 = 16$

$-1, 4, 9, 16, \dots$

$d = 5$

ج) $a_{n+1} = 5a_n + 1$ $a_1 = -1$

$a_1 = -1, a_2 = -4, a_3 = -19$

$-1, -4, -19, \dots$ X

د) $a_{n+1} - a_n = n$

$n=1 \rightarrow a_2 - a_1 = 1$

$n=2 \rightarrow a_3 - a_2 = 2$

$n=3 \rightarrow a_4 - a_3 = 3$

X

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲. در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۵- و اختلاف مشترک برابر ۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۵۵۵ است؟

$$a_1 = -5, \quad d = 8, \quad a_n = 555, \quad n = ?$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 555 = -5 + (n-1) \times 8$$

$$560 = (n-1) \times 8 \rightarrow n-1 = \frac{560}{8} = 70$$

$$n-1 = 70$$

$$n = 71$$

۳. یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۵۲ و جمله نوزدهم آن ۹۲ است. جمله سی‌ام این دنباله را مشخص کنید.

$$a_{19} = 92 \rightarrow a_1 + 18d = 92$$

$$a_{11} = 52 \rightarrow a_1 + 10d = 52 \rightarrow a_1 + 5d = 52 \rightarrow a_1 = 2$$
$$18d = 18 \rightarrow d = 5$$

$$a_{30} = a_1 + 29d = 2 + 29 \times 5 = 2 + 145 = 147$$

$$a_{30} = 147$$



۴. برای کاهش مصرف آب در کشاورزی یک منطقه، از آبیاری قطره‌ای استفاده می‌شود؛ به این صورت که یک میله که در آن سوراخ‌هایی برای پخش آب تعبیه شده است، به کمک چرخ‌هایی (مطابق شکل مقابل) حول یک محور می‌چرخد. اگر فاصله اولین چرخ تا موتور ۳ متر و بعد از آن، فاصله هر چرخ تا چرخ بعدی ۵ متر باشد و در کل، ۱۲ چرخ روی میله قرار داشته باشد، با این وسیله چه مساحتی آبیاری می‌شود؟ (آخرین چرخ دقیقاً در انتهای میله قرار دارد.)

$$a_1 = 3, d = 5, n = 12$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 3 + (12-1) \times 5 = \underline{\underline{58}}$$

$$S = \pi \times 58^2 = 10798\pi$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۵. در یک کارخانه سنگ بری برای صیقل دادن سنگ ها از یک صفحه به وزن 12500 گرم استفاده می شود. اگر با توجه به مصرف هفتگی به طور میانگین 1875 گرم از وزن صفحه کم شود، پس از شش هفته استفاده مداوم وزن صفحه چقدر است؟

$$a_1 = 12500 \quad d = -1875$$

$$a_n = 12500 + (n-1) \times (-1875) \quad a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_6 = 12500 + 5(-1875) = 2125$$

۶. میان دو عدد a و b ، n عدد را به گونه‌ای قرار می‌دهیم که جملات دنباله از a تا b یک دنباله حسابی تشکیل دهند. ثابت کنید

اختلاف مشترک جملات دنباله از رابطه $d = \frac{b-a}{n+1}$ به دست می‌آید. (توجه داشته باشید که تعداد کل جملات $(n+2)$ جمله است.)

$$\underbrace{a_1}_{a_1} \quad \cdots \quad \underbrace{a_{n+2}}_{a_{n+2}}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$b = a + (n+2-1) \times d$$

$$\rightarrow b - a = (n+1) \times d \rightarrow$$

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۷. براساس رابطه به دست آمده در مسئله ۶، سه عدد را به گونه ای میان اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.

$$10, \quad a_2, \quad a_3, \quad a_4, \quad 18$$

$$a_5 = a_1 + 4d \rightarrow 18 = 10 + 4d \rightarrow 8 = 4d \rightarrow d = 2$$

$$10, 12, 14, 16, 18$$

۸. مجموع عددهای زیر را به دست آورید.

۱۳ و و ۸۱ و ۸۵ و ۸۹ ب)

۴۰۱ و و ۹ و ۵ و ۱ الف)

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 101 = 1 + (n-1) \times 2 \rightarrow 100 = (n-1) \times 2$$
$$\rightarrow n-1 = 50 \rightarrow n = 51$$
$$S_{101} = \frac{101}{2} (1 + 101) = 5151$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 14 = 19 + (n-1)(-2) \rightarrow n = 6$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \rightarrow S_6 = \frac{6}{2} (19 + 14) = 105$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹



۹. باغداران برای چیدن میوه‌ها از نردبان‌هایی استفاده می‌کنند که بخشی از آنها که روی زمین قرار می‌گیرد، برای تعادل بیشتر، عرض بیشتری دارد و انتهای نردبان که به درخت تکیه داده می‌شود، برای جابه‌جایی آسان‌تر و تکیه‌گاه بهتر، عرض کمتری دارد.

$$a_1 = 125, a_n = 45, d = -10$$

اگر عرض نخستین پله این نردبان ۱۲۵ سانتی‌متر و عرض آخرین پله آن ۴۵ سانتی‌متر در نظر گرفته شود و هر پله ۱۰ سانتی‌متر کوتاه‌تر از پله پیشین باشد، این نردبان چند پله خواهد داشت؟ برای ساخت پله‌ها به چند متر چوب احتیاج خواهیم داشت؟

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 45 = 125 + (n-1)(-10) \rightarrow n = 9$$

$$S_9 = \frac{9}{2} (125 + 45) = 145^{\text{cm}} = 1,45^{\text{m}}$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۱۰. ارزش امروزی قنات زارچ، طولانی‌ترین قنات ایران — عمق مادرچاه قنات زارچ ۸۴/۶ متر است که از آن سه شاخه قنات خارج شده است. اگر تعداد میله‌های هر سه شاخه قنات برابر و عمق پنجاه و ششمین چاه (میله ۵۵ام) ۷۸ متر باشد، با فرض اینکه شیب زمین ثابت و فاصله میان هر دو میله یکسان باشد و عمق آخرین چاه قنات (میله) ۱۲۰ سانتی‌متر در نظر گرفته شود:

الف) هر شاخه قنات دارای چند میله است؟

ب) مجموع طول چاه‌های حفر شده در این مسیر چقدر است؟ مجموع طول چاه‌های حفر شده در کل قنات چقدر است؟

ج) اگر میانگین هزینه حفر یک متر چاه (شامل حفر، مصالح و دیوارچینی) ۲۵۰ هزار تومان باشد، هزینه حفر چاه‌های قنات در حال حاضر چقدر است؟

د) طبق محاسبات مهندسی، در قنات زارچ در مجموع طول کل کانال قنات ۷۱ کیلومتر است. با توجه به میانگین هزینه ۳۵۰ هزار تومان برای حفر کانال قنات، ارزش کل قنات زارچ چقدر است؟ (راهنمایی: a_n را عمق چاه n ام تا کانال قنات و a_1 را عمق مادرچاه در نظر بگیرید.)

$$a_1 = 12,6 \quad a_{54} = 78$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow a_{54} = a_1 + 53d \rightarrow d = \frac{78 - 12,6}{53} = -0,12$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 120 = 12,6 + (n-1)(-0,12) \rightarrow n = 999$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = \frac{999}{2} (12,6 + 120) = 129151,5$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

$$29151, 4 \times 10^3 - 2 \times 10^4 = 19509$$

$$\text{هزیر} = 19509 \times 10^4 = 19, 509, 000$$

$$\text{هزیر حص} = 1000 \times 1950000 = 19, 500, 000$$

$$\text{ازیر} = 19, 500, 000 + 19, 500, 000 = 39, 000, 000$$

علی جبرا سایت تخصصی ریاضی فیزیک

WWW.ALICEBRA.COM



۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

