

ریاضی و آمار (۲)

گام به گام فصل ۱

علی هاشمی

۱. کدام یک از جملات زیر گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

الف) شما چند سال دارید؟ X

ب) عدد ۲ عددی اول است. درست

پ) عدد $\sqrt{2}$ عددی گویا است. نادرست

ت) افلاطون شاگرد ارسطو است. نادرست

ث) $2+3 \times 4 = 20$ نادرست

ج) عدد $(-1)^n$ عددی همواره مثبت است. $(n \in \mathbb{N})$ نادرست

چ) سیب قرمز از سیب زرد خوش مزه تر است.

ح) لطفاً تخته را پاک کن.

بعضی گزاره‌ها درست
بعضی گزاره‌ها نادرست

$$(-1)^2 = +1$$

$$(-1)^1 = -1$$

کار در کلاس

در هر یک از حالت‌های زیر نقیض گزاره را بیان کنید؛ سپس، ارزش هر یک را مشخص کنید.

الف) عدد ۵ زوج است.

سنت : درست

ب) تساوی « $4 = 2 \times 2$ » برقرار است.

نیت : نادرست

پ) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک‌تر است.

سنت : نادرست

ت) ارسطو شاگرد افلاطون است.

ث) ایران در منطقه غرب آسیا قرار دارد.

سنت : نادرست

ج) $(3 \times 7) > (5 \times 4)$

$(15 > 20)$ ✗

نیت : نادرست

درست

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

فعالیت

در جدول زیر روبه روی گزاره های داده شده ارزش آنها را با علامت ✓ مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک گزاره ساده، گزاره مرکب را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	هفته هفت روز دارد و ماه شهریور ۳۱ روز دارد	✓	
۲	قرآن دارای ۳۰ جزء است و همه سوره های آن با بسم الله شروع می شود.		✓
۳	 ۵ < ۳ و ۸ زوج است.		✓
۴	کتاب قرآن ۱۱۴ سوره دارد و ۵ > ۳	✓	
۵	۵۷ عددی اول است و ۲ عددی اول نیست.		✓
۶	۵ > ۲ و ۵ < ۳		✓

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	عدد ۴ عددی فرد یا عددی اول است		✓
۲	حضرت مهدی عج امام دوازدهم شیعیان است یا $3 > 10$...	✓	
۳	۹۱ عددی مرکب است یا $عمری اول است$.	✓	
۴	$5 < 3$... یا افلاطون نویسنده کتاب ارغنون است.		✓
۵	$10 > 2$... یا $5 + 2 = 7$ ($5 + 2 = 9$)	✓	

۱. جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	بزرگ‌ترین معجزه پیامبر اسلام ﷺ قرآن است و اسلام آخرین دین الهی است.	✓	
۲	اگر $۱۵ = ۵^۲$ آنگاه مربع هر عدد فرد عددی زوج است.	✓	
۳	اگر تهران پایتخت ایران است؛ آنگاه راجسرد در جنوب است.		✓
۴	$۴ \times ۲ = ۲^۲ \Rightarrow ۸^۲ > ۴^۲$		✓
۵	اگر عدد ۳ اول و عدد ۷ زوج باشد، آنگاه ۱۸ مربع کامل است.	✓	
۶	اگر ۲ عددی زوج یا منفی باشد، آنگاه عدد ۵ اول است.	✓	
۷	اگر فارابی معلم ثانی است، آنگاه افلاطون معلم اول است.		✓
۸	امام خمینی علیه السلام در سال ۱۳۴۳ تبعید و در سال ۱۳۵۷ به ایران بازگشتند.	✓	
۹	حضرت علی علیه السلام اولین مردی است که پس از پیامبر، اسلام آوردند و $۱۵ = ۵^۲$	✓	
۱۰	اگر $۲ > ۵$ آنگاه $\frac{۱}{۵} < \frac{۱}{۲}$ و برعکس	✓	

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲. اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش هریک از گزاره‌های مرکب زیر را در

صورت امکان مشخص کنید :

الف) $(p \vee r) \Rightarrow p$

ب) $(q \wedge r) \Rightarrow r$

پ) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$

۲. اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش هریک از گزاره‌های مرکب زیر را در

صورت امکان مشخص کنید :

ت) $(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$ $\rightarrow$ د $\leftrightarrow$ ن $\rightarrow$ د

درست

ث) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$ $\rightarrow$ ن $\leftrightarrow$ ن $\rightarrow$ د

درست

ج) $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$

r	$q \vee r$	$r \Rightarrow p$	جواب
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	د
ن	ن	د	د

درست

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲. اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش هریک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید :

ج) $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$ $\rightarrow$ درست

ح) $(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r$ $\rightarrow$ نادرست

خ) $(r \Rightarrow p) \wedge p$ $\rightarrow$ درست

۳. درستی هریک از هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

الف) $\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

p	q	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
د	د	ص	ص
د	ص	د	د
ص	د	د	د
ص	ص	ص	ص

۳. درستی هریک از هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

ب) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

p	q	r	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
و	و	و	و	و
و	و	ف	و	و
و	ف	و	و	و
و	ف	ف	ف	ف
ف	و	و	ف	ف
ف	و	ف	ف	ف
ف	ف	و	ف	ف
ف	ف	ف	ف	ف

۳. درستی هریک از هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

پ) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

p	q	$p \wedge (p \vee q)$
ص	ص	ص
ص	ج	ص
ج	ص	ج
ج	ج	ج

۳. درستی هریک از هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

$$ت) (p \Rightarrow p) \equiv T$$

p	$p \rightarrow p$
د	د
ج	د

۳. درستی هریک از هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

ث) $(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p$

p	q	$p \vee \sim q$	$p \vee q$	جواب
د	د	د	د	د
د	س	د	د	د
س	د	س	د	س
س	س	د	س	س

$$\text{ج)} (p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

ALIGEBRA.COM
•9127744281-•9127744389

عبارات زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) عددی به علاوه پنج، مساوی دو برابر آن عدد است.

ب) حاصل ضرب دو عدد حقیقی، برابر مجموعشان است.

پ) حاصل ضرب عددی در خودش به علاوه ۳، بزرگ تر از خودش است.

$$\text{الف) } a + 5 = 2a$$

$$\text{ب) } ab = a + b \quad a, b \in \mathbb{R}$$

$$\text{پ) } a \times a + 3 > a$$

۱. گزاره‌های زیر را به صورت نماد ریاضی بازنویسی کنید.

الف) دو برابر جذر عددی برابر خودش است.

ب) مکعب یک عدد، بزرگ‌تر از هفت برابر آن عدد، به علاوه پنج است.

پ) مجموع معکوس‌های دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مجموع آن دو عدد است.

ت) مجموع مکعبات دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی مکعب مجموع آن دو عدد است.

ث) هر عدد ناصف‌ری از معکوس خود بزرگ‌تر یا مساوی با آن است.

$$\text{الف)} \quad \sqrt{x} = x$$

$$\text{ب)} \quad x^3 > \sqrt{x+5}$$

$$\text{پ)} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq x+y$$

$$\text{ت)} \quad x^3 + y^3 \geq (x+y)^3$$

$$\text{ث)} \quad x \geq \frac{1}{x} \quad x \neq 0$$

ALIGEBRA.COM

۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱-۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

۲. در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.
الف) اگر طول و عرض یک مستطیل را دو برابر کنیم، آنگاه مساحت آن نیز دو برابر می‌شود.

x : طول

y : عرض

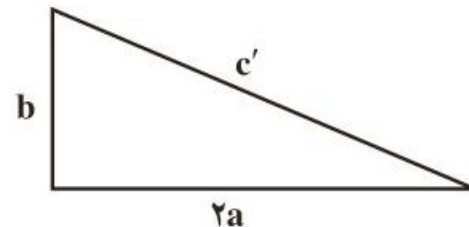
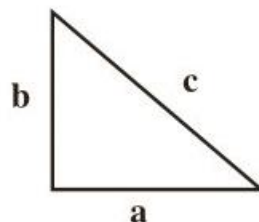
مساحت $S = xy$

مساحت دو برابر شده است. $\rightarrow 2(xy) = 2 \underbrace{xy}_S = 2S$

$$S = (1x)(1y) = 1xy \rightarrow \text{برابر}$$

۲. در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

(ب) در یک مثلث قائم الزاویه به اضلاع قائمه a و b و وتر c همانند شکل زیر اگر ضلع a را دو برابر کنیم، آنگاه وتر آن نیز دو برابر می‌شود.



استدلال : می‌دانیم در مثلث قائم الزاویه بالا قضیه فیثاغورث به صورت زیر برقرار است :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

اکنون این رابطه را برای مثلث قائم الزاویه جدید نیز می‌نویسیم :

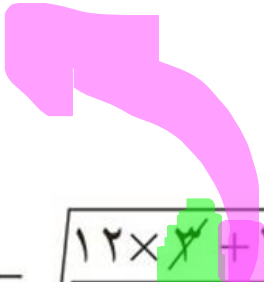
$$c'^2 = (2a)^2 + b^2 = 4a^2 + b^2 = 4(a^2 + b^2) = 4c^2 \Rightarrow c'^2 = 4c^2 \Rightarrow c' = 2c$$

پس وتر دو برابر شده است.

$$c'^2 = 4a^2 + b^2$$

۲. در هر مورد گزاره‌ای همراه با یک استدلال نادرست برای آن داده شده است. دلیل نادرستی استدلال را بیان کنید.

پ) تساوی $\sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{6}} = 2\sqrt{11}$ برقرار است.



$$\sqrt{\frac{12 \times 3 + 4 \times 16}{6}} = \sqrt{\frac{12 \times \cancel{3} + 4 \times 16}{2 \times \cancel{3}}} = \sqrt{\frac{12 + \cancel{4} \times 16}{\cancel{2}}} = \sqrt{12 + 32} = \sqrt{44} = \sqrt{4 \times 11} = 2\sqrt{11}$$

$$\frac{x+y}{x} = y \quad \text{بخ}$$

$$\frac{1+3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

علی جبرا سایت تخصصی ریاضی فیزیک

WWW.ALICEBRA.COM



۰۹۱۲۷۷۴۴۲۸۱
۰۹۱۲۷۷۴۴۳۸۹

